第一章 概率统计基础知识

第一节 概率基础知识

一、事件与概率

(一)随机现象

在一定条件下,并不总是出现相同结果的现象称为随机现象。从这个定义中可看出,随机现象 有两个特点:

- (1) 随机现象的结果至少有两个:
- (2)至于哪一个出现,人们事先并不知道。

抛硬币、掷骰子是两个最简单的随机现象。抛一枚硬币,可能出现正面,也可能出现反面,至于哪一面出现,事先并不知道。又如掷一颗骰子,可能出现1点到6点中某一个,至于哪一点出现,事先也并不知道。

只有一个结果的现象称为确定性现象。例如,太阳从东方出,同性电荷相斥,异性电荷相吸,向上抛一石子必然下落等。

(例 1.1-1]以下是随机现象的另外一些例子:

- (1)一天内进入某超市的顾客数;
- (2)一顾客在超市中购买的商品数:
- (3)一顾客在超市排队等候付款的时间;
- (4)一颗麦穗上长着的麦粒个数;
- (5)新产品在未来市场的占有率;
- (6)一台电视机从开始使用到发生第一次故障的时间;
- (7)加工机械轴的的误差;
- (8)一罐午餐肉的重量。

随机现象在质量管理中到处可见。

认识一个随机现象首要的是能罗列出它的一切可能发生的基本结果。这里的基本结果是指今后的抽样单元,故又称样本点,随机现象一切可能样本点的全体称为这个随机现象的样本空间,常记为 Ω 。

- "抛一枚硬币"的样本空间 Ω ={正面,反面};
- "掷一颗骰子"的样本空间 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- "一顾客在超市中购买商品件数"的样本空间 $\Omega = \{0, 1, 2, \dots\}$;
- "一台电视机从开始使用到发生第一次故障的时间"的样本空间 $\Omega = \{t: t \ge 0\}$;
- "测量某物理量的误差"的样本空间 $Ω={x:-∞<x<∞}$ 。

(二)随机事件

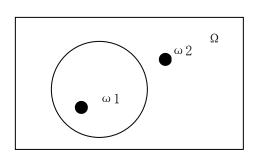
随机现象的某些样本点组成的集合称为随机事件,简称事件,常用大写字母 A、B、C 等表示,如在掷一颗骰子时,"出现奇数点"是一个事件,它由 1 点、3 点、5 点共三个样本点组成,若记这个事件为 A,则有 $A=\{1,3,5\}$ 。

1. 随机事件的特征

从随机事件的定义可见,事件有如下几个特征:

- (1)任一事件 A 是相应样本空间 Ω 中的一个子集。在概率论中常用一个长方形示意样本空间 Ω ,用其中一个圆 (或其他几何图形) 示意事件 A,见 1.1-1,这类图形称为维恩 (Venn) 图。
- (2)事件 A 发生当且仅当 A 中某一样本点发生,若记 ω 1, ω 2 是 Ω 中的两个样本点(见图 1.1-1):

当 ω 1发生,且 ω 1 \in A(表示 ω 1在A中),则事件A发生;



1.1-1 维恩(Venn)图

当ω2发生,且ω2∉A(表示ω2不在A中),则事件A不发生。

- (3)事件 A 的表示可用集合,也可用语言,但所用语言应是明白无误的。
- (4)任一样本空间 Ω 都有一个最大子集,这个最大子集就是 Ω ,它对应的事件称为必然事件,仍用 Ω 表示。如掷一颗骰子,"出现点数不超过 6"就是一个必然事件,因为它含有 Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6} 中所有的样本点。
- (5)任一样本空间 Ω 都有一个最小子集,这个最小子集就是空集,它对应的事件称为不可能事件,记为 Φ 。如掷一颗骰子,"出现 7 点"就是一个不可能事件,因为它不含有 Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6} 中任一个样本点。

[例 1. 1-2] 若产品只区分合格与不合格,并记合格品为"0",不合格品为"1"。则检查两件产品的样本空间 Ω 由下列四个样本点组成。

 $\Omega = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ 其中样本点(0, 1)表示第一件产品为合格品,第二件产品为不合格品,其他样本点可类似解释。下面几个事件可用集合表示,也可用语言表示。

A= "至少有一件合格品" = {(0, 0), (0, 1), (1, 0)}:

B= "至少有一件不合格品" ={(0, 1), (1, 0), (1, 1)};

C= "恰好有一件合格品" ={(0, 1)(1, 0)};

φ="有三件不合格品"。

现在我们转入考察"检查三件产品"这个随机现象,它的样本空间 \(\Omega \)含有 \(2^3 = 8 \) 个样本点。

 $\Omega = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$

下面几个事件可用集合表示,也可用语言表示。

A= "至少有一件合格品" = {Ω中剔去(1, 1, 1)的其余 7 个样本点};

B= "至少有一件不合格品" = { Ω 中剔去 (0, 0, 0) 的其余 7 个样本点};

C1="恰有一件不合格品"={(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)};

C2= "恰有两件不合格品" ={(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)};

C3="全是不合格品"={(1, 1, 1)};

CO= "没有一件是不合格品" ={(0, 0, 0)};

2. 随机事件之间的关系

实际中,在一个随机现象中常会遇到许多事件,它们之间有下列三种关系。

- (1)包含:在一个随机现象中有两个事件 A 与 B,若事件 A 中任一个样本点必在 B 中,则称 A 被包含在 B 中,或 B 包含 A,记为 A \subset B,或 B \supset A,这时事件 A 的发生必导致事件 B 发生,如图 1.1-2 所示。如掷一颗骰子,事件 A="出现 4 点"必导致事件 B="出现偶数点"的发生,故 A \subset B。显然,对任一事件 A,有 $\Omega \supset A \supset \Phi$ 。
- (2) 互不相容: 在一个随机现象中有两个事件 A 与 B, 若事件 A 与 B 没有相同的样本点,则称事件 A 与 B 互不相容。这时事件 A 与 B 不可能同时发生,如图 1.1-3 所示,如在电视机寿命试验里,"电视机寿命小于 1 万小时"与"电视机寿命超过 4 万小时"是两个互不相容事件,因为它们无相同的样本点,或者说,它们不可能同时发生。

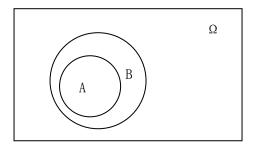


图 1.1-2 B⊃A

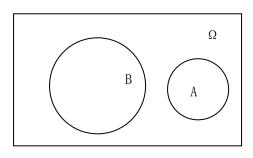


图 1.1-3 A 与 B 互不相容

两个事件间的互不相容性可推广到三个或更多个事件间的互不相容,例如在检查三个产品的例子(例 1.1-2)中,C1="恰有一件不合格品",C2="恰有两件不合格品",C3="全是不合格品",C0="没有不合格品"是四个互不相容事件。

(3)相等:在一个随机现象中有两个事件 A 与 B,若事件 A 与 B 含有相同的样本点,则称事件 A 与 B 相等,记为 A=B。如在掷两颗骰子的随机现象中,其样本点记为(x,y),其中 x 与 y 分别为第一与第二颗骰子出现的点数,如下两个事件:

A={(x, y):x+y=奇数}

 $B=\{(x, Y): x 与 y 的奇偶性不同\}$

可以验证 A 与 B 含有相同的样本点,故 A=B。

(三)事件的运算事件

事件的运算事件的运算有下列四种。

(1)对立事件,在一个随机现象中, Ω 是样本空间,A 为事件,由在 Ω 中而不在 A 中的样本点组成的事件称为 A 的对立事件,记为 \overline{A} 。图 1.1—4 上的阴影部分就表示 A 的对立事件 \overline{A} 。可见 A 就是 "A 不发生",例如在检查一匹布中,事件"至少有一个疵点"的对立事件是"没有疵点"。对立事件是相互的,A 的对立事件是 \overline{A} ,A 的对立事件必是 \overline{A} 。特别,必然事件 Ω 与不可能事件 $\overline{\Phi}$ 互为对立事件,即 Ω = $\overline{\Phi}$, Φ = $\overline{\Omega}$ 。

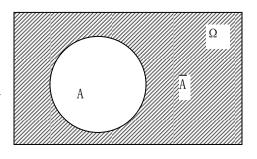


图 1.1-4 A 的对立事件 \overline{A}

- (2)事件 A 与 B 的并,由事件 A 与 B 中所有样本点(相同的只计入一次)组成的新事件称为 A 与 B 的并,记为 AUB。如图 1.1-5 所示。并事件 A ∪ B 发生意味着"事件 A 与 B 中至少一个发生"。
- (3)事件 A 与 B的交,由事件 A 与 B中公共的样本点组成的新事件称为事件 A 与 B的交,记为 $A \cap B$ 或 AB。如图 1.1-6 所示,交事件 AB 发生意味着"事件 A 与 B 同时发生"。

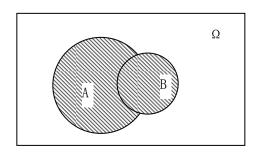


图 1.1-5 A 与 B 的并

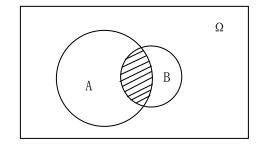


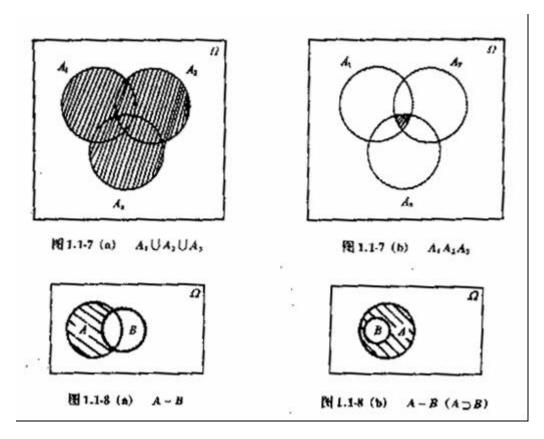
图 1.1-6 A 与 B 的交

事件的并和交可推广到更多个事件上去(见图 1.1-7)。

- (4)事件 A 对 B 的差,由在事件 A 中而不在 B 中的样本点组成的新事件称为 A 对 B 的差,记为 A-B。如图 1.2-8 所示。
 - (1) 交换律: AUB=BUA

 $A \cap B = B \cap A$

(2) 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ 3) 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



(四)概率——事件发生可能性大小的度量

随机事件的发生与否是带有偶然性的。但随机事件发生的可能性还是有大小之别,是可以设法度量的。而在生活、生产和经济活动中,人们很关心一个随机事件发生的可能性大小。例如:

- (1) 抛一枚硬币,出现正面与出现反面的可能性各为 1/2。足球裁判就是用抛硬币的方法让双方队长选择场地,以示机会均等。
- (2)某厂试制成功一种新止痛片在未来市场的占有率是多少呢?市场占有率高,就应多生产,获得更多利润;市场占有率低,就不能多生产,否则会造成积压,不仅影响资金周转,而且还要花钱去贮存与保管。
- (3)购买彩券的中奖机会有多少呢?如 1993 年 7 月发行的青岛啤酒股票的认购券共出售 287347740 张,其中有 180000 张认购券会中签,中签率是万分之 6.264(见 1993 年 7 月 30 日上海证券报)。

上述正面出现的机会、市场占有率、中签率以及常见的废品率、命中率等都是用来度量随机事件发生的可能性大小。一个随机事件 A 发生可能性的大小用这个事件的概率 P(A)来表示。概率是一个介于 0 到 1 之间的数。概率愈大,事件发生的可能性就愈大,概率愈小,事件发生的可能性也就愈小。特别,不可能事件的概率为 0,必然事件的概率为 1,即:

$P(\Phi)=0, P(\Omega)=1$

二、概率的古典定义与统计定义

确定一个事件的概率有几种方法,这里介绍其中两种最主要的方法,相应于概率的两种定义,即古典定义及统计定义。

(一) 古典定义

用概率的古典定义确定概率方法的要点如下:

- (1) 所涉及的随机现象只有有限个样本点,设共有 n 个样本点;
- (2)每个样本点出现的可能性是相同的(等可能性);
- (3) 若被考察的事件 A 含有 k 个样本点,则事件 A 的概率定义为:

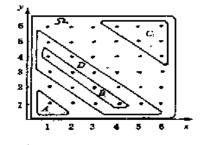
$$P(A) = \frac{K}{N} = \frac{A \text{ 中所含样本点的个数}}{\Omega \text{ 中样本点的总数}}$$
 (1.1-1)

〔例 1. 1-3] 掷两颗骰子,其样本点可用数对(x, y表示,其中 x 与 y 分别表示第一与第二颗骰子出现的点数。这一随机现象的样本空间为:

$$\Omega = \{ (x, y), x, y=1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

它共含36个样本点,并且每个样本点出现的可能性都相同。

- (1)定义事件 A="点数之和为 2"= $\{(1, 1)\}$,它只含一个样本点,故 P(A)=1/36。
 - (2) 定义事件 B="点数之和为 5"={(1, 4), (2, 3), (3,
- 2), (4, 1)}, 它含有 4 个样本点, 故 P(B)=4/36=1/9。
 - (3) 定义事件 C= "点数之和超过 9" = {(4, 6), (5, 5), (6,
- 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)}, 它含有 6 个样本点, 故 P(C)=6/36 =1/6。



関 1.1-9 [例 1.1-3] 的样本空间 Ω 及有关事件

- (4) 定义事件 D="点数之和大于3,而小于7"={(1,3)(2,
- 2), (3, 1), (1, 4)(2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)}, 它含有 12 个样本点,故它的概率 P(D)=12/36 =1/3。

用古典方法获得概率常需要排列与组合的公式。现概要介绍如下:

排列与组合是两类计数公式,它们的获得都基于如下两条计数原理。

(1)乘法原理:如果做某件事需经 k 步才能完成,其中做第一步有 m1 种方法,做第二步有 m2 种方法,、、、,做第 k 步有 mk 种方法,那么完成这件事共有 m1×m2×···×mk 种方法。

例如,甲城到乙城有3条旅游线路,由乙城到丙城有2条旅游线路,那么从甲城经乙城去丙城 共有3×2=6条旅游线路。

(2)加法原理:如果做某件事可由 k 类不同方法之一去完成,其中在第一类方法中又有 m1 种完成方法,在第二类方法中又有 m2 种完成方法, …,在第 k 类方法中又有 mk 种完成方法,那么完成这件事共有 m1+m2+···+mk 种方法。

例如,由甲城到乙城去旅游有三类交通工具:汽车、火车和飞机,而汽车有5个班次,火车有3个班次,飞机有2个班次,那么从甲城到乙城共有5+3+2=10个班次供旅游选择。

排列与组合的定义及其计算公式如下:

(1)排列:从n个不同元素中任取 $r(r \le n)$ 个元素排成一列称为一个排列。按乘法原理,此种排列 共有 $n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1)$ 个,记为 P^r_n 若r=n,称为全排列,全排列数共有n!个,记为Pn,即:

$$P_{n}^{r} =_{n} (n-1) \cdots (n-r+1)$$
 , $P_{n} =_{n}!$

(2) 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个作记录,放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列。按乘法原理,此种重复排列共有n^r个。注意,这里的r允许大于n。

例如,从 10 个产品中每次取一个做检验,放回后再取下一个,如此连续抽取 4 次,所得重复排列数为 10^4 。假如上述抽取不允许放回,列所得排列数为 $10\times9\times8\times7=5040$ 。

(3)组合:从n个不同元素中任取 $r(r \le n)$ 个元素并成一组(不考虑其间顺序)称为一个组合,此种组合数为:

$$\binom{n}{r} = P_n^r/r! = n(n-1)\cdots(n-r+1)/r! = n!/r!(n-r)!$$

规定 0!=1,因而 $(\frac{n}{0})=1$ 。另外,在组合中, \mathbf{r} 个元素 "一个接一个取出"与"同时取出"是等同。

例如,从10个产品中任取4个做检验,所有可能取法是从10个中任取4个的组合数,则不同 取法的种数为:

$$\binom{10}{4}$$
 = 10 × 9 × 8 × 7/4! = 5040/24 = 210

这是因为取出的4个产品的全排列有4!=24种。这24种排列在组合中只算一种。

(例 1.1-4]一批产品共有 N 个, 其中不合格品有 M 个, 现从中随机取出 n 个(n≤N), 问事件 Am="恰好有 m 个不合格品"的概率是多少?

从N个产品中随机抽取n个共有($\frac{N}{n}$)个不同的样本点,它们组成这个问题的样本空间 Ω 。其中"随机抽取"必导致这($\frac{N}{n}$)个样本点是等可能的。以后对"随机抽取"一词都可作同样理解。下 面我们先计算事件Ao、AI的概率,然后计算一般事件Am的概率。

事件A。="恰好有0个不合格品"="全是合格品"。要使取出的n个产品全是合格品,那必须 从该批中N-M个合格品中抽取,这有($^{N-M}$)种取法。故事件 $^{\Lambda}$ 的概率为

$$P(A_0) = \frac{\binom{N-M}{n}}{\binom{N}{n}}$$

事件A:="恰好有1个不合格品",要使取出的n个产品只有一个不合格品,其他n-1个是合格品, 可分二步来实现。第一步从M个不合格品中随机取出 1 个,共有 $(\frac{M}{1})$ 种取法;第二步从NM个合格品

中随机取出n-1 个,共有($\binom{N-M}{n-1}$)种取法。依据乘法原则,事件 A_1 共含($\binom{M}{1}$)($\binom{N-M}{n-1}$)个样本点。 故事件A1 的概率为:

$$P (A_1) = \frac{\binom{M}{1} \binom{N-M}{n-1}}{\binom{N}{n}}$$

最后,要使事件Am发生,必须从M个不合格品中随机抽取m个,而从N-M个合格品中随机抽取n-m 个。依据乘法原则,事件Am共含有(n = 1)(n = 1) 个样本点。故事件Am的概率是:

$$P(A_m) = \frac{\binom{M}{n}\binom{N-M}{n-m}}{\binom{N}{n}}, m=0, 1, \dots, r$$

其中 r=min(n, M)为 n, M 中的较小的一个数, 它是 m 的最大取值, 这是因为 m 既不可能超过取出 的产品数 n,也不可能超过不合格品总数 M,因此 m≤min(n, M) r。

假如给定 N=10, M=2 和 n=4, 下面来计算诸事件 Am 的概率:

$$P(A_0) = \frac{\binom{10-2}{4}}{\binom{10}{4}} = 0.3333$$

$$P(A_1) = \frac{\binom{2}{1}\binom{10-2}{4-1}}{\binom{10}{4}} = 0.5333$$

P (A₃) =
$$\frac{\binom{2}{2}\binom{10-2}{4-2}}{\binom{10}{4}}$$
 = 0. 1334

而 A_3 , A_4 等都是不可能事件。因为 10 个产品中只有 2 个不合格品,而要从中抽出 3 个或 4 个不合格品是不可能的,因而 $P(A_3) = P(A_4) = 0$ 。

[例 1.2-5](放回抽样)抽样有两种形式:不放回抽样与放回抽样。上例讨论的是不放回抽样,每次抽取一个,不放回,再抽下一个,这相当于 n 个同时取出。因此可不论其次序。放回抽样是抽一个,将其放回,均匀混合后再抽下一个。这时要讲究先后次序,现对上例采取放回抽样方式讨论事件 Bm= "恰好有 m 个不合格品"的概率。

从N个产品中每次随机抽取一个,检查后放回再抽第二个,这样直到抽出第n个产品为止。由于每次都有N种可能,故在放回抽样的问题中共有N[®]种等可能的样本点。

事件B0="全是合格品"发生必须从N-M个合格品中用放回抽样方式随机抽取n次,它共含有(N-M)ⁿ种取法,故事件B0的概率为:

$$P (B_0) = \frac{(N-M)^n}{N^n} = (1-\frac{M}{N})^n$$

事件B1="恰好有一件不合格品"发生,必须从N-M个合格品中用放回抽样抽取n-1次,而从M个不合格品中抽一次。这样就有 $M(N-M)^{n-1}$ 种取法。再考虑到不合格品出现次序(不合格品可能在第一次抽样出现,也可能在第二次抽样中出现,…,也可能在第n次抽样中出现)故B1 所含样本点的个数共有nM(N-M)n-1。故事件B1 的概率为:

$$P(B_1) = \frac{nM(N-M)^{n-1}}{N^n} = n\frac{M}{N} (1-\frac{M}{N})^{n-1}$$

类似地,事件Bm共含有($\binom{n}{m}$) M^m (N-M) $^{n-m}$ 个样本点。其中组合数($\binom{n}{m}$)是由于考虑到m个不合格品在n次放回抽样中出现的次序所致,故Bm发生的概率为:

$$P(B_m) = {n \choose m} (\frac{M}{N})^m (1 - \frac{M}{N})^{n-m}, m=0, 1, \dots, n$$

特别, 当m=n时, P(Bn)=(M/N)ⁿ。

假如给定 N=10, M=2, n=4, 在放回抽样场合来计算诸 Bm 的概率。先计算:

$$\frac{M}{N} = \frac{2}{10} = 0.2$$
, 这是在一次抽样中, 抽出不合格品的概率;

$$1-\frac{M}{N}=1-\frac{2}{10}=0.8$$
, 这是在一次抽样中,抽出合格品的概率。

于是诸 Bm 发生的概率为:

 $P(B0) = 0.8^4 = 0.4096$

 $P(B1) = 4 \times 0.2 \times 0.8^{3} = 0.4096$

P(B2) =
$$\binom{4}{2} \times 0.2^2 \times 0.8^2 = 0.1536$$

P(B2) = $\binom{4}{2} \times 0.2^3 \times 0.8 = 0.0256$

$$P(B4)=0.2^4=0.0016$$

可见,在放回抽样中,B0和B1发生的可能性最大,而B4发生的可能性很小,B4在1000次中发生还不到二次。

(二)概率的统计定义

用概率的统计定义确定概率方法的要点如下:

- (1) 与考察事件 A 有关的随机现象是可以大量重复试验的;
- (2) 若在 n 次重复试验中,事件 A 发生 kn 次,则事件 A 发生的频率为:

频率 fn(A)确能反映事件 A 发生的可能性大小;

(3) 频率 fn(A) 将会随着重复试验次数不断增加而趋于稳定,这个频率的稳定值就是事件 A 的概率。在实际中人们无法把一个试验无限次地重复下去、只能用重复试验次数 n 较大时的频率去近似概率。

〔例 1.1-6〕说明频率稳定的例子

(1)为了验证掷一枚均匀硬币出现正面的概率为 0.5,许多人做了大量的重复试验,图 1.2-10 记录了前 400 次掷硬币试验中频率 f (正面)的变化情况,在重复次数 N 较小时,f 波动剧烈,随着 N 的增大,f 波动的幅度在逐渐变小。历史上有不少人做过更多次重复试验。其结果(见表 1.1-1)表明,正面出现的频率逐渐稳定在 0.5。这个 0.5 就是频率的稳定值,也是正面出现的概率。这与用古典方法计算的概率是相同的。

表 1.1-1	历史上抛硬币试验中正面出现频率

试验者	抛的次数 n	正面出现次数 k	正面出现频率 k/n
德. 摩根	2048	1061	0.5180
蒲丰	4040	2048	0. 5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005
维尼	30000	14994	0. 4998

(2)在英语中某些字母出现的频率远高于另外一些字母。人们对各类的英语书刊中字母出现的频率进行了统计。发现各个字母的使用频率相当稳定,其使用频率见表 1.1-2。这项研究在计算机键盘设计(有方便的地方安排使用频率较高的字母健)、印刷铅字的铸造(使用频率高的字母应多铸一些)、信息的编码(使用频率高的字母用较短的码)、密码的破译等等方面都是十分有用的。

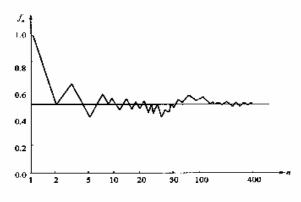


表 1.1-2 英语字母出现的频率

字母	频率	字母	频率	字母	频率
Е	0. 130	D	0.044	G	0.014
T	0.090	L	0. 036	В	0.012
0	0.081	С	0.029	V	0.010
A	0.078	F	0.028	K	0.004
N	0.073	U	0.028	X	0.003
I	0.068	M	0.026	Ј	0.001
R	0.067	Р	0.022	Q	0.001
S	0.065	Y	0.015	Z	0.001
Н	0.058	W	0.015		

注: 引自 L. Birllouin, Seience and Information Theory, New York, 1956

三、概率的性质及其运算法则

(一)概率的基本性质及加法法则

根据概率的上述定义,可以看出它具有以下基本性质:

性质 1: 概率是非负的, 其数值介于 0 与 1 之间, 即对任意事件 A, 有:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

特别,不可能事件的概率为0,必然事件的概率为1,即:

$$P(\Phi)=0, P(\Omega)=1$$

性质 2: 若 A 是 A 的对立事件,则:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

或

$$P(\overline{A})=1-P(A)$$

性质 3:若 A⊃B, 则:

P(A-B)=P(A)-P(B)

性质 4:事件 A 与 B 的并的概率为:

 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

这个性质称为概率的加法法则,可以从图 1.1-5 中看出。特别当 A 与 B 不相容时,由于 $P(AB)=P(\phi)=0$,则:

 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

性质 5:对于多个互不相容事件 A1, A2, A3, …, 也有类似的性质:

 $P(A1 \cup A2 \cup A3 \cup \cdots) = P(A1) + P(A2) + P(A3) + \cdots$

下面的例子可帮助我们理解这些性质。

(例 1.2-7] 抛三枚硬币,至少一个正面出现(记为事件 A3)的概率是多少?

解:在抛三枚硬币的随机试验中,诸如(正,反,正)这样的样本点共有 8 个。A3 中所含这样的样本点较多,但其对立事件 \overline{A}_3 ="抛三枚硬币,全是反面"={(反,反,反)},只含一个样本点,从等可能性可知P(\overline{A}_3)=1/8。再由性质 1,立即可得:

 $P(A3) = 1 - P(\overline{A}_3) = 1 - 1/8 = 7/8 = 0.875$

[例 1.1-8]一批产品共 100 件,其中 5 件不合格品,现从中随机抽出 10 件,其中最多有 2 件不合格品的概率是多少?

解: 设 A 表示事件"抽出 10 件中恰好有 i 件不合格品",于是所求事件 A="最多有 2 件不合格品"可表示为:

$$A=A0 \cup A1 \cup A2$$

并且 A0, A1, A2 为三个互不相容事件,由性质(5)P(A)=P(A0)+P(A1)+P(A2)。余下就是用古典方法 算得:Ai 的概率。据 A0 的定义,从 100 件产品随机抽出 10 件的所有样本点共有(100)个。要使抽出的 10 件产品中有 0 件不合格品,即全是合格品,则 10 件必须从 95 件合格品中抽取,所以:

$$P(A0) = \frac{\binom{95}{10}}{\binom{100}{10}} = \frac{95!}{10!85!} = 0.5837$$

类似地可算得:

$$P(A1) = \frac{\binom{5}{1}\binom{95}{9}}{\binom{100}{10}} = 0.3394$$

$$P(A2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{95}{8}}{\binom{100}{10}} = 0.0702$$

于是所求的概率是:

P(A)=0.5837+0.3394+0.0702=0.9933 可见事件 A 发生的概率很接近于 1,发生的可能性很大,而它的对立事件 \overline{A} = "抽 10 件产品中至少 3 件不合格品"的概率 $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.9933=0.0067$,发生的可能性很小。

〔例 1.1-9〕某足球队在未来一周中有两场比赛,在第一场比赛中获胜概率为 1/2,在第二场比赛中获胜概率是 1/3,如果在两场比赛中都获胜概率是 1/6,那么该队在这两场比赛中至少有一场获胜的概率是多少?

解:设事件 Ai="第 i 场比赛获胜", i=1, 2。于是有:

$$P(A1)=1/2$$
, $P(A2)=1/3$, $P(A1 A2)=1/6$

由于事件"两场比赛中至少有一场获胜"可用事件 $A1 \cup A2$ 表示,所求概率为 $P(A1 \cup A2)$ 。另外由于事件 A1 与 A2 是可能同时发生的,故 A1 与 A2 不是互不相容事件,应用性质(4)来求,即:

 $P(A1 \cup A2) = P(A1) \cup P(A2) - P(A1A2) = 1/2 + 1/3 - 1/6 = 2/3$ 这表明在未来两场比赛中至少有一场获胜的概率为 2/3。

(二)条件概率、概率的乘法法则及事件的独立性

(1)条件概率与概率的乘法法则

条件概率要涉及两个事件 A 与 B,在事件 B 已发生的条件下,事件 <math>A 再发生的概率称为条件概率,记为 P(A|B)。条件概率的计算公式为:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}, (P(B) > 0)$$
 (1.1-3)

这表明:条件概率可用两个特定的(无条件)概率之商来计算,在举例说明之前,先导出概率的乘法 公式。

性质 6:对任意两个事件 A 与 B, 有:

$$P(AB) = P(A | B) P(B) = P(B | A) P(A)$$

(1.2-4)

其中第一个等式成立要求 P(B)>0, 第二个等式成立要求 P(A)>0。

[例 1.1-10]设某样本空间含有 25 个等可能的样本点,又设事件 A 含有其中 15 个样本点,事件 B 含有 7 个样本点,交事件 AB 含有 5 个样本点,详见图 1.2-11。由古典定义可知:

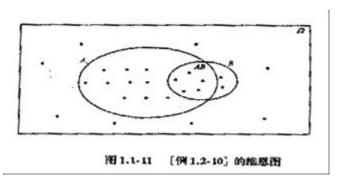
P(A) = 15/25, P(B) = 7/25, P(AB) = 5/25

于是在事件 B 发生的条件下,事件 A 的条件概率为:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5/25}{7/25} = 5/7$$

这个条件概率也可以这样来认识: 当已知事件B发生,就意味着其对立事件 \overline{B} 是不会发生了。即 \overline{B} 中 18 个样本点可不予考虑,可能的情况是事件B中的 7 个样本点之一。可见事件B的发生把原来的样本空间 Ω 缩减为新的样本空间 Ω 。这时事件A所含样本点在 Ω B中所占比率为 5/7。这与公式计算结果一致,这不是偶然的,任一条件概率都可这样解释。

类似地, 利用这个解释, 可得 P(B|A)=5/15=1/3。



[例 1. 1–11]表 1. 2–3 给出乌龟的寿命表,记事件 AX="乌龟活到 X 岁",从表中可以读出 P(A20)=0.92,P(A80)=0.87 等。

表 1.2-3

乌龟的寿命表

年龄(岁)	存活概率	年龄(岁)	存活概率
0	1.00	140	0.70
20	0. 92	160	0.61
40	0. 90	180	0. 51
60	0.89	200	0.39
80	0.87	220	0.08
100	0.83	240	0.04
120	0.78	260	0.0003

现要寻求下列事件的条件概率:

①20 岁的乌龟能活到80 岁的概率是多少?

要求的概率是条件概率 P(A80 A20), 按公式应为:

$$P(A80 | A20) = \frac{P(A20A80)}{P(A20)}$$

由于活到 80 岁的乌龟一定要先活到 20 岁,这意味着 A80 ⊂ A20,从而交事件 A20 A80=A80,故 上述条件概率为:

$$P(A80 | A20) = \frac{P(A80)}{P(A20)} = \frac{0.87}{0.92} = 0.95$$

即 100 只活到 20 岁的乌龟中大约有 95 只能活到 80 岁。

②120 岁的乌龟能活到 200 岁的概率是多少?类似有:

$$P(A200 | A120) = \frac{P(A120A200)}{P(A120)} = \frac{P(A200)}{P(A120)} = \frac{0.39}{0.78} = 0.50$$

即活到120岁的乌龟中大约有一半还能活到200岁。

这里谈论的是乌龟的寿命,假如我们能获得弹药的贮存寿命表,那么就可计算,存放 10 年的 弹药再放 5 年仍完好的概率是多少?假如有一个国家或地区的人的寿命表,就可算得 30 岁的人能活到 60 岁的概率是多少?保险公司正是利用这个条件概率对 30 岁的投保人计算人身保险费率的。

(三)独立性和独立事件的概率

设有两个事件 A 与 B,假如其中一个事件的发生不依赖另一个事件发生与否,则称事件 A 与 B相互独立。

性质 7:假如两个事件 A 与 B 相互独立,则 A 与 B 同时发生的概率为:

$$P(AB) = P(A) P(B)$$
 (1.1-5)

性质 8: 假如两个事件 A 与 B 相互独立,则在事件 B 发生的条件下,事件 A 的条件概率 P(A|B) 等于事件 A 的 (无条件) 概率 P(A) 。这是因为:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$
(1.1-6)

两个事件的相互独立性可以推广到三个或更多个事件的相互独立性。此时性质 7 可以推广到更 多个事件上去。譬如:若 A1, A2, A3, A4 为相互独的四个事件,则有:

P (A1A2A3A4) = P (A1) P (A2) P (A3) P (A4)

〔例 1. 1-12〕设实验室标本沾有污染的概率为 0. 15,如今有三个标本独立地在实验室制作,问三个标本都被污染的概率是多少?

解:设 Ai="第i个实验室标本被污染", i=1, 2, 3。要求的概率为 P(A1 A2 A3), 由于三个标本相互独立, 所以:

P(A1 A2A3)=P(A1)P(A2)P(A3)=(0.15)3=0.003375 这个概率是很小的。

〔例 1. 1-13〕用晶体管装配某仪表要用到 128 个元器件,改用集成电路元件后,只要用 12 只就够了,如果每个元器件或集成电路元件都正常工作 2000 小时以上的概率是 0. 996。并且这些元件工作状态是相互独立的,仪表中每个元件都正常工作时,仪表才能正常工作,试分别求出上述两种场合下仪表能正常工作 2000 小时的概率。

解:设事件 A="仪表正常工作 2000 小时"

事件 A1="第 i 个元件能正常工作 2000 小时"

- (1) 使用晶体管装配仪表时,应用 A=A1A2···A128。考虑到诸元件工作状态的独立性,有: P(A)=P(A1)P(A2)···P(A128)=(0.996) 128=0.599
- (2) 使用集成电路元件装配仪表时,应有 A=A1A2···A12,考虑到独立性,有:

$$P(A) = P(A1) P(A2) \cdots P(A12) = (0.996)^{12} = 0.953$$

比较上面两个结果可以看出,改进设计、减少元件数能提高仪表正常工作的概率。

从上面两个例子可以看出,独立性可以简化若干个相互独立事件交的概率的运算,因此在实际中要尽力探求事件间的独立性。

第二节 随机变量及其分布

一、随机变量

用来表示随机现象结果的变量称为随机变量。常用大写字母 X, Y, Z 等表示随机变量,而它们的取值用相应的小写字母 x, y, z 等表示。

假如一个随机变量仅取数轴上有限个点或可列个点(见图 1.2-1),则称此随机变量为离散随机变量,或离散型随机变量。

假如一个随机变量的所有可能取值充满数轴上一个区间 (a, b) (见图 1.2-2),则称此随机变量为连续随机变量,或连续型随机变量,其中 a 可以是 $-\infty$,b 可以是 $+\infty$ 。

[例 1.2-1 产品的质量特性是表征产品性能的指标,产品的性能一般都具有随机性,所以每个质量特性就是一个随机变量。例如:

(1)设 X 是一只铸件上的瑕疵数,则 X 是一个离散随机变量,它可以取 0, 1, 2, …等值。可用随机变量 X 的取值来表示事件:"X=0"表示事件"铸件上无瑕疵","X=2"表示事件"铸件上有两个瑕疵","X>2"表示事件"铸件上的瑕疵超过两个"等等。这些事件有可能发生,也可能不发生。因为 X 取 0, 1, 2, …等值是随机的。类似地,一平方米玻璃上的气泡数、一匹布上的疵点数、一台车床在一天内发生的故障数都是取非负整数 $\{0$, 1, 2, 3, … $\}$ 的离散随机变量。

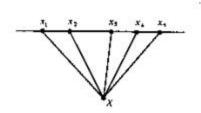


图 1.2-1 菜离散随机变量的可能取值

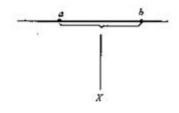


图 1.2-2 连续随机变量的可能取值

- (2) 一台电视机的寿命 X(单位:小时)是在[0, ∞)上取值的连续随机变量: "X=0"表示事件 "一台电视机在开箱时就发生故障"," $X \le 10000$ "表示事件"电视机寿命不超过 10000 小时"," $X \ge 40000$ "表示事件"电视机寿命超过 10000 小时"。
- (3) 检验一个产品,结果可能是合格品,也可能是不合格品。设 X 表示检验一个产品的不合格品数,则 X 是只能取 0 或 1 两个值的随机变量。 "X=0"表示合格品, "X=1"表示不合格品。类似地,检验 10 个产品,其中不合格品数 X 是仅可能取 0, 1, …, 10 等 11 个值的离散随机变量。更一般的,在 n 个产品中的不合格品数 X 是可能取 100, 11, 102, …, 103 等 104 个值的离散随机变量。

二、随机变量的分布

随机变量的取值是随机的,但内在还是有规律性的,这个规律性可以用分布来描述。认识一个随机变量 X 的关键就是要知道它的分布,分布包含如下两方面内容:

- (1) X 可能取哪些值,或在哪个区间上取值。
- (2) X 取这些值的概率各是多少,或 X 在任一区间上取值的概率是多少?

下面分离散随机变量和连续随机变量来叙述它们的分布,因为这两类随机变量是最重要的两类随机变量,而它们的分布形式是有差别的。

(一) 离散随机变量的分布

离散随机变量的分布可用分布列表示,譬如,随机变量 X 仅取 n 个值:x1, x2, …xn, X 取 x1 的概率为 p1, 取 x2 的概率为 p2, …, 取 xn 的概率为 pn。这些可列在一张表上,清楚地表示出来:

或用一个简明的数学式子表示出来:

$$P(X=xi)=pi$$
, $i=1, 2, \dots, n$

作为一个分布, pi 满足以下两个条件: pi ≥0, p1+p2+···pn=1。满足这两个条件的分布称为离散分布, 这一组 pi 也称为分布的概率函数。

例[1.2-2]掷两颗骰子, 其样本空间为:

考察与这个随机现象有关的一些随机变量:

(1) 设 X 表示"掷两颗骰子, 6 点出现的个数", 它的分布列为:

(2) 设 Y 表示"掷两颗骰子,点数之和":

这些随机变量 X, Y 都是各从一个侧面表示随机现象的一种结果,每个随机变量的值是随机的,但其分布告诉我们每个随机变量取值概率,使人们不仅对全局做到心中有数,而且还看到 X 取哪些值的可能性大,X 取哪些值的可能性小,譬如:

X取0可能性最大, X取2的可能性最小;

Y取7的可能性最大,Y取2,12的可能性最小:

这些分布中的概率都可用古典方法获得,每个概率都是非负的,其和均为1。

〔例 1.2-3]设在 10 个产品中有 2 个不合格品,若从中随机取出 4 个,则其中不合格品数 X 是离散随机变量,它仅可取 0,1,2 等三个值。X 取这些值的概率为(详见例 1.1-4):

$$P(X=m) = \frac{\binom{2}{m}\binom{8}{4-m}}{\binom{10}{4}}, m=0, 1, 2$$

具体计算可得如下的分布列:

从表中可见,事件"X=1"出现的机会最大,超过0.5。

对同样问题,若用放回抽样,则从 10 个产品(其中有 2 个不合格品)中随机取出 4 个,其中不合格品数 Y 是另一个随机变量,它可取 0, 1, 2, 3, 4 等五个值。Y 取这些值的概率为(详见例 1. 1–5):

$$P(Y=m) = {4 \choose m} \times 0.2^{m} \times 0.8^{4-m}$$
 m=0, 1, 2, 3, 4

具体计算可得如下分布列:

X	0	1	2	3	4	
Р	0.4096	0.4096	0. 1536	0. 0256	0.0016	

这个分布显示了 Y 取哪些值概率大, 哪些值概率小。还可计算有关事件的概率, 譬如:

 $P(Y \le 1) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = 0.4096 + 0.4096 = 0.8192$

〔例 1. 2-4]某厂生产的三极管,每 100 支装一盒。记 X 为一盒中不合格品数,厂方经多次抽查,根据近千次抽查的记录,用统计方法整理出如下分布:

从这个分布可以看出,最可能发生的不合格品数在1到3之间,而超过5个不合格品的概率很小,这两个事件的概率分别为:

 $P(1 \le X \le 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

 $=0.278 \pm 0.260 \pm 0.180$

=0.718

P(X>5) = P(X=6) + P(X=7) + P(X=8)

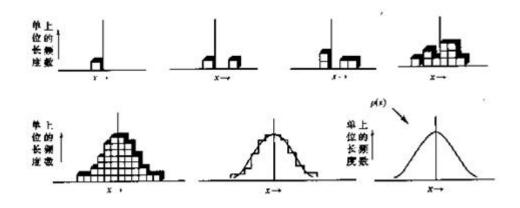
=0.010+0.002+0.002

=0.014

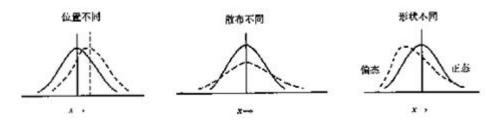
(二)连续随机变量的分布

连续随机变量 X 的分布可用概率密度函数 p(x) 表示,有些书上也记为 f(x)。下面以产品的质量特性 x(如加工机械轴的直径)为例说明 p(x)的由来。

假定我们一个接一个地测量产品的某个质量特性值 X,把测量得到的 x 值一个接一个地放在数轴上。当累积到很多 x 值时,就形成一定的图形,为了使这个图形得以稳定,把纵轴改为单位长度上的频率,由于频率的稳定性,随着被测质量特性值 x 愈多,这个图形愈稳定,其外形显现出一条光滑曲线。这条曲线就是概率密度曲线,相应的函数表达式 p(x) 称为概率密度函数,它就是表示质量特性 X 随机取值内在的统计规律性。

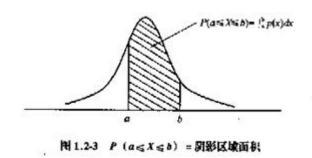


概率密度函数 p(x) 有多种形式,有的位置不同,有的散布不同,有的形状不同。这些不同的分布形式反映了质量特性总体上的差别,这种差别正是管理层特别关注之处。



这里应强调的是:图上的纵轴原是"单位长度上的频率",由于频率的稳定性,可用概率代替频率,从而纵轴就成为"单位长度上的概率",这是概率密度的概念,故最后形成的曲线称为概率密度曲线。概概率密度函数 p(x)是连续随机变理特有的概论,它有如下性质。

- (1) p(x)一定位于 x 轴上方(即 p(x)≥0)
- (2) p(x) 与 x 轴所夹面积恰好为 1。即 $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$
- (3) 连续随机变量 x 在区间 (a, b) 上取值的概率 P(a < X < b) 为概率密度曲线下,区间 (a, b) 上 所夹曲边梯形面积的面积 (见图 1.2 3) 。
 - (4) 连续随机变量 X 取一点的概率为零,即 P(X=a)=0,因为在一点上的积分永为零。



- (5) $P(a \le X \le b) = P(a \le X \le b) + P(a \le X \le b) + P(a \le X \le b)$ 者为零即得。
 - (6) 连续随机变量 X 的分布函数 F(x) 可用其密度函数算得,即

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-x}^{x} p(x) dx$$

(例 1.2-5] 考试得分是一个随机变量,下面是三个不同地区同一课程考试得分的概率密度函数 (见图 1.2-4)。得分可以取 0 到 100 分中的任意值,及格是 50 分,对每一地区,及格概率大约是 0.5 呢?还是大大超过 0.5?还是大大低于 0.5?

解:在图 1.2-4 上的 50 分处引一条垂线,则及格概率是:

P(X≥50)=从50到100之间的面积

从图 1.2-4 上可以看出:

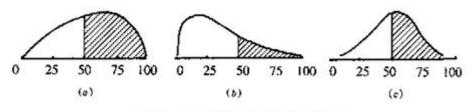


图 1.2-4 三个地区考试得分的概率密度函数

地区(a)的及格概率大大超过0.5。

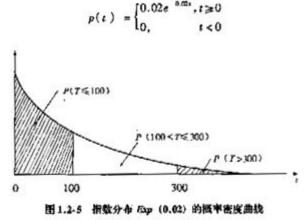
地区(b)的及格概率大大低于0.5。

地区(c)的及格概率约为 0.5。

[例 1.2-6] 用指数函数

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

表示的概率密度函数称为指数分布,记为 $Exp(\lambda)$,其中 $\lambda>0$ 。实际中不少产品发生失效(故障)的 时间,或发生故障后需要维修的时间都服从指数分布,例如某厂生产的推土机发生故障后的维修时 间 T(单位:分) 服从指数分布 Exp(002)。其概率密度函数(图 1.2-5)为:



现转入寻求一些事件的概率,在上述假定下,该推土机在100分钟内完成维修的概率是图 1.2-5 上左侧的一块阴影面积,这块面积可用积分计算:

$$P(T \le 100) = \int_0^{100} 0.02e^{-0.02t} dt = -e^{-0.02t} \mid_0^{100} = 1 - e^{-2} = 0.8647$$

顺便指出,在计算面积时,一条直线的面积为零,譬如在这个例子中P(T=100)=0,即该推土机完 成维修时间不早不迟恰好在 100 分钟的概率为零,由于这个原因,事件" $T \leq 100$ "与事件 "T<100" 的概率是相等的,即 P(T≤100)=P(T<100)。连续随机变量这一性质普遍成立,它给计算 带来方便。类似地,该推土机发生故障而在 100 到 300 分钟内完成维修的概率为:

$$P(300 < T \le 100) = \int_{100}^{300} 0.02e^{-0.02t} dt = -e^{-0.02t} \mid_{100}^{300} = e^{-2} - e^{-6} = 0.1329$$

该推土机发生故障而在300分钟后才能完成维修的概率为:

$$P(T>100) = \int_{300}^{\infty} 0.02e^{-0.02t} dt = -e^{-0.02t} \mid_{300}^{\infty} = e^{-6} = 0.0025$$

上述计算结果表明: 此种推土机的 86.47%故障可在 100 分钟内修好,有 13.29%的故障可在 100 到 300 分钟内修好,而超过 300 分钟才能修好的故障只占 0.24%。

三、随机变量分布的均值、方差与标准差

随机变量 X 的分布(概率函数或密度函数)有几个重要的特征数,用来表示分布的集中位置(中 心位置)和散布大小。

均值用来表示分布的中心位置,用 E(X)表示,譬如 E(X)=5,那意味着随机变量 X 的平均值为 5。对于绝大多数的随机变量,在均值附近取值的机会较多。它的计算公式是:

$$E(X) = \begin{cases} \sum_{i} x_{i}p_{i}, X \neq B 散分布 \\ \int_{a}^{b} xp(x)dx, X \neq E + f(x) \end{cases}$$
 (1.2-1)

其中诸 xi, pi 和 p(x)与上一小段中符号含义相同,这里不再重复。

方差用来表示分布的散布大小,用 Var (X)表示,方差大意味着分布的散布较宽、较分散,方差小意味着分布的散布较窄、较集中。方差的计算公式为:

$$\operatorname{Var}\left(X\right) = \begin{cases} \sum_{i} \left[x_{i} - E\left(X\right)\right]^{2} p_{i}, X \text{ 是离散分布} \\ \\ \int_{a}^{b} \left[x - E(X)\right]^{2} p(x) dx, X \text{ 是连续分布} \end{cases}$$
 (1.2-2)

方差的量纲是 X 的量纲的平方,为使表示分布散布大小的量与 X 的量纲相同,常对方差开方,记它的正平方根为 α ,称为标准差:

$$\sigma = \sigma \quad (X) = \sqrt{Var(X)}$$
 (1. 2-3)

由于 σ 与X的单位相同,在实际中更常使用标准差 σ 来表示分布散布大小,但它的计算还是要通过 先计算方差,然后开方来获得。

〔例 1. 2-7] 现在我们来计算〔例 1. 2-2〕、〔例 1. 2-4] 和〔例 1. 2-6] 中两个分布的均值、方差和标准差。

在〔例 1.2-2] 中随机变量"掷两颗骰子,点数之和 Y"的均值、方差和标准差分别为: E(Y)=1/36(2×1+3×2+4×3+5×4+6×5+7×6+8×5+9×4+10×3+11×2+12×1)=7

Var (Y) =1/36[$(2-7)^2 \times 1 + (3-7)^2 \times 2 + (4-7)^2 \times 3 + (5-7)^2 \times 4 + (6-7)^2 \times 5 + (7-7)^2 \times 6 + (8-7)^2 \times 5 + (9-7)^2 \times 4 + (10-7)^2 \times 3 + (11-7)^2 \times 2 + (12-7)^2 \times 1$]=5.8333

$$\sigma$$
 (Y) = $\sqrt{Var(X)} = \sqrt{5.8333} = 2.42$

计算结果表明,掷两颗骰子,点数之和的均值为7点、标准差为2.42点。类似地可以算得"掷两颗骰子,6点出现个数X"的均值为1/3,标准差为0.53。

在〔例 1.2-4]中一盒三极管中不合格品数 X 的均值、方差和标准差分别为:

 $E(X) = 0 \times 0.142 + 1 \times 0.278 + 2 \times 0.260 + 3 \times 0.180 + 4 \times 0.090 + 5 \times 0.036 + 6 \times 0.010 + 7 \times 0.002 + 8 \times 0.002 = 1.968$

 $\begin{array}{l} \text{Var}\left(X\right) = \left(0-1.\ 968\right)2\times0.\ 142+\left(1-1.\ 968\right)2\times0.\ 278+\left(2-1.\ 968\right)2\times0.\ 260\ +\left(3-1.\ 968\right)2\times0.\ 180\ + \\ \left(4-1.\ 968\right)2\times0.\ 090+\left(5-1.\ 968\right)2\times0.\ 036\ +\left(6-1.\ 968\right)2\times0.\ 010+\left(7-1.\ 968\right)2\times0.\ 002+\left(8-1.\ 968\right)2\times0. \\ 0.\ 002=1.\ 991 \end{array}$

$$\sigma(X) = \sqrt{1.991} = 1.41$$

在「例 1.2-6]中推土机的维修时间 T 的均值为:

E(T) =
$$\int_0^\infty tP(t)dt = \int_0^\infty 0.02e^{-0.02t}dt = (0.02)^{-1} = 50 \,(\%)$$

这表明推土机发生故障时,平均维修时间是 50 分钟。还可证明,指数分布的均值 E(T) 与标准 $\not\equiv \sigma(T)$ 相等。由此可知,推土机维修时间 T 的标准差 $\sigma=50$ 分钟。

〔例 1. 2-8〕看图识方差(与标准差)。图 1. 2-6(a)、(b)、(c)、(d)上画出四个分布列的线条图,其中垂线高度就是相应的概率。现要问这四个分布列中哪个方差大,哪个方差小。

由方差的定义知:

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{9} [x_i - E(X)]^2 p_i$$

其中 xi=i。若要方差小,则和式中每一项都要小。这要求:

- (1) 偏差 xi-E(X) 小,相应概率 pi 可以大一些;
- (2) 偏差 xi-E(X) 大,相应概率 pi 必定小。

这意味着: 离均值 E(X) 近的值 xi 发生的可能性大,远离均值 E(X) 的值 xi 发生的可能性小,正如图 1.2-6(d) 所示。

反之,若要方差大,则和式中必有某些乘积项较大,也就是说,有若干个大偏差 xi-E(X) 发生的概率大,或者说,远离均值 E(X) 的值 xi 发生的可能性大,正如图 1. 2-6(a) 所示。

从上述说明可以看出图 1.2-6 上四个分布列的方差(从而标准差)从上到下是逐渐减小的。

类似地,对连续分布也有类似解释,故对图 1.2-6(e)、(f)、(g)、(h)上四个连续分布的方差(或标准差)从上到下也是逐渐减小的。

随机变量(或其分布)均值与方差的有以下运算性质:

(1)设 X 为随机变量,与 b 为任意常数,则有:

E(aX+b)=aE(X)+b

Var(aX+b)=a2 Var(X)

(2)对任意两个随机变量 X1 与 X2, 有:

E(X1+X2)=E(X1)+E(X2)

这个性质可以推广到三个或更多个随机变量场合。

(3) 设随机变量 X1 与 X2 独立(即 X1 取什么值不影响另一个随机变量 X2 的取值,这相当于两个试验的独立性),则有:

 $Var(X1 \pm X2) = Var(X1) + Var(X2)$

这个性质也可推广到三个或更多个相互独立随机变量场合。

注意:方差的这个性质不能推到标准差场合,即对任意两个相互独立的随机变量 X1 与 X2,

 $\sigma(X1+X2) \neq \sigma(X1)+\sigma(X2)$,而应该是 $\sigma(X1+X2)=\sqrt{Var(X1)+Var(X2)}$ 。 或者说,对相互独立随机变量来说,其方差具有可加性,而标准差不具有可加性。

[M] = [M]

- (1) 求 U=3x+5 的均值与方差。
- (2) 求 V=2x+4v 的均值与方差。
- (3) 求 W=x-y 标准差。

利用均值与方差的运算性质可逐个算得。

(1) E (U) = $3E(x)+5=3\times5+5=20$

 $Var(U) = 9 \times Var(x) = 9 \times 2 = 18$

(2) E (V) =2E(x)+4E(y)= $2 \times 5+4 \times 9=46$

 $Var(V) = 4Var(x) + 16Var(y) = 4 \times 2 + 16 \times 2.5 = 48$

(3) Var(W) = Var(x) + Var(y) = 2+2.5=4.5

$$\sigma (W) = \sqrt{Var(W)} = \sqrt{4.5} = 2.12$$

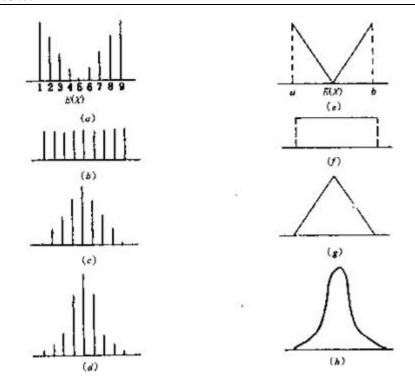


图 1.2-6 四介离散分布的方差 Va>Vb>Vc>Vd 和四个密度函数的方差 Ve>Vf>Vg>Vh

四、常用分布

(一)常用的离散分布

这里将给出三个常用的离散分布,它们是二项分布、泊松分布与超几何分布。

1. 二项分布

我们来考察由 n 次随机试验组成的随机现象,它满足如下条件:

- (1) 重复进行 n 次随机试验。例如,把一枚硬币连抛 n 次,检验 n 个产品的质量,对一个目标连续射击 n 次等。
 - (2)n 次试验间相互独立,即一次试验结果不对其他次试验结果产生影响。
- (3)每次试验仅有两个可能结果,例如,正面与反面、合格与不合格、命中与不命中、具有某 特性与不具有某特性,以下统称为"成功"与"失败"。
 - (4)每次试验成功的概率均为 p, 失败的概率均为 1-p。

在上述四个条件下,设 X 表示 n 次独立重复试验中成功出现的次数,显然 X 是可以取 0, 1, \cdots , n 等 n+1 个值的离散随机变量,且它的概率函数为:

P (X=x) =
$$\binom{n}{x}$$
P^x (1-P) $^{n-x}$, x=0, 1, ..., n (1.2-4)

这个分布称为二项分布,记为b(n,p),其中 $\binom{n}{x}$ 是从n个不同元素中取出x个组合数,它的计算公式为:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

二项分布的均值、方差与标准差分别为: E(X)=np

$$Var(X) = np(1-p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{n(1-p)}$$

特例: n=1 的二项分布称为二点分布。它的概率密度函数为:

$$P(X=x) = P^{x} (1-P)^{n-x}, x=0, 1$$

或列表如下:

它的均值、方差和标准差分别为:

$$E(X) = p$$
, $Var(X) = p(1-p)$, $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

[例 1. 2-10]在一个制造过程中,不合格品率为 0. 1,如今从成品中随机取出 6 个,记 X 为 6 个成品中的不合格品数,则 X 服从二项分布 b (6, 0. 1),简记为 $X \sim b$ (6, 0. 1)。现研究如下几个问题:

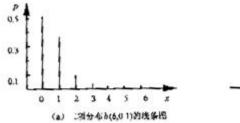
(1)恰有 1 个不合格品的概率是多少?这里规定抽到不合格品为"成功",则事件 X=1 的概率为:

$$P(X=1) = (\frac{6}{1}) \times 0.1 \times (1-0.1)^{6-1} = 6 \times 0.1 \times 0.9^{5} = 0.3543$$

这表明,6个成品中恰有一个不合格品的概率为 0.3543。类似可计算 X=0,X=1,…, X=6 的概率,计算结果可列出一张分布列,具体如下:

这里 0.0000 表示 X=6 的概率取前 4 位小数的有效数字为零,实际它的概率为 P(X=6)=0.000001,并不恰为零。

还可以画出一张线条图(图 1. 2-7 (a))来表示这个分布(7 个概率)。图上的横坐标为 X 的取值,纵轴为其相应概率。从此图上可以看出分布的形态,哪些 x 上的概率大,哪些 x 上的概率小。假如改变成功概率 p,其线条图亦会改变。譬如连抛六次硬币,其中正面出现次数 $X \sim b$ (6, 0.5)。通过计算可画出其线条图(见图 1.2-7 (b)),此图是对称的,如 P(X=2)=P(X=4)=0.2343。



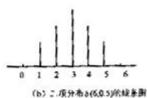


图 1.27 二项分布b(n, p) 的线象图

(2) 不超过 1 个不合格品的概率为:

 $P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1) = 0.5314 + 0.3543 = 0.8857$

这表明, 6个成品中不超过1个不合格品的概率为0.8857。

在实际中经常要求形如 " $X \le x$ " 的概率,在概率论中把事件 " $X \le x$ " 的概率称为 X 的分布函数,记为 F(x),即:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

二项分布的分布函数已编制了数表,详见附表 1-1,此表可帮助我们计算,例如从附表 1-1 中可查得:

 $P(X \le 1) = 0.8857, P(X \le 4) = 0.9999$

于是可算得:

 $P(1 \le X \le 4) = P(X \le 4) - P(X \le 1) = 0.9999 - 0.8857 = 0.1142$

(3) 二项分布 b(6, 0.1) 的均值、方差与标准差分别为:

E (X) =np=6×0. 1=0. 6
Var (X) =np (1-p)=6×0. 1×0. 9=0. 54

$$\sigma$$
 (X) = $\sqrt{np(1-p)}$ = $\sqrt{0.54}$ =0. 73

2. 泊松分布

泊松分布可用来描述不少随机变量的概率分布。例如:

- (1)在一定时间内,电话总站接错电话的次数;
- (2) 在一定时间内,某操作系统发生的故障数:
- (3)一个铸件上的缺陷数:
- (4)一平方米玻璃上气泡的个数:
- (5)一件产品被擦伤留下的痕迹个数;
- (6)一页书上的错字个数。

从这些例子可以看出,泊松分布总与计点过程相关联,并且计点是在一定时间内、或一定区域内、或一特定单位内的前提下进行的,若 λ 表示某特定单位内的平均点数(λ >0),又令 X 表示某特定单位内出现的点数,则 X 取 x 值的概率为:

P (X=x) =
$$\frac{\lambda^x}{x!}$$
 e^{-\lambda}, x=0, 1, 2, ... (1.2-5)

这个分布就称为泊松分布,记为 $P(\lambda)$,其中 e=2.71828····

泊松分布的均值与方差相等,且均为λ,于是有:

$$E(X) = \lambda$$
, $Var(X) = \lambda$, $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$ (1.3-6)

〔例 1.2–11]某大公司一个月内发生重大事故数 X 是服从泊松分布的随机变量,根据过去事故的记录,该大公司在一个月内平均发生 1.2 起重大事故,这表明: X 服从 λ =1.2 的泊松分布,现考察如下事件的概率。

(1)在一个月内发生1起重大事故的概率为:

$$P(X=1) = \frac{1.2}{1!} e^{-1.2} = 0.362$$

类似地也可计算 X 取其他值的概率,现罗列于如下分布列中:

X	0	1	2	3	4	5	6	7 ···
Р	0.301	0.362	0.216	0.087	0.026	0.006	0.002	0.000

此例中,X理论上也可以取8,9,…等值。由于取这些值的概率的前三位小数皆为零,甚至更小,已无多大实际意义,故可不列出,当作不可能事件处理。也可把此8个概率画一张线条图,如图1.2-8。

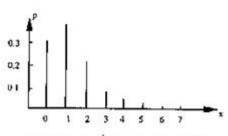


图 1.2-8 泊松分布 P(1.2) 的线条图

(2)在一个月内发生重大事故超过 2 起的概率为: $P(X>2)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+\cdots$ =1- (P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]

=1-(0.301+0.362+0.216)=0.121

这表明,该公司在一个月内发生重大事故超过2起的概率为0.121。

(3) 泊松分布 P(1.2) 的均值、方差与标准差分别为:

$$E(X) = Var(X) = 1.2$$
, $\sigma(X) = \sqrt{1.2} = 1.1$

3. 超几何分布

从一个有限总体中进行不放回抽样常会遇到超几何分布。

$$P(X=x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \qquad x=0, 1, \dots, r \qquad (1.2-7)$$

其中 r=min(n, M), 这个分布称为超几何分布, 记为 h(n, N, M)。

超几何分布 h(n, N, M)的均值、方差分别为:

$$E(X) = \frac{nM}{N}; Var(X) = \frac{n(N-n)}{N-1} \frac{M}{N} (1-\frac{M}{N})$$

[例 1.2-12]一货船的甲板上放着 20 个装有化学原料的圆桶,现发现有 5 桶被海水污染了,若从中随机抽出 8 桶,并记 X 为其中被污染的桶数,现要求 X 的分布。

解:按题意知, X 服从超几何分布 h(n, N, M), 其中 N=20, M=5, n=8, r=min(n, M)=5, 所求的分布为:

$$P(X=x) = \frac{\binom{5}{x}\binom{20-5}{8-x}}{\binom{20}{8}}, x=0, 1, 2, 3, 4, 5$$

当 X=0 时,可算得:

$$P(X=0) = {5 \choose 0} {15 \choose 7} / {20 \choose 8} = 6435/125970 = 0.0511$$

X=1 时,可算得:

$$P(X=1) = {5 \choose 1} {15 \choose 8} / {20 \choose 8} = 32175/125970 = 0.2554$$

类似可算得 X=2, 3, 4, 5 的概率。现把结果列表如下:

这就是 X 的分布, 其线条图见图 1.2-9 由此还可算得各种事件的概率。例如, 取出的 8 桶中有不多于 3 桶被污染的概率为:

$$P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

= 0. 0511+0. 2554+0. 3973+0. 2384=0. 9424

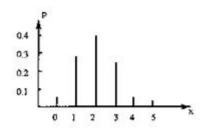


图 1.2-9 超几何分布 h(8, 20, 5) 的线条图

最后,还可算得此超几何分布 h(8,20,5)的均值、方差与标准差。具体如下:

E (X) =
$$\frac{nM}{N} = \frac{8 \times 5}{20} = 2$$

Var (X) = $\frac{n(N-n)}{N-1} \frac{M}{N}$ (1- $\frac{M}{N}$) = $\frac{8(20-8)}{19} \times \frac{5}{20} \times \frac{15}{20} = 0.9474$
 $\sigma (X) = \sqrt{0.9474} = 0.97$

(二)正态分布

正态分布是在质量管理中使用最为频繁的分布,它能描述很多质量特性 X 随机取值的统计规律性。

1. 正态分布的概率密度函数 正态分布的概率密度函数有如下形式:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty \langle x \langle \infty \rangle$$

(1.2-9)

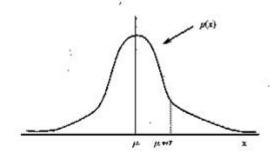


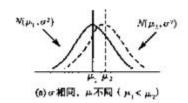
图 1.2-10 正态曲线、μ为正态分布中心、μ±σ为 拐点

它的图形是对称的钟形曲线,常称为正态曲线。见图 1.2-10。

正态分布含有两个参数 μ 与 σ ,常记为 $N(\mu, \sigma^2)$ 。其中 μ 为正态分布的均值,它是正态分布的中心。质量特性X在 μ 附近取值的机会最大,p(x) 关于 $x=\mu$ 对称。 σ^2 是正态分布的方差, $\sigma>0$ 是正态分布的标准差, σ 愈大,分布愈分散; σ 愈小,分布愈集中。

固定标准差 σ 时,不同的均值,如 μ 1< μ 2,对应的正态曲线的形状完全相同,仅位置不同,见图 1. 2–11 (a)。

固定均值 μ 时,不同的标准差,如 σ 1 $\langle \sigma$ 2,对应的正态曲线的位置相同,但形状(高低与胖瘦)不同,见图 1. 2–11 (b)。



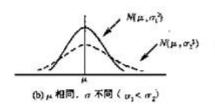


图 1.2-11 正态曲线的比较

2. 标准正态分布

μ = 0 且 σ = 1 的正态分布称为标准正态分布,记为 N(0, 1)。它是特殊的正态分布,服从标准 正态分布的随机变量也记为 U,它的概率密度函数记为 ψ (u) ,它的图形见图 1.2-12 。

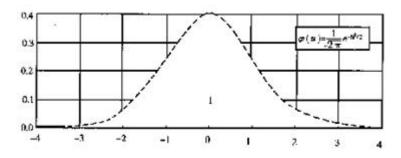


图 1.2-12 标准正心分布的概率密度函数 q (a) 的图形

实际中很少有一个质量特性(随机变量)的均值恰好为0,方差与标准差恰好为1。一些质量特性的不合格品率均要通过标准正态分布才能算得。这里将先介绍标准正态分布表及其应用,分以下几点叙述。

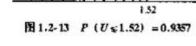
(1)标准正态分布表,它可用来计算形如 "U \leq u" 的随 机事件发生的概率。根据 u 的值可在标准正态分布表 (附表 1-2)上查得,例如事件 "U \leq 1.52"的概率可从附表 1-2 上 查得

 $P(U \le 1.52) = \Phi(1.52) = 0.9357$

它表示随机变量 U 取值不超过 1.52 的概率,在数量上它恰好为 1.52 左侧的一块阴影面积(见图 1.2-13)。

由于直线是没有面积的,即直线的面积为零,故:

 $P(U \le 1.52) = P(U \le 1.52) = \Phi(1.52) = 0.9357$

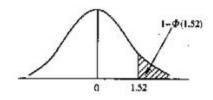


综合上述,可得如下计算公式:

 $P(U \leq a) = P(U \leq a) = \Phi(a)$

类似的计算公式还有一些,现罗列如下,图形可帮助我们理解它。

- $(2) P(U \ge a) = 1 \Phi(a)$, (见图 1.2-14)。
- (3) Φ (-a)=1- Φ (a) (见图 1.2-15)。



(4) 1.2-14 $P(U \ge 1.52) = 1 - \Phi(1.52) = 0.0643$

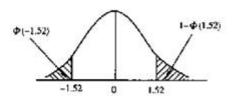
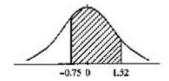
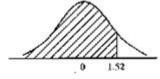
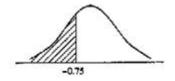


图 1.2-15 中(-1.52)=1-中(1.52)

(4) P (a≤U≤b)=Φ(b)-Φ(a)(见图 1.2-16)。







 $| \P | 1.2 \cdot 16 \quad P(-0.75 \le U \le 1.52) = P(U \le 1.52) - P(U \le -0.75) = \Phi(1.52) - \Phi(-0.75)$

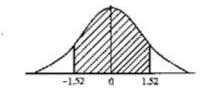
(5) P(|IJ|≤a)=2Φ(a)-1(见图 1, 2-17)。

3. 标准正态分布 N(0, 1) 的分位数

分位数是一个基本概念,这里结合标准正态分布 N(0,1) 来叙述分位数概念。对概率等式 $P(U \le 1,282)=0.9$,有两种不同说法:

- (1) 0.9 是随机变量 U 不超过 1.282 的概率。
- (2)1.282 是标准正态分布 N(0, 1)的 0.9 分位数,也称为 90%分位数或 90 百分位数,记为 u0.9。

后一种说法有新意, 0.9 分位数 u0.9 把标准正



 $\mathbb{E}[1.2-17 \quad P(\mid U\mid \leqslant 1.52) = P(-1.52 \leqslant U \leqslant 1.52)$ $= \Phi(1.52) - \Phi(-1.52) \approx 2\Phi(1.52) - 1$

态分布密度函数 φ (u)下的面积分为左右两块,左侧一块面积恰好为 0.9,右侧一块面积恰好为 0.1,见图 1.2–18。

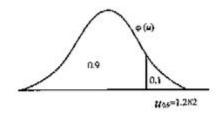


图 1.2-18 N (0, 1) 的 0.9 分位数 uto

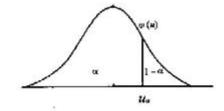


图 1.2-19 N (0, 1) 的 a 分位数 u.

一般说来,对任意介于 0 与 1 之间的实数 α ,标准正态分布N(0, 1)的 α 分位数是这样一个数,它的左侧面积恰好为 α ,它的右侧面积恰好为 $1-\alpha$ (详见图 1.2-19)。用概率的语言表示,U的 α 分位数 α 是满足下列等式的实数:

$$P(U \leq u_{\alpha}) = \alpha$$

分位数 u_{α} 亦可用标准正态分布表从里向外查得,尾数可用内插法得到,譬如 0.95 的分位数 u0.95 可先查得:

u0. 9495=1. 64 u0. 9505=1. 65

由于概率 0.95 恰好介于 0.9495 与 0.9505 中间, 故 u0.95=1.645。

0.5 分位数, 即 50%分位数, 也称为中位数, 在标准正态分布 N(0, 1)场合, u0.5=0。

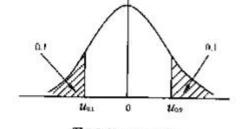
当 a <0.5 时,譬如 a =0.25,则由对称性可知 u0.25=-u0.75。u0.75=0.675,对它加上负号即得 u0.25=-0.675,类似地有 u0.1=-u0.9=-1.282(见图 1.2-20)。

标准正态分布的α分位数μα表见附表1-3。

4. 有关正态分布的计算

现在转入正态分布的计算。正态分布计算是基于下面的重要性质。

性质 1: 设X
$$\sim$$
N(μ , σ^2), 则U= $\frac{X-\mu}{\sigma}\sim$ N(0, 1)



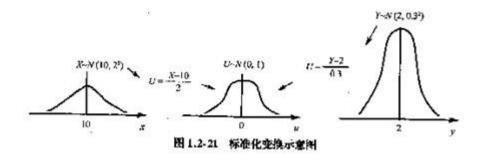
 $131.2-20 \quad u_{0,1} = -u_{0,1}$

此性质表明,任一个正态变量 X(服从正态分布的随机变量) 经过标准化变换 $(X-\mu)/\sigma$ 后都归一到标准正态变量 U。这里标准化变换是指正态变量减去其均值后再除以相应的标准差。譬如:

若
$$X \sim N(10, 2^2)$$
,通过标准化变换 $U = \frac{X - 10}{2} \sim N(0, 1)$

若 Y~N(2, 0.32), 通过标准化变换
$$U=\frac{Y-2}{0.3}$$
~N(0, 1)

两个正杰变量及其标准化变换后的分布的示意图见图 1.2-21。



性质 2:设 $X \sim N(\mu, \sigma 2)$, 则对任意实数 a, b 有:

(1) P (X\langle b) =
$$\phi$$
 ($\frac{b-\mu}{\sigma}$)

(2) P (
$$X > a$$
) =1- ϕ ($\frac{a-\mu}{\sigma}$)

(3) P (a >X\phi (
$$\frac{b-\mu}{\sigma}$$
) - ϕ ($\frac{a-\mu}{\sigma}$)

其中Φ(•)为标准正态累积分布函数,其函数值可从附表 1-2 中查得。

[例 1. 2-13] 设 $X \sim N(10, 2^2)$ 和 $Y \sim N(2, 0.3^2)$,概率P(8 < X < 14) 和P(1.7 < Y < 2.6) 各为多少? 首先对每个正态变量经过各自的标准化变换得到标准正态变量,这个过程见图 1. 2-22。根据性质 2 中(3),让区间端点随着标准化变换而变化,最后可得:

P (8 >X<14) =
$$\phi$$
 ($\frac{14-10}{2}$) - ϕ ($\frac{8-10}{2}$) = ϕ (2) - ϕ (-1)
0. 9772-(1-0. 8413)=0. 8185

P (1.7 >X<2.6) =
$$\phi$$
 ($\frac{2.6-2}{0.3}$) - ϕ ($\frac{1.7-2}{0.3}$) = ϕ (2) - ϕ (-1) =0.8185

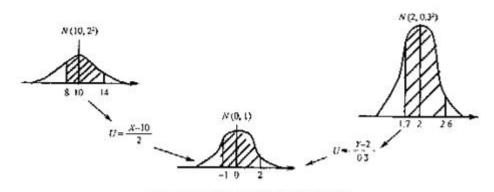


图 1.2-22 区间端点随着标准化变换而变

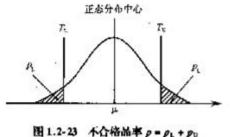
从这个例子可以看到标准化变换在正态分布计算中的作用,数不清的各种正态分布计算都可通 过一张标准正态分布表来实现,关键在于标准化变换。

[例 1.2-14]产品某个质量特性 X 的不合格品率的计算要知道下列两件事:

- (1) 质量特性X的分布,在过程受控情况(见第四章)下,X的分布常为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,这是稳定过程的概括。
- (2)产品的规范限,常包括上规范限T_L和下规范限T_L,这些都是用文件形式对产品特性所作的要求,这些要求可能是顾客要求、可能是公认的标准、也可能是企业下达的生产任务书。

明确了这两点后,产品质量特性 X 的不合格品率为: p=pL+pu

其中 p_{L} 为X低于下规范限的概率, p_{U} 为X高于上规范限的概率(见图 1.2-23),即:



$$P_{L}=P (X < T_{L}) = \phi (\frac{T_{l} - \mu}{\sigma})$$

$$P_{U}=P (X > T_{U}) = 1 - \phi (\frac{T_{U} - \mu}{\sigma})$$

其中Φ(•)为标准正态分布函数,其函数值可从附表 1-2 中查得。

为了具体说明不合格品率的计算,可看下面的例子。

(1)某厂生产的电阻器的规范限为 $80\pm 4k\,\Omega$ 。现从现场得知该厂电阻器的阻值X服从正态分布,其均值 μ =80. $8k\,\Omega$,标准差 σ =1. $3k\,\Omega$ 。则其低于下规范限 T_L =76 $k\,\Omega$ 的概率和超过上规范限 T_U =84 $k\,\Omega$ 的概率分别为:

$$P_{L}=P \ (X<76) = \varphi \ (\frac{76-80.8}{1.3}) = 1-\varphi \ (2.46) = 0.0069$$

$$P_{U}=P \ (X) \ 84) = 1-\varphi \ (\frac{84-80.8}{1.3}) = \varphi \ (-3.7) = 0.0001$$

故该电阻器的不合格品率 p=pL+pU=0.0070。

(2) 某部件的清洁度X(单位:毫克) 服从正态分布N(48, 12^2)。清洁度是望小特性(愈小愈好的特性),故只需规定其上规范限,现规定 T_0 =85 毫克,故其不合格品率为:

$$P=P_U=P (X>85) = 1-\phi (\frac{85-48}{12}) = 1-\phi (3.08) = 0.000968$$

故在清洁度指标上,该部件的不合格品率为968ppm。

(3) 某金属材料的抗拉强度(单位:kg/cm2) 服从正态分布 $N(38, 1.8^2)$ 。抗拉强度是望大特性(愈大愈好的特性),故只需规定其下规范限,如今 T_1 =33kg/cm2。故其不合格品率为:

$$p = p_L = P(X < 33) = \Phi (-$$

2.78) = 0.0027 = 0.27%

在抗拉强度上,该金属材料的不合格品率为 0.27%。

[例 1.2-15]在正态分布中心 μ 与规范中心 (M=(TL+TU)/2)重合时,若规范限取为 μ ± k σ ,其中 k 为某个实数,则有:

合格品率=
$$P(|X-\mu| \leq k \sigma)=2\Phi(k)-1$$
:

不合格品率= $P(|X-\mu|>k\sigma)=2(1-\Phi(k)]$:

对k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 可通过查附表 1-2 算得上述各种概率,具体计算结果见图 1. 2-24,其中不合格品率用 $ppm(10^{-6})$ 单位表示,特别过小的不合格品率更是如此。

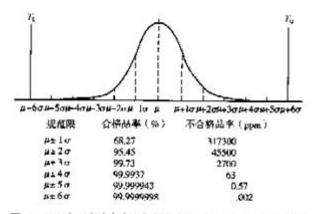


图 1.2-24 在正态分布中心与规范中心重合时, x 超出规范膜 # = kr (k = 1, 2, ..., 6) 的不合格品率

(三)其他连续分布

正态分布是实际中最常用的分布,但在实际中还有很多非正态的连续分布也很有用,在质量管理中最常用的是均匀分布、对数正态分布和指数分布等三个分布,现分别介绍如下。

1. 均匀分布

均匀分布在两端点 a 与 b 之间有一个平坦的概率密度函数,见图 1.2—25b,它的全称是"在区间 (a,b) 上的均匀分布",常记为 U(a,b)。这里"均匀"是指随机点落在区间 (a,b) 内任一点的机会是均等的,从而在相等的小区间上的概率相等。

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & 其他 \end{cases}$$
 (1.2-10)

图 1. 2-25 (a) 即是 U (a, b) 的概率密度函数的图形。若一随机变量 X 服从均匀分布 U(10, 15),它的概率密度函数为

$$P(x) = \begin{cases} 0.2 & 10 < x < 15 \\ 0, 其它 \end{cases}$$

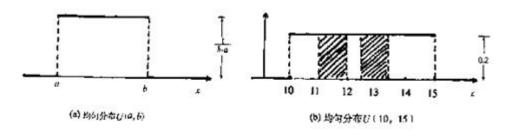


图 1.2-25 均匀分布有一个恒定的概率密度函数

其图形 U(10, 15) (见图 1.2-25(a)),则 X 在小区间(11, 12)与小区间(12.5, 13.5)上的面积相等,即:

 $P(11 \le X \le 12) = P(12.5 \le X \le 13.5) = 1 \times 0. = 0.2$

均匀分布 U(a, b)的均值、方差与标准差分别为:

E (X) = (a+b) /2; Var (X) =
$$\frac{(b-a)^2}{12}$$
; σ (X) = $\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}$

如图 1.2-25(b)上所示的均匀分布 U(10, 15),它的均值、方差与标准差分别为:

$$E(X) = (a+b) /2=(10+15)/2=12.5$$

Var (X) =
$$\frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(15-10)^2}{12} = 2.08$$

 σ (X) = $\sqrt{2.08} = 1.44$

2. 对数正态分布

对数正态分布可用来描述很多随机变量的分布,如化学反应时间、绝缘材料被击穿时间、产品维修时间等都是服从对数正态分布的随机变量。它们有如下共同特点:

(1) 这些随机变量都在正半轴(0,∞)上取值。

(2)这些随机变量的大量取值在左边,少量取值在右边,并且很分散,这样的分布称为"右偏分布"(见图 1.2-26(a))。如机床维修中,大量机床在短时间内都可修理好,只有少量机床需要长时间维修,个别机床可能需要更长的修理时间。

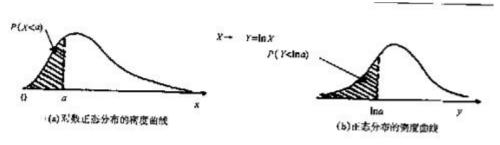


图 1.2-26 对数正态分布

- (3)最重要的特征是: 若随机变量 X 服从对数正态分布,则经过对数变换 Y=1nX(1n 是自然对数)后服从正态分布,即原来 X 的分布是(右)偏态分布,经对数变换后,成为正态分布,或者说对数正态变量经对数变换后为正态变量。
 - (4) 若记正态分布的均值为 μ_x ,方差为 σ^2_x ,则相应的对数正态分布的均值 μ_x 与方差 σ^2_x 分别为 μ_x =E (X) =exp { μ_y + σ^2_y /2}

 $\sigma_x^2 = Var(X) = \mu_x^2 \{ exp(\sigma_y^2) - 1 \}$ (1.2-12)

(5) 寻求对数正态变量 X 的有关事件的概率,经过对数变换后可转化为求正态变量 $Y=\ln X$ 的相应事件的概率,如:

 $P(X \le a) = P(1nX \le 1na)$

=P(Y<1na)

$$= \phi \left(\frac{\ln a - \mu_{Y}}{\sigma_{Y}} \right)$$

见图 1.2-26(a) 与图 1.2-26(b) 上的两块阴影面积。

〔例 1. 2-16] 绝缘材料在正常电压下被击穿的时间 X 为服从对数正态分布的随机变量,若令 Y=1nX,则 Y 为服从正态分布的随机变量。若已知 Y 的均值、方差与标准差分别为:

$$\mu_{Y}=7.5$$
, $\sigma_{Y}^{2}=4$, $\sigma_{Y}=2$

由上述公式知, X 的均值、方差与标准差为:

 $\mu = \exp \{7.5 + 4/2\} = e9.5 = 13359.73$

$$\sigma_{X}^{2} = (e^{9.5})^{2} (e^{4} - 1) = e^{19} (e^{4} - 1) = 9.566 \times 10^{9}$$

$$\sigma_x = \sqrt{9.566 \times 10^9} = 9.78 \times 10^4$$

这表明该绝缘材料被击穿的平均时间约为 1.34×105 小时,标准差为 9.78×104 小时,标准差是平均时间的 7 倍多,可见对数正态分布是很分散的分布。

3. 指数分布

用以下指数函数

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

表示的概率密度函数称为指数分布。该分布仅含一个参数>0,常记为 $Exp(\lambda)$ 。服从指数分布的随机变量 X 仅

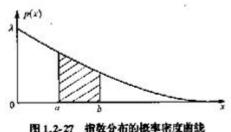


图 1.2-27 指数分布的概率密度曲线 P(a < z < b) = F(b) - F(a)

取非负实数,即仅在 $[0, \infty]$ 上取值,指数分布的概率密度函数的图形如图 1.2-27 所示。它的分布函数 F(x) 有一个简洁表达式,当 x<0 时,F(x)=0,而当 x>0,有

$$F(x) = P(x \le x) = \int_0^x p(x) dx = 1 - e^{-\lambda x}, x > 0$$

从而事件"X 在区间(a,b)上取值"的概率为图 1.2-27 上阴影的面积,它的计算公式为:

$$P (a < X < b) = \int_a^b p(x) dx = F (a) - F (b)$$

指数分布有重要应用,特别在可靠性(见第五章)中,譬如:

- (1)设备的维修时间 X 常服从指数分布(见例 1.2-6)。很多设备故障的维修时间在短时间内可修复,少数故障需要较长时间修复,个别故障需要相当长时间才可修复。
 - (2) 排队等候服务(如等候付款等)服从指数分布。
 - (3) 一次电话的通话时间服从指数分布。
- (4) 某些电子元器件的奉命、某些设备的使用寿命以及某些系统(如发电系统、通讯系统等)的寿命也都服从指数分布。

指数分布 Exp(λ)的均值、方差与标准差分别为

E (X) =1/
$$\lambda$$
; Var (X) =1/ λ ²; σ (X) =1/ λ

[例 1. 2-17]某热水器首次发生故障的时间 T(单位:小时)服从参数 λ =0. 002 的指数分布,它的概率密度函数与分布函数分别为:

$$F(x) = \begin{cases} 1-0.002, & t \ge 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$$

则该种热水器在300到500小时内需要维修的概率为:

P (300
$$\leq$$
T \leq 500) =F (500) - F (300)
= $e^{-0.002\times300}$ - $e^{-0.002\times500}$
= $e^{-0.6}$ - e^{-1}
=0. 1809

该种热水器首次发生故障时间的均值与方差分别为:

现将上述常用分布总结在表 1.2-1

表 1.2-1

常用分布表

	概率函数或密度函数	均值)i &
点分析 8 (1. p)	$P(X=x) = p^{x}(1-p)^{1-x}, x=0, 1$,	p (1-p)
.项分布 b (n, p)	$P(X=x) = {n \choose x} p^x (1-p)^{n-x},$ $x=0, 1, \dots, n$	TOP	np (1-p)
拍松分布 P(x)	$P(X = \pi) = \frac{\lambda^{2}}{x!}e^{-\lambda},$ s = 0, 1, 2,	, ,	λ
超几何分布 h (n, N, M)	$P_{-}(X=x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}},$ $z=0, 1, \dots, r, r = min_{-}(n, M)$	nM N	$n \cdot \frac{(N-n)}{N-1} \cdot \frac{M}{N} \cdot (1 - \frac{M}{N})$
正态分布 N (μ, σ²)	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\alpha < \tau < \alpha$	μ	a ²
标带正态分布 № (0, 1)	$\varphi_{-}(u) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}, -\infty < u < \infty$	O,	1
指数分布 Esp (λ)	$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	1 1	1 A ⁷
均均分布 E (a, b)	$p(x) = \begin{cases} b - a, & a \le x \le b \\ 0, & \text{ H.ft.} \end{cases}$	<u>n+h</u>	(b − a)² 12
N数正志分布 LN (μ. よ)	$\rho_{-}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\mu_{0}-x)^{2}}{2x^{2}}}, & z > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$	2.5	[e ⁻²] [e ² -1]

五、中心极限定理

中心极限定理是统计中常用到的一个结论:多个相互独立随机变量的平均值(仍然是一个随机变量),服从或近似服从正态分布。为介绍这个定理先要作一项准备。

(一) 随机变量的独立性

两个随机变量 X1 与 X2 相互独立是指其中一个的取值不影响另一个的取值,或者说是指两个随机变量独立地取值。譬如,抛两颗骰子出现的点数记为 X1 与 X2,则 X1 与 X2 是相互独立的随机变量。又如从生产线随机取两个产品,其质量特性分别记为 X1 与 X2,则些 X1 与 X2 也是相互独立的随机变量。

随机变量的相互独立性可以推广到三个或更多个随机变量上去。

以下要用到一个假定: "X1, X2, …, Xn 是 n 个相互独立同分布的随机变量"。这个假定有两个含义:

- (1) X1, X2, …, Xn 是 n 个相互独立的随机变量,如在生产线上随机取 n 个产品,它们的质量特性用 X1, X2, …, Xn 表示,那么可认为 X1, X2, …, Xn 是 n 个相互独立的随机变量。
- (2) X1, X2, …, Xn有相同的分布,且分布中所含的参数也都相同,譬如都为正态分布,且都有相同均值 μ 相同的方差 σ^2 。 又如若都有指数分布,那么其中的参数 λ 也都相同。

今后,把 n 个相互独立同分布的随机变量 X1,X2,…,Xn 的均值称为样本均值,并记为 x,即:

$$\bar{x} = \frac{X1 + X2 + ... + Xn}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

(二) 正态样本均值的分布

定理 1 设X1,X2,···,Xn是n个相互独立同分布的随机变量,假如其共同分布为正态分布N (μ,σ^2) ,则样本均值x仍为正态分布,其均值不变仍为 μ ,方差 $\sigma^2=\sigma^2/n$

这个定理表明:在定理 1 的条件下,正态样本均值x服从正态分布N(μ , σ^2/n)。 [例 1. 2–18] 设X1,X2,···,X9 是相互独立同分布的随机变量,共同分布为正态分布N(10, σ^2/n),则其样本均值:

$$\bar{x} = \frac{X1 + X2 + ... + X9}{9}$$

服从N(10,(5/3)²)。这表明,x的均值仍为 10,x的方差为 25/9=2.78,x标准差为: σ (X) = $\sqrt{25/9}$ =5/3=1.67

(三) 非正态样本均值的分布

定理 2(中心极限定理)设X1,X2,…,Xn为n个相互独立同分布随机变量,其共同分布不为正态或未知,但均值 μ 和方差 σ^2 都存在,则在n较大时,其样本均值 x 近似服从正态分布N(μ , σ^2 /n)。

这个定理表明:无论共同的分布是什么(离散分布或连续分布,正态分布或非正态分布),只要独立同分布随机变量的个数 n 相当大时,x 的分布总近似于正态分布,这一结论是深刻的,也是重要的,这说明平均值运算常可以从非正态分布获得正态分布。

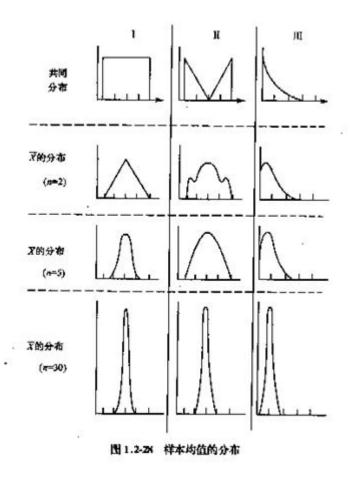
[例 1.2-19]图 1.2-28 中我们选了三个不同的共同分布:

- I 均匀分布(无峰)
- II 双峰分布
- III 指数分布(高度偏斜)

假如 n=2,那么在 I 的场合,2 个均匀分布的变量之均值 x的分布呈三角形,在 II 的场合,x的分布出现中间高,在 III 的场合 x的分布的峰开始偏离原点。在 n=5 时,三种场合都呈现单峰状,并且前两个还有很好的对称性。在 n=30 时,三种场合下 x的分布几乎完全相同,只在位置上有些差别,这个关别是由原始共同分布的均值不同而引起的,另外,这时正态分布的峰都很高,那是因为平均后的标准差为

$$\sigma (X) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{30}} = \frac{\sigma}{5.48}$$

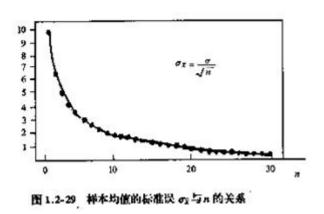
图 1.2-28 有很强的直观性和说服力, 这就是中心极限定理的魅力。



在统计中一个统计量的标准差称为标准误差,或简称为标准误。特别样本均值x的标准误 σ_x ,无论是正态样本均值或非正态样本均值都有或近似有:

$$\sigma$$
 (X) = $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

它随着n的增加而减少。图 1.2-29 表明这种关系,注意到在n<10 时, σ_x 下降较快,而当n>10 时, σ_x 下降渐趋缓慢。



[例 1. 2-20] 我们常常对一个零件的质量特性只测一次读数,并用这个读数去估计过程输出的质量特性,一个很容易减少测量系统误差的方法是:对同一个零件的质量特性作两次或更多次重复

测量,并用其均值去估计过程输出的质量特性,这就可以减少标准差,从而测量系统的精度就自动增加。当然这不是回避使用更精密量具的理由,而是提高现有量具精度的简易方法,多次测量的平均值要比单次测量值更具有稳定性。

第三节 统计基础知识

(一) 总体、个体与样本

在一个统计问题中,称研究对象的全体为总体,构成总体的每个成员称为个体。若关心的是研究对象的某个数量指标,那么将每个个体具有的数量指标 x 称不个体,这样一业,总体就是某数量指标值 X 的全体(即一堆数),这一堆数有一个分布,从而总体可用一个分布描述,简单地说,总体就是一个分布。统计学的主要任务就是:

- (1) 研究总体是什么分布?
- (2) 这个总体(分布)的均值、方差(或标准差)是多少?

[例 1.3-1](1)对某产品仅考察其合格与否,记合格品为 0,不合格品为 1,那么: 总体={该产品的全体}={由 0 或 1 组成的一堆数}

这一堆数的分布是什么呢? 若记 1 在总体中所占比例为 p,则该总体可用二点分布 b(1,p) (n=1 的二项分布)表示:

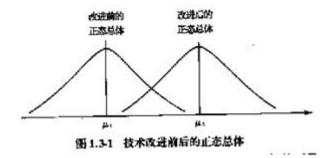
X	0	1	
P	1-р	р	

譬如,有两个工厂生产同一产品,甲厂的不合格品率 p=0.01, 乙厂的不合格品率 p=0.08, 甲乙两厂所生产的产品(即两个总体)分别用如下两个分布描述:

X_{\mp}	0	1	$X_{\mathbb{Z}}$	0	1	
P	0.99	0.01	 Р	0.92	0.08	

如此认识总体既看到总的本质,又看到不同总体的差别。

(2) 考察某橡胶件的抗张强度,它可用 0 到∞上一个实数表示,这时总体可用区间 [0, ∞) 上的一个概率分布表示。国内外橡胶业对其抗张强度有较多研究,认为橡胶件的抗张强度服从正态分布N(μ , σ ²),该总体常称为正态总体。这时统计要研究的问题是:正态均值 μ 是多少?正态标准差 σ ²是多少?又如若对橡胶件进行技术改进,如通过改进配料,提高了该橡胶件抗张强度的均值(见图 1.3–1)。这时我们要研究的问题是:技术改进后的正态均值有多大改变?



(3) 用非对称分布(即偏态分布)描述的总体也是常见的。譬如某型号电视机寿命的全体所构成的总体就是一个偏态分布(见图1.3-2)。

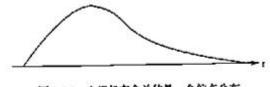


图 1.3-2 电视机寿命总体是一个偏恋分布

(二) 样本

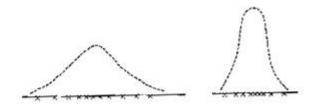
从总体中抽取部分个体所组成的集合称为样本。样本中的个体有时也称为样品,样本中所包含的个体的个数称为样本量,常用 n 表示。

人们从总体中抽取样本是为了认识总体,即从样本推断总体,如推断总体是什么类型的分由? 总体均值是多少?总体的标准差是多少?为了使此种统计推断有所依据,推断结果有效,对样本的抽取应有所要求。

满足下面两个条件的樯本称为简单随机样本,简称随机样本。

- (1) 随机性。总体中每个个体的分布都应与总体分布相同。只要随机抽样就可保证此点实施。
- (2) 独立性。从总体中抽取的每个个体对其化个体的抽取无影响。假如总全体是无限的,独立性容易实现;若总体很大,特别与样本量 n 相比是很大时,即使总体是有限的,此种抽样独立性也可得到基本保证。

缩上两点,随机样本 X1, X2, ···, Xn 可以看做 n 个相互独立的、同分布的随机变量,每一个的分布与总体分布相同。今后讨论的样本都是指满足这些要求的简单随机样本。在实际中抽样时,也应按此要求从总体中进行抽样。这样获得的样本能够很好地反映实际总体。图 1.3-3 显示两个不同的总体,图上用虚线画出的曲线是两个未知总体。若是按随机性和独立性要求进行抽样,则机会大的地方(概率密度值大)被抽出的样品就多;而机会少的地方(概率密度值小),被抽出的样品就少。分布愈分散,样本也很分莠;分布愈集中,样本也相对集中。



樹 1.3-3 总体分布 (遗线) 与样本 (用×表示)

抽样切忌受到干扰,特别是人为干扰。某些人为的倾向性会使所得样本不是简单随机样本,从而使最后的统计推断失效。

若 $X1, X2, \dots, Xn$ 是从总体 X 中获得的样本,那么 $X1, X2, \dots, Xn$ 是独立同分布的随机变量。样本的观测值用 $x1, x2, \dots, xn$ 表示,这也是我们常说的数据。有时为方便起见,不分大写与小写,样本及其观测值都用 $x1, x2, \dots, xn$ 表示,今后将采用这一方法表示。

「例 1.3-2]样本的例子及表示方法。

(1) 某食品厂用自动装罐机机生产净重为 345g 的午餐罐头。由于生产中众多因素的干扰,每只罐头净重都有差别,现从生产线上随机抽 10 个罐头,称鞭净重,得:

344 336 345 342 340 338 344 348 344 346

这就是样本量为10的一个样本,它是来自该生产线上罐头净重这个总体是一个样本。

- (2) 某型号的 20 辆汽车记录了各自每加仑汽油行驶的里程数 (单位: km) 如下:
- 29.8 27.6 28.3 28.7 27.9 30.1 29.9 28.0 28.7 27.9
- 28.5 29.5 27.2 26.9 28.4 27.9 28.0 30.0 29.6 29.1

这是来自该型号汽车每加仑汽油行驶里程这个总体的一个样本,样本量是30。

(3) (分组样本)对 363 个零售商店调查周零售额(单位:千元)的结果如下表 1.3-1 所示:

零售额	≤1	(1, 5]	(5, 10]	(10, 20]	(20, 30]	
商店数	61	135	110	42	15	

这是一个样本量为 363 的样本,对应的总体是该地区全部零售商店的周零售额。这个样本与前两个样本不同,它仅给出样本所在区间,没有给出具体的零售额。这样做虽会失去一些信息,但要准确获得每个零售店的零售额并非易事,能铸到的是把区间再缩小一些。这种样本称为分组样本。

在样本量 n 很大时,譬如几百个甚至上千个,罗列所有数据非常不便,且使人眼花缭乱不得要领。 这时可把样本作初步整理转化为分组样本并加以达,这样可立即给人一个大致的印象。以后作频率 直方图时也要用到这个方法。

(4)(有序样本)设 $x1, x2, \dots, xn$ 是从某总体随机抽取的一个样本。将它们按从小到大的顺序排列为 $x1 \le x2 \le \dots \le xn$,这便是有序样本。譬如在本例中(1)的样本量为 10 的样本,经排序可得到如下的有序样本:

 $x_{(1)} = 336$ $x_{(2)} = 338$ $x_{(3)} = 340$ $x_{(4)} = 342$ $x_{(5)} = 344$

 $x_{(6)} = 344$ $x_{(7)} = 344$ $x_{(8)} = 345$ $x_{(9)} = 346$ $x_{(10)} = 348$

从有序样本可获得一些有用信息。譬如样本中的最小值为 $x_{(1)}$ =336,最大值为 $x_{(10)}$ =348,两者之差即样本极差 $R=x_{(10)}-x_{(1)}$ =348-336=12。这些量对我们认识生产线都是有帮助的。

二、频数(频率) 直方图及累积频数(频率) 直方图

为研究一批产品的质量情况,需要研究它的某个质量特性(这里为了叙述简单起见,仅讨论一个质量特性,有必要时也可以同时讨论多个质量特性)X的变化规律。为此,从这批产品(总体)中抽取一个样本(设样本量为 n),对每个样本产品进行该特性的测量(观测)后得到一组样本观测值,记为 x1, x2, ···, xn, 这便是我们通常说的数据。

为了研究数据的变化规律,需要对数据进行一定的加工整理。直方图是为研究数据变化规律而对数据进行加工整理的一种基本方法。下面用一个例子来说明直方图的概念及其作法。

〔例 1.1-2]食品厂用自动装罐机生产罐头食品,从一批罐头中随机抽取 100 个进行称量,获得罐头的净重数据如下:

342	352	346	344	343	339	336	342	347	340
340	350	347	336	341	349	346	348	342	346
347	346	346	345	344	350	348	352	340	356
339	348	338	342	347	347	344	343	349	341
348	341	340	347	342	337	344	340	344	346
342	344	345	338	351	348	345	339	343	345
346	344	344	344	343	345	345	350	353	345
352	350	345	343	347	354	350	343	350	344
351	348	352	344	345	349	332	343	340	346
342	335	349	348	344	347	341	346	341	342

为了解这组数据的分布规律,对数据作如下整理:

- (1) 找出这组数据中的最大值 xmax 及最小值 xmin, 计算它们的差 R=xmax-xmin, R 称为极值, 也就是这组数据的取值范围。在本例中 xmax=356, xmin=332, 从而 R=356-332=24。
 - (2)根据数据个数,即样本量 n,决定分组数 k 及组距 h。
- 一批数据究竟分多少组,通常根据 n 的多少而定,不过这也不是绝对的,表 1. 3-2 是可以参考的分组数。

表 1.3-2 直方图分组组数选用表

样本量n	推荐组数 k
50~100	6~10
$101 \sim 250$	7∼12
250 以上	10~20

选择 k 的原则是要能显示出数据中所隐藏的规律, 组数不能过多, 但也不能太少。

每一组的区间长度,称为组距。组距可以相等,也可以不相等。组距相等的情况用得比较多,不过也有不少情形在对应于数据最大及最小的一个或两个组,使用与其他组不相等的组距。对于完全相等的组距,通常取组距 h 为接近 R/k 的某个整数值。

在本例中,=100,取 k=9, R/k=24/9=2.7,故取组距 h=3。

(3)确定组限,即每个区间的端点及组中值。为了避免一个数据可能同时属于两个组,因此通常将各组的区间确定为左开右闭的:

(a0, a1], (a1, a2], …, (ak-1, ak]通常要求a0<xmin, ak>xmax。在等距分组时, a1=a0+h, a2=a1+h, …, ak=ak-1+h, 而每一组的组中值x'_i=1/2(a_{i-1}-a_i)

在本例中取 a0=331.5,则每组的组限及组中值见表 1.3-3。

(4) 计算落在每组的数据的频数及频率

确定分组后,统计每组的频数,即落在组中的数据个数 ni 以及频率 fi=ni/n,列出每组的频数、频率表,见表 1.3-3。

(5)作频数频率直方图

在横轴上标上每个组的组限,以每一组的区间为底,以频数(频率)为高画一个矩形,所得的图形称为频数(频率)直方图,如图 1.3-4。到在本例中频数直方图及频率直方图的形状是完全一致的。这是因为分组是等距的。该图的特点是:中间高,两边低,左右基本对称。这说明:这个样本可能取自某正态总体。

在分组不完全等距的情形,在作频率直方图时,应当用每个组的频率与组距的比值 fi/hi 为高作矩形。此时以每个矩形的面积表示频率。

1 1. 5 5	<i>沙</i> 火 女又 少火	华力叩衣			
组号	区间	组中值 x'	频数统计	频数 nj	频率 fi
1	(331.5, 334.5]	333	_	1	0.01
2	(334.5, 337.5]	336	F	4	0.04
3	(337.5, 340.5]	339	正正一	11	0. 11
4	(340.5, 343.5]	342	正正正正	20	0. 20
5	(343.5, 346.5]	345	正正正正正	30	0.30
6	(346.5, 349.5]	348	正正正正下	19	0. 19
7	(349.5, 352.5]	351	正正丁	12	0. 12
8	(352.5, 355.5]	354	T	2	0.02
9	(355.5, 358.5]	357	_	1	0.01
合计				100	1.00

表 1.3-3 频数频率分布表

(二) 直方图的观察与分析

直方图可有各种形状,图 1.3-4 所显示的直方图是在质量管理中较常见的一种,还可能出现图 1.3-5 中所列的一些直方图。分析这些直方图出现的原因是一件很有意义的工作,找到原因,就可采取对策,提高产品的质量。

下面对图 1.3-5 上的苦干直方图产生原因作初步分析。读者尚需结合现场作深入分析,因为原因可能是多样的。

- (a) 对称型——即上面提到的中间高,两边低,左右基本对称的情况,在正常生产中许多质量指标呈现这种形状。
- (b)偏态型——常见的有两种形状,一种是峰偏在左边,而右面的尾巴较长;另一种是峰偏在右边,而左面的尾巴较长。造成这种图有原因是多方面的,有时是剔除了不合格品后作的图形,也有的是质量特性值的单侧控制造成的,譬如加工孔的时候习惯于孔径"宁小勿大",而加工轴的时候习惯于轴径"宁大勿小"等。

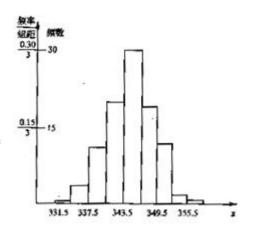


图 1.3-4 例 1.3-3 的直方图

- (c)孤岛型——往往表示出现某种异常,譬如原材料发生了变化,生产过程发生了变化,或有不熟练的工人替班等。
- (d)锯齿型——可能由于测量方法不当,或者是量具的精度较差,也可能是因分组不当引起的。
 - (e) 平顶型——往往是由于生产过程中有某种缓慢变化的因素造成的, 譬如刀具的磨损等。
- (f)双峰型——往往是将两台不同精度的机床生产的或两个不同水平的工人生产的或由两批不同原材料生产的产品的数据混合所致。

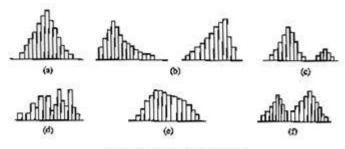


图 1.3-5 常见的直方图的形状

(三)数据变换可改变直方图的形状

对数据作变换会改变直方图的形状,例如选择适当的变换可使偏态转化为正态分布,下面例子说明这个想法是可行的。

[例 1.3-4]元素铍的照射会引起动物细胞分裂,从而对身体引发损伤。在这里细胞分裂时间(interdivision time,简记 IDT)是重要指标。现记录 40 个细胞的分裂时间 IDT(Envir Research (1993) pp. 34-43),列于表 1.3-4。把它分为 7 个区间,组距为 10,画出频率直方图(见图 1.3-6(a))。从图上看是偏态分布。若对每个 IDT 取十进对数(见表 1.3-4)后再作直方图,从 1.1 开始,每隔 0.1 分为一组,共分 8 组。新的直方图(见图 1.3-6(b))就近似于正态分布。

表 1.3-4 细胞分裂 IDT 及其对数

序号	IDT	kg(IDT)	序号	IDT	kg(IDT)	序号	IDT	kg(IDT)
1	28. 1	1. 45	15	60.1	1.78	29	21.0	1.32
2	31.2	1.49	16	23.7	1.37	30	22.3	1.35
3	13.7	1. 14	17	18.6	1.27	31	15.5	1. 19
4	46.0	1.66	18	21.4	1.33	32	36. 3	1.56
5	25.8	1.41	19	26.6	1.42	33	19. 1	1.28
6	16.8	1. 23	20	26. 2	1.42	34	38.4	1.58
7	34.8	1.54	21	32.0	1.51	35	72.8	1.86
8	62.3	1. 79	22	43.5	1.64	36	48.9	1.69
8	28.0	1. 45	23	17.4	1.24	37	21.4	1.33
9	17.9	1. 25	24	38.8	1.59	38	20.7	1.32
11	19.5	1. 29	25	30.6	1.49	39	57.3	1.76
12	21.1	1. 32	26	55.6	1.75	40	40.9	1.61
13	31.9	1.50	27	25.5	1.41			
14	28. 9	1.46	28	52. 1	1.72			

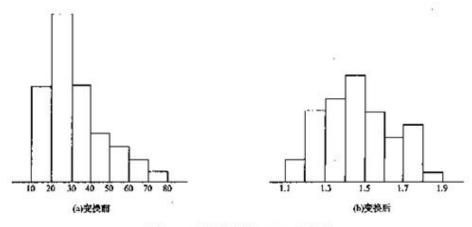


图 1.3-6 细胞分裂时间 (IDT) 亢方图

这个例子显示,变换可以改变频率直方图的。 这就启示我们,当人们见到偏态分布时,能否 找到一个变换,使变换后的频率直方图近似于中间高、两边低。不少人实现了这个愿望,所用变换 大多是 $v=1nx(1gx), v=\sqrt{x}, v=x^{-1}$ 等。

三、统计量

(一) 统计量的概念

样本来自总体,因此样本中包含了有关总体的丰富信息。但是不经加工的信息是零散的,为了 把这些零散的信息集中起来反映总体的特征,需要对样本进行加工,图与表是对样本进行加工的一 种有效方法,另一种有效的办法就是构造样本的函数,不同的函数可以反映总体的不同的特征。

不含未知参数的样本函数称为统计量。

[M 1.3-5]从均值为μ,方差为 σ^2 的总体中抽得一个样本量为n的样本X1, X2, ···, Xn, 其中 μ与σ²均未知。

那么 X1+X2, max {X1, X2, ···, Xn} 是统计量, 而 X1+X2-2μ, (X1-μ)/σ都不是统计量。

根据统计量的定义可以构造各种用途的统计量。其中有一部分是常用统计量,下面介绍描述样 本集中位置与样本分散程度两类常用统计量。

(二) 描述样本集中位置的统计量

对一组样本数据,可以用一些量表示它们的集中位置。这些量中,常用的有样本均值、样本中 位数和样本众数。

(1)样本均值

样本均值也称样本平均数,记为x,它是样本数据 $x1, x2, \dots, xn$ 的算术平均数:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.3-1}$$

[例 1.3-6]轴直径的一个 n=5 的样本观测值(单位:cm) 为:15.09, 15.29, 15.15, 15.07, 15.21,则样本均值为:

x=1/5 (15, 09+15, 29+15, 15+15, 07+15, 21)=15, 162

对于 n 较大的分组数据,可利用将每组的组中组 x' i 用频率 fi 加权计算近似的样本均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i \tag{1.3-2}$$

[例 1.3-7]在例 1.3-3中,100个罐头的净量的均值按分组计算为:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$$
=333×0.01 + 336×0.04 + 339×0.11+...+357×0.01

=34508/100=345.08

样本均值是使用最为广泛的反映数据集中位置的度量。它的计算比较简单,但缺点是它受极端 值的影响比较大。

(2) 样本中位数

样本中位数是表示数据集中位置的另一种重要的度量,用符号 Me 或 \tilde{x} 表示。在确定样本中位 数时,需要将所有样本数据按其数值大小从小到大重新排列成以下的有序样本:

$$x(1), x(2), \dots, x(n)$$

其中 x(1)=xmin, x(n)=xmax 分别是数据的最小值与最大值。

样本中位数定义为有序样本中位置居于中间的数值,具体地说:

$$Me = \begin{cases} x(\frac{n+1}{2}), & \text{当n为奇数} \\ \frac{1}{2} \left[x(\frac{n}{2}) + x(\frac{n}{2} + 1) \right], & \text{当n为偶数} \end{cases}$$
 (1.3-3)

与均值相比,中位数不受极端值的影响。因此在某些场合,中位数比均值更能代表一组数据的 中心位置。

[例 1.3-8]对例 1.3-6中的 5个轴直径数据进行按从小到大的重新排序,得到如下有序样本: 15.07, 15.09, 15.15, 15.21, 15.29

这里 n=5 为奇数, (n+1)/2=3, 因而样本中位数 Me=x(3)=15.15。

注意, 在此例中, 中位数 15.15 与均值 15.162 很接近。

(3)样本众数

样本众数是样本数据中出现频率最高的值,常记为 Mod。例如对例 1.3-3 中的罐头净量,100个数据中,344 出现的次数最多,为 12 次,因此 Mod=344。样本众数的主要缺点是受数据的随机性影响比较大,有时也不惟一。当 n 大时,较多地采用分组数据。在本例中第 5 组(343.5,346.5]的频率为 0.30,是所有组中最高的,因而该组的组中值 345 可以作为众数的估计。注意到该数与前面定的 344 相差不大。

(三) 描述样本分散程度的统计量

一组数据总是有差别的,对一组质量特性数据,大小的差异反映质量的波动。也有一些用来表示数据内部差异或分散程度的量,其中常用的有样本极差、样本方差、样本标准差和样本变异系数。

(1)样本极差

样本极差即是样本数据中最大值与最小值之差,用 R 表示。对于有序样本,极差 R 为:

$$R=x(n)-x(1)$$
 (1. 3-4)

例如在例 1.3-6,5 个轴直径数据的极差 R=15.21-15.09=0.12。

样本极差只利用了数据中两个极端值,因此它对数据信息的利用不够充分,极差常用于 n 不大的情况。

(2)样本方差与标准差

数据的分散程度可以用每个数据 xi 离其均值 x 的差 xi-x来表示,xi-x称为 xi 的离差。对离差不能直接取平均,因为离差有正有负,取平均会正负相抵,无法反映分散的真实情况。当然可以先将其取绝对值,再进行平均,这就是平均绝对差:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}| \tag{1.3-5}$$

但是由于对绝对值的微分性质较差,理论研究较为困难,因此平均绝对差使用并不广泛。使用最为广泛的是用离差平方来代替离差的绝对值,因而数据的总波动用离差平方和

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

来表示,样本方差定义为离差平方和除以 n-1,用 s2表示:

$$S^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{2}$$
 (1.3-6)

因为 n 个离差的总和为 0,所以对于 n 个独立数据,独立的离差个数只有 n-1 个,称 n-1 为离差(或离差平方和)的自由度,因此样本方差是用 n-1 而不是用 n 除离差平方和。

样本方差正的算术平方根称为样本标准差,即:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$
 (1. 3-7)

注意标准差的量纲与数据的量纲一致,所以它使用频繁,但其计算一般通过先计算样本方差S² 获得。

在具体计算时, 离差平方和也可用以下两个简便的公式:

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \overline{x}^2$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n} \right]$$
 (1. 3-8)

因此样本方差计算可用以下公式:

$$S^{2} = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n} x^{2}_{i} - n \overline{x}^{2} \right]$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n} x^{2}_{i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)^{2}}{n} \right]$$
 (1. 3-9)

对例 1.3-6 的轴直径数据, 离差平方和、样本方差及样本标准差的计算可列表进行。

i	Xi	${ m X_i}^2$
1	15. 09	227. 7081
2	15. 29	233. 7841
3	15. 15	239. 5225
4	15. 07	227. 1049
5	15. 21	231. 3441
合计	75. 81	1149. 4637

$$\sum x_i = 75.81$$
, $\overline{x} = 15.162$ $\sum x_i^2 = 1149.4637$ 因此, $S^2 = \frac{1}{5-1} [1149.4637 - \frac{75.81^2}{5}]$ $= \frac{1}{5-1} [1149.4637 - 5(15.162)^2]$ $= \frac{1}{4} (1149.4637 - 1149.4312) = 0.008125$

为计算方便,可以将数据减去一个适当的常数,这样不影响样本方差及标准差的计算结果。 例如,在本例中,将每个数据减去 15,即可大大减少计算量。在实际使用中还可以利用计算器来 计算,特别是许多科学计算用的计算器,都具有平均数、方差与标准差的计算功能。

(3) 样本变异系数

样本标准差与样本均值之比称为样本变异系数,有时也称之为相对标准差,记为 Cv:

$$Cv = \frac{S}{\overline{x}}$$
 (1. 3–10)

例如对例 1.3-6 的轴直径数据, 样本变异系数

Cv=0. 0901/15. 162=0. 0059.

样本变异系数是在消除量纲影响后的样本分散程度的一种度量。

四、抽样分布

(一) 抽样分布的概念

统计量的分布称为抽样分布。为了说明抽样分布概念,我们先考察下面的例子。

[例 1. 3-9]图 1. 3-7 左侧为一个总体,右侧是从该总体中随机抽取的 4 个样本,每个样本均有 5 个观察值。

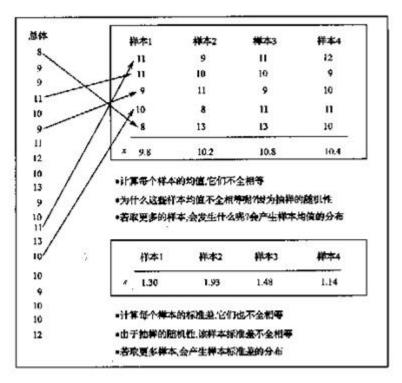


图 1,3-7 抽样分布示意图

从上面的例子可看出:

- (1)每一个统计量都有一个抽样分布。
- (2) 不同的统计量可得不同的抽样分布。

抽样分布将是今后进行统计推断的基础,一些抽样分布可通过上述抽样方法获得,但是,当样本来自某个正态总体N(μ , σ^2)时,其样本均值x, 样本方差要S², 以及它们的某种组合的抽样分布已经理论上被导出,我们将叙述其中三个,即t分布, χ^2 分布和F分布,号称"三大抽样分布"。在这之前先回忆一下样本均值的分布。

(二)样本均值x的抽样分布

从抽样分布看,中心极限定理一切告诉我们:

- (1) 当总体分布为正态分布N(μ, $σ^2$)时,其样本均x的抽样分布(精确地)为N(μ, $σ^2$ /n),x的标准差 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 。
- (2) 当总体分布不为正态分布时,只要其总体均值 μ 与总体方差 σ^2 存在,则在n较大时,其 样本均值 x 的抽样分布近似于N(μ , σ^2 /n),x 的标准差 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 。

「例 1.3-10]样本均值的抽样分布的例子。

- (1) 设 x1, x2, ···, x5 是来自正态总体 N (5, 1) 的一个样本,则其样本均值 x=1/5 (x1+x2+···+x5) \sim N (5, 0.2)。
- (2) 设 x1, x2, ···, x25 是来自参数为 λ 的指数分布的一个样本,若 λ =0.04,则该指数分布的均值与方差分别为:

 $E(x)=1/\lambda =1/0.04=25$

$$Var(x) = 1/\lambda^2 = 25^2 = 625$$

而该样本均值x=1/25 ($x1+x2+\cdots+x25$) \sim N ($25,5^2$), 其中符号 " \sim "表示"近似服从"。

(3) 设 x1, x2, ···, x50 是来自二点分布 b(1, p)的一个样本,若 p=0.02,则该二点分布的均值与方差分别为:

$$E(x) = p = 0.02$$

Var(x) = p (1- p) = 0.02 × 0.98 = 0.0196

而该样本均值x=1/50 (x1+x2+···+x50) \sim N (0.02, 0.000392) = N (0.02, 0.0198²)

- (4)设 x1, x2, ···, xn 是来自泊松分布 P(λ)的一个样本,则其样本均值 x=1/n (x1+x2+···+xn) \sim N (λ, λ/n)。
- (5) 在例 1. 3-9 中所涉及总体是仅含 20 个数的有限总体,该总体可用如下随机变量 X 及其分布表示

容易算出该总体的均值与方差,它们分别为: E(x)=10.3, Var(x)=1.81

若从该总体每次(可重复)取出样本量为n的一个样本,则样本均值 x_n 近似服从N(10.3, 1.81/n)。即:

n=5
$$x_5 \sim N (10.3, 0.362)$$

n=10 $x_{10} \sim N (10.3, 0.181)$

(三)三大抽样分布

(1) t 分布

首先,我们应把注意力放在服从 t 分布的 t 变量的构造上。

设 x1, x2, ···, xn是来自正态总体N(μ , σ^2)的一个样本,则有:

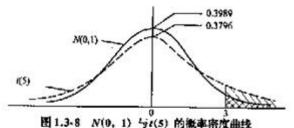
$$\frac{1}{x} \sim N \left(\mu, \frac{\sigma^2}{n} \right)$$

对样本均值x施行标准化变换,则有:

$$\mu = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\overline{x} - \mu)}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

当用样本标准差 s 代替上式中的总体标准差 σ ,则上式 μ 变量改为 t 变量,标准正态分布 N (0, 1) 也随之改为"自由度为 n-1 的 t 分布",记为 t (n-1) ,即:

$$T = \frac{\sqrt{n}(\overline{x} - \mu)}{s} = \frac{\sqrt{n}(\overline{x} - \mu)}{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(X_i - \overline{X})^2}} \sim t \quad (n-1)$$



尼部根本P(x>3) = 0.00135, P(1>3) = 0.02

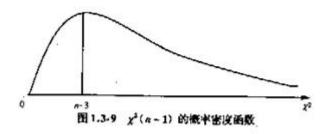
自由度为 n-1 的 t 分布的概率密度函数与标准正态分布 N(0,1) 的概率密度函数的图形大致类似,均为对称分布,其峰比 N(0,1) 的峰略低一些,而两侧尾部要比 N(0,1) 的两侧尾部略粗一些,参见图 1.3-8。当自由度超过 30 以后,两者区别已很小,这时可用 N(0,1) 代替 t (n-1) 。

(2) χ^2 分布

设 x1, x2, ···, xn是来自正态总体N(μ , σ^2)的一个样本,则其样本方差S²的n-1 倍(也即离差平方和 $\sum_{i=1}^n (x_i - x^2)$)除以总体方差 σ^2 的分布是自由度为n-1 的 χ^2 分布,记为 χ^2 (n-1),即:

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \overline{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2 \quad (n-1)$$

自由度为 n-1 的 χ^2 分布的概率密度函数在正半轴上呈偏态分布,参见图 1.3-9。

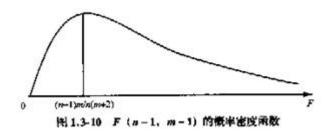


(3) F 分布

设有两个独立的正态总体N(μ_1 , σ^2)和N(μ_2 , σ^2),它们的方差相等。又设X1, X2, …, Xn是来自N(μ_1 , σ^2)的一个样本; Y1, Y2, …, Ym是来自N(μ_2 , σ^2)的一个样本,这两个样本相互独立。它们的样本方差之比的分布是自由度为n-1 和m-1 的F分布:

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (Y_i - \overline{Y})^2} \sim F \text{ (n-1, m-1)}$$

其中 n-1 称为分子自由度或第一自由芳,m-1 称为分母自由度或第二自由度。F 分布的概率密度函数在正半轴上呈偏态分布,参见图 1.3-10。



第四节 参数估计

根据样本对总体进行推断是数理统计的核心,参数估计与假设检验是统计推断的两个基本内容。本节着重讨论参数估计问题。

这里所说的参数主要是指如下几类:

- (1) 分布中的未知参数,如二项分布b(1, p)中的p,正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 中的 μ, σ^2 或 σ 。
 - (2) 分布中的均值 E(X)、方差 Var(X)等未知特征数。
 - (3) 其他未知参数,如某事件的概率 P(A)等。

上述未知参数都需要根据样本和参数的统计含义选择适宜的统计量作出估计,这一统计推断过程通称为参数估计。未知参数通常用 θ 表示

参数估计有两种基本形式,即点估计与区间估计。

一、点估计

(一)点估计的概念

设 θ 是总体的一个未知参数,记与总体对应的随机变量为 X,从中抽取样本量为 n 的一个样本,X1,X2,···,Xn。根据这个样本,构造一个统计量 $\hat{\theta}$ = $\hat{\theta}$ (X1,X2,···,Xn),用 $\hat{\theta}$ 来对 θ 进行估计,称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的估计量。对一个具体的样本 X1,X2,···,Xn,可计算 $\hat{\theta}$ 的一个具体的数值,称为 θ 的估计值。在本教材中,除讨论统计量的分布及性质外,不严格区分估计量及具体估计值,通称为估计。

(二)点估计优良性标准

点估计量 $\hat{\theta}$ 是随所抽取的样本不同而不同的,它是一个随机变量,评价一个估计量 $\hat{\theta}$ 的优劣不能从一个具体样本获得的估计值来评判,应该从多次使用中来评定。

对于一个特定的样本,估计量 $\hat{\theta}$ 与 θ 的真值之间总是有偏差的,但由于 θ 未知,因此偏差 $\hat{\theta}$ - θ 也未知。但是我们可以通过多次抽样,对不同样本, $\hat{\theta}$ 的不同具体估计值,对实际偏差 $\hat{\theta}$ - θ 进行"平均"。当然这种平均不能直接进行,因为 $\hat{\theta}$ - θ 有正有负,直接平均由于正负抵消反而不能反映误差。与以前对方差处理的方法相仿,用估计偏差的平方($\hat{\theta}$ - θ)²代替,并对其求均值,于是用E($\hat{\theta}$ - θ)²来表示估计量 $\hat{\theta}$ 的优劣。这个量称为 $\hat{\theta}$ 的均方误差,简记为MSE($\hat{\theta}$),均方误差实际上是平均平方误差的意思。虽然由于 θ 是未知的,MSE($\hat{\theta}$)也并不是总能求得的。但是经过简单的代数推导,总有

$$MSE \hat{\theta} = E(\hat{\theta} - \theta)^{2}$$

$$= (E(\hat{\theta}) - \theta)^{2} + E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^{2} \quad (交叉乘积项为零)$$

$$= (B(\hat{\theta}))^{2} + Var(\hat{\theta}) \quad (1.4-1)$$

(1.4-1)式中的第一项 $B(\hat{\theta}=E(\hat{\theta})-\theta$ 表示的是 $\hat{\theta}$ 的均值 $E(\hat{\theta})$ 与未知参数 θ 的差,称为偏倚; 当 $B(\hat{\theta})=0$,也即:

$$E(\widehat{\theta})$$
 = θ 或 $E(\widehat{\theta} - \theta)$ = 0

时,称估计量 $\hat{\theta}$ 是无偏的。无偏性是表示估计量优良性的一个重要标准。只要有可能,应该尽可能选用无偏估计量,或近似无偏估计量。应该注意,使用无偏估计 $\hat{\theta}$ 估计 θ 时,每次使用是有偏的,只是多次使用时其平均偏差为零。

(1.4-1)式中的第二项表示的是 $\hat{\theta}$ 对其均值 $E(\hat{\theta})$ 差的平方的均值,它是估计量的方差。对于无偏估计量,当然方差愈小愈好。方差愈小,称估计量就更有效。有效性是判定估计量优良性的另一个标准。

(三)求点估计的方法——矩法估计

参数估计时,一个直观的思想是用样本均值作为总体均值的估计,用样本方差作为总体方差的估计等。由于均值与方差在统计学中统称为矩,总体均值与总体方差属于总体矩,样本均值与样本方差属于样本矩。因此上面的做法可用如下两句话概括:

- (1) 用样本矩估计相应的总体矩。
- (2) 用样本矩函数去估计相应总体矩的函数。

矩法估计简单而实用,所获得的估计量通常(尽管不总是如此)也有较好的性质。例如对任何总体,样本均值 \bar{x} 对总体均值 $\bar{\mu}$ 的估计总是无偏的,样本方差 s2 对总体方差 $\bar{\sigma}$ 2 的估计也总是无偏的。但是应该注意到矩法估计不一定总是最有效的,而且有时估计也不惟一。

[例 1.4-1]从某厂生产的一批铆钉中随机抽取 10 个,测得其头部直径分别为:

13. 30, 13. 38, 13. 40, 13. 43, 13. 32, 13. 48, 13. 34, 13. 47, 13. 44, 13. 50

试求铆钉头部直径这一总体的均值μ与标准差σ的估计。

解:用矩法估计可得:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = 1/10 \ (13.30 + 13.38 + \dots + 13.50) = 1345.06/10 = 13.406$$

$$\widehat{\sigma}^{2} = S^{2} = \frac{1}{10 - 1} \left[(13.30 - 13.406)^{2} + \dots + (13.50 - 13.406)^{2} \right]$$

$$= \frac{1}{9} (13.30^{2} + \dots + 13.50^{2} - \frac{134.06^{2}}{10}) = 0.0048771$$

$$\widehat{\sigma} = S = \sqrt{S^{2}} = \sqrt{0.0048771} = 0.0698$$

注意用样本标准差 s 来估计总体标准差 σ, 估计是有偏的。

(四)对几种分布参数矩法估计的例

[例 1.4-2]设样本 x1, x2, …, xn 来自参数为 λ 的指数分布, 求 λ 的矩法估计。

〔例 1. 4–3〕设样本x1,x2,···,xn来自参数为 λ 的泊松分布,由于E(X)= λ ,Var(X)= λ ,因此 \overline{x} 与s²都可以作为 λ 的矩法估计,因此 λ 的估计不惟一。遇到这种情况时,常选用低阶矩做出参数的矩法估计。均值是一阶矩,方差是二阶矩,故在泊松分布场合,选用样本均值 \overline{x} 作为 λ 的估计。即 $\overline{\lambda}$ = \overline{x} 。

〔例 1.4-4] 设样本 x1, x2, …, xn 来自两点分布 b(1, p), 即 n-1 的二项分布,此分布只能取 0 或 1 两个值,其中"0"表失败,"1"表示成功。从而样本均值为:

$$\overline{x} = \frac{x1 + x2 + ... + xn}{n} = \frac{\overline{\mathbf{y}}_1 \cdot \mathbf{h} \wedge \underline{\mathbf{y}}}{n} = \overline{\mathbf{k}}_1 \cdot \mathbf{h}$$

另一方面,两点分布 b(1, p) 的总体均值 E(X)=p 是成功概率。按矩法思想,可得 p 的矩法估计: $\hat{p}=\bar{x}$,即用频率去估计概率。

〔例 1. 4-5]设样本x1, x1, ···, xn来自均匀分布U(a, b)。其均值为(a+b)/2,方差为 $(b-a)^2/12$,由矩法思想可列出如下两个方程:

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = \overline{x} \\ \frac{(b-a)^2}{12} = S^2 \end{cases}$$

解之可得 a 与 b 的矩法估计:

$$\widehat{a} = \overline{x} - s \sqrt{3}$$

 $\widehat{b} = \overline{x} + s \sqrt{3}$

例如,从均匀分布 U(a, b) 随机抽取一个样本量为 5 的样本: 4. 7, 4. 0, 4. 5, 4. 2, 5. 0。计算 得 \bar{x} = 4. 48, s=0. 3962,从而可得 a 与 b 的矩法估计为:

$$\hat{a}$$
 = 4. 48-0. 3962 $\sqrt{3}$ = 3. 79
 \hat{b} = 4. 48+0. 3962 $\sqrt{3}$ = 5. 17

(五)正态总体参数的估计

设x1, x2, ···, xn是来自正态总体N(μ , σ^2)的一个样本,参数 μ 、 σ^2 和 σ 的常用的无偏估计分述如下。

(1) 正态均值 μ 的无偏估计有两个,一个是样本均值 \overline{x} ,另一个是样本中位数 \widetilde{x} ,即:

$$\widehat{\mu}_1 = \overline{x} = 1/n (x1+x2+\cdots+xn)$$

$$\widehat{\mu}_{2} = \widetilde{x} = \begin{cases} (\frac{n+1}{2}), & \text{当n为奇数} \\ \\ \frac{1}{2} \left[x(\frac{n}{2}) + x(\frac{n}{2}+1) \right], & \text{当n为偶数} \end{cases}$$

其中 $x(1) \le x(2) \le \cdots \le x(n)$ 为有序样本,当样本量 n 为 1 或 2 时,这两个无偏估计相同。当 $n \ge 3$ 时,它们一般不同,但总有:

 $Var(\bar{x}) \leq Var(\bar{x})$ 这意味着,对正态均值 μ 来说,样本均值 \bar{x} 总比样本中位数 \bar{x} 更有效。因此在实际应用中,应优先选用样本均值 \bar{x} 去估计正态均值 μ 。有时在现场,为了简便和快捷,选用样本中位数 \bar{x} 去估计正态均值 μ 也是有的,如统计过程控制(SPC)中的中位数图就是如此。

(2) 正态方差 σ^2 的无偏估计常用的只有一个,就是样本方差 s^2 ,即:

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

理论研究表明,它在所有无偏估计中是最有效的。

(3) 正态标准差 σ 的无偏估计有两个,一个是对样本极差 R=x(n)-x(1) 进行修偏而得,另一个是对样本标准差 s 进行修偏而得,具体是:

$$\hat{\sigma}_{R} = R/d2 = (x(n) - x(1))/d2$$

$$\hat{\sigma}_{S} = S/C4 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}/C4$$

其中 d2 与 c4 是与样本无关而与样本量 n 有关的常数,其部分值列于表 1.5-1,更详细的表参见第四章。

表 1.4-1 修偏系数 d2 和 c4 的数值表

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d2	1. 128	1.693	2.059	2. 326	2. 534	2.704	2.847	2.970	3.078
c4	0.798	0.886	0.921	0.940	0.952	0.959	0.965	0.969	0.973

当 n=2 时,上述两个无偏估计相同,当 n≥3 时,它们不同,但总有:

$$\operatorname{Var}(\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{s}) \leq \operatorname{Var}(\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{R})$$

这意味着,对正态标准差 σ 来说, $\hat{\sigma}$ 。总比 $\hat{\sigma}$,更有效。因此在应用中,应优先选用 $\hat{\sigma}$ 。去估计正态标准差。有时在现场,为了简便和快捷,选用 $\hat{\sigma}$ 。去估计正态标准差 σ 也是有的。如在统计过程控制中,极差图就是如此,用平均极差 \bar{R} 经修偏后用来估计过程的标准差 σ 。

[例 1.4-6]把钢材弯曲成钢夹,其间隙大小是其质量特性,现随机从生产线上取 5 只钢夹,测其间隙,得数据:

0.75, 0.70, 0.65, 0.70, 0.65

已知钢夹间隙X服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,要对 μ, σ^2 和 σ 做出估计。

用样本均值 \bar{x} 和样本方差s²分别做出 μ 与 σ ²的估计:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = 1/5 \ (0.75+0.70+\cdots+0.65) = 0.69$$

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{5-1} [0.06^2 + 0.01^2 + 0.04^2 + 0.01^2 + 0.04^2] = 0.00175$$

作为标准差 σ 的估计选用 $\hat{\sigma}$ s, 其值为:

$$\widehat{\sigma}_{s}$$
=S/C4= $\frac{\sqrt{0.00175}}{0.940}$ =0.045

也可选用:

 $\hat{\sigma}_{\text{R}}$ =R/d2=(0.75-0.65)/2.326=0.043 在这个问题中两者相差不大。

二、区间估计

(一)区间估计的概念

点估计仅仅给出参数一个具体的估计值,但是没有给出估计的精度,而区间估计是用一个区间 来对未知参数进行估计,区间估计体现了估计的精度。

设 θ 是总体的一个待估参数,其一切可能取值组成的参数空间为 Θ ,记从总体中获得样本量为 n 的样本为 x1,x2,···,xn,对给定的 α (0< α <1),确定两个统计量:

$$\theta = \theta L(x1, X2, \dots, xn)$$

与

$$\theta = \theta U(x1, x2, \dots, xn)$$

若对任意 $\theta \in \Theta$ 有P($\theta_L \le \theta \le \theta_U$) $\ge 1-\alpha$,则称随机区间[θ_L , θ_U] 是 θ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间,也简称[θ_L , θ_U] 是 θ 的 $1-\alpha$ 置信区间, θ_L 与 θ_U 分别称为 $1-\alpha$ 的置信下限与置信上限。

 $1-\alpha$ 置信区间的含义是: 所构造的随机区间 $[\theta_L, \theta_U]$ 覆盖 (盖住) 未知参数 θ 的概率为 $1-\alpha$ 。由于这个随机区间会随样本观测值的不同而不同,它有时覆盖了参数 θ ,有时没有覆盖 θ ,但是用这种方法做区间估计时,100 次中大约有 $100(1-\alpha)$ 个区间能覆盖未知参数 θ 。图 1.4-1 中每一条竖线表示由一个样本量为 4 的样本按给定的 $\theta_L=\theta_L(x1,x2,\dots,xn)$ 与 $\theta_U=\theta_U(x1,x2,\dots,xn)$ 求得的一个区间。重复抽取 100 个样本,就得到 100 个这样的区间,在 (a) 中,100 个区间有 51 个包含(覆盖了)真实参数 $\theta=50000$,这对 50%的置信区问来说是一个合理的偏离,在 (b) 中,100 个区间有 90 个包含真实参数 $\theta=50000$,这与 90%的置信区间一致。

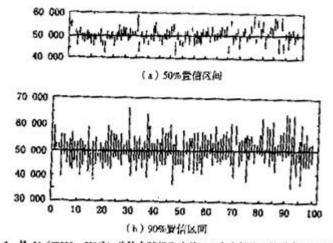


图 1.4-1 从 N (59000, 5000°) 总体中院机取出的 100 个容量为 4 的样本求得的复信区间

如果 $P(\theta < \theta_1) = P(\theta > \theta_1) = \alpha/2$,则称这种置信区间为等尾置信区间。

下面着重讨论正态总体参数的置信区间及比例 p 的置信区间,它们都是等尾置信区间。

(二)正态总体参数的置信区间

设总体分布为 $N(\mu, \sigma^2)$,从总体中抽取的样本为 $x1, x2, \cdots, xn$,样本均值为x,样本方差为 s^2 ,样本标准差为s。

(1) 总体均值 μ 的置信区间的求法: μ 的估计一般用样本均值 x ,从 x 的分布来构造置信区间。 当总体标准差 σ 已知时,利用正态分布可得 μ 的 $1-\alpha$ 置信区间为:

$$\overline{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \overline{x} + u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

今后也记为 $\frac{\sigma}{x}\pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$,其中 $u_{1-\alpha/2}$ 是标准正态分布的 $1-\alpha/2$ 分位数。

当总体标准差 σ 未知时,用其估计 s 代替,利用 t 分布可以得到 μ 的 1-α 置信区间为

$$\frac{1}{x}$$
 \pm $t_{1-\alpha/2}$ $(n-1)$ $\frac{s}{\sqrt{n}}$,其中 $t_{1-\alpha/2}$ $(n-1)$ 表示自由度是 $n-1$ 的t分布的 $1-\alpha/2$ 分位数。

(2) 总体方差 σ^2 与标准差 σ 的置信区间的求法: σ^2 的估计常用样本方差 s^2 ,因此从 s^2 的分布来构造置信区间。

利用 χ^2 (n-1) 分布可以得到 σ^2 的 1- α 置信区间为:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}\right]$$

其中 $\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$ 与 $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$ 分别是 × χ^2 (n-1) 分布的 $\alpha/2$ 分位数与 1- $\alpha/2$ 分位数。 将上式两边开平方,可得 α 的 1- α 置信区间为:

$$\left[\frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}\right]$$

以上讨论总结如下表 1. 4 -2 中,可供选用。表 1. 4-2 一个正态总体均值、方差、标准差的 $1-\alpha$ 置信区间

表 1.4-2 正态总体均值、方差、标准差的 1-α 置信区间

参数	条件	1-α 置信区间
μ	σ已知	$-\frac{1}{x}\pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
μ	σ未知	$\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2} (n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$
σ 2	μ 未知	$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}\right]$
σ	μ 未知	$\left[\frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}\right]$

〔例 1. 4-7] 某溶液中的甲醛浓度服从正态分布,从中抽取了容量为 4 的样本,求得 x =8. 34 (%),样本标准差为 s=0. 03 (%),分别求正态均值 μ 及标准差 σ 的 95%的置信区间。

解: 先求正态均值 μ 的置信区间,由于 σ 未知,故采用 t 分布来求。

x=8. 34(%),s=0. 03(%),又n=4, α =0. 05,查表 1-4 得 $t_{1-\alpha/2}$ (n-1)=t0. 975(3)=3. 182,从而正态均值 μ 的 95%的置信区间为:

$$\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2} (n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = 8.34 \pm 3.182 \times \frac{0.03}{\sqrt{4}} = 8.34 \pm 0.048 = [8.292, 8.388]$$

再求 σ 的置信区间。由 n=4, α =0.05, 查表 1-5 得: χ^2 0.975(3)=9.35,

 χ^2 0.025(3)=0.216,则正态标准差 σ 的 95%的置信区间为:

$$\left[\frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}\right] = \left[\frac{0.03\sqrt{4}-1}{\sqrt{9.35}}, \frac{0.03\sqrt{4}-1}{\sqrt{0.216}}\right] = \left[0.017, 0.112\right]$$

[例 1.4-8] 设一个物体的重量 μ 未知,为估计其重量,可以用天平去称,所得称重(测量值) 与实际重量间是有误差的,因此所得的称重是一个随机变量,通常服从正态分布。如果已知称量的误差的标准差为 0.1 克(这是根据天平的精度给出的),为使 μ 的 95%的置信区间的长度不超过 0.1,那么至少应该称多少次?

解:这是求样本容量的问题。在σ已知时,μ的95%的置信区间为:

$$\frac{1}{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

其中u_{1-a/2}=u0.975=1.96 置信区间的长度是:

2
$$u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \times 1.96 \times 0.1 \sqrt{n} = 0.392 / \sqrt{n}$$

为使它不超过 0.1,可解不等式 $0.392/\sqrt{n} \le 0.1$,得 $n \ge 15.3664$,即至少应称 16 次。

(三)比例 p 的置信区间

比例 p 的严格置信区间的求法相当繁复,这里仅给出大样本情况根据中心极限定理的正态近似的结果。

设总体 $X \sim b(1, p)$,样本为 x1,x2,…,xn,样本之和为 k,样本均值为 x=k/n 这便是 p 的点估计,在样本样本量 n 较大时,由于 的近似分布为 N(p, p(1-p)/n),因此 p 的 $1-\alpha$ 置信区间为:

$$-\frac{1}{x} \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{x(1-x)/n}$$
 (1.4-2)

其中u1-α/2是标准正态分布的1-α/2分位数。

[例 1.4-9]在某电视节目的收视率调查中,调查了 400 人,其中 100 人收看了该节目,试对该节目收视率 p 作置信水平为 0.95 的区间估计。

解: n=400,x=100/400=0. 25,在 $\alpha=0$. 05 时,u0. 975=1. 96,由此得 p 的置信水平 0. 95 的置信 区间为:

 $\overline{x} \pm u_{0.975} \sqrt{\overline{x(1-x)}/n} = 0.25 \pm 1.96 \times \sqrt{0.25(1.025)/400} = 0.25 \pm 0.0424$ 即 [0.2076, 0.2924]。

第五节 假设检验

一、基本思想与基本步骤

(一)假设检验问题

[例 1.5-1]某厂生产某种化纤的纤度X服从正态分布 $N(\mu, 0.04^2)$,其中 μ 的设计值为 1.40,每天都要对" μ =1.40"作例行检验,以观生产是否正常运行。

某天从生产线中随机抽取 25 根化纤,测得纤度值为:

其纤度平均值x=1.38,问当日生产是否正常。

几点评论:

- (1)这不是一个参数估计问题。
- (2) 这里要求对某个命题"µ=1.40"回答:是与否。
- (3) 这一类问题被称为(统计) 假设检验问题。
- (4) 这类问题在质量管理中普遍存在。
- (二)假设检验的基本步骤

假设检验的基本思想是:根据所获样本,运用统计分析方法,对总体 X 的某种假设 H0 做出接受 或拒绝的判断。具体做法如下:

1. 建立假设 H0: μ = 1.40

这是原假设, 其意是:"与原设计一致", "当日生产正常"等。要使当日生产与1 40 无差别 是办不到的,若差异仅是由随机误差引起的,则可认为 H0 成立;若由其他特殊因素引起的,则认 为差异显著,则应拒绝 HO。与 HO 相反的假设是:

H1:
$$\mu \neq 1.40$$

这是备择假设,它是在原假设被拒绝时而应接受的假设。在这里,备择假设还有两种设置形 式,它们是:

H12: µ <1. 40, 或 H13: µ >1. 40

备择假设的不同将会影响下面拒绝域的形式, 今后称

H0 对 H1 的检验问题是双边假设检验问题

H0 对 H12 的检验问题是单边假设检验问题

H0 对 H13 的检验问题也是单边假设检验问题

注:若假设是关于总体参数的某个命题,称为参数的假设检验问题,比如:

H0: $\mu = \mu 0$, H1: $\mu \neq \mu 0$

H0: $\sigma^2 \leq \sigma^2 0$, H1: $\sigma^2 > \sigma^2 0$,

H0:P≥P0, H1:P<P0,

都是参数假设检验问题。

2. 选择检验统计量,给出拒绝域的形式

这个假设检验问题涉及正态均值 µ。因此选用样本均值 x 是妥当的。从图 1.5-1 上看出, 把μ作为 x 分布均值更容易把 μ与μ0区分。

在 σ 已知和原假设 H0 成立下,有

$$\mu = \frac{x - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

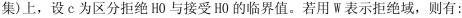
这里的 u 就是今后使用的检验统计量,其中 μ 0=1.40, σ 0=0.04, n=25.

考察这个统计量,可以看出:

 $|\mathbf{u}|$ 愈小,x 愈接近 μ 0,应倾向接受 \mathbf{H} 0

 $|\mathbf{u}|$ 愈大,x 离 \mathbf{u} 0 愈远,应倾向拒绝 \mathbf{H} 0

我们把注意力放在导致拒绝 HO 的拒绝域(样本空间某子



$$W = \{ (x1, x2 \dots, x25) : |u| > c \}$$

 $=\{|\mathbf{u}|>_{\mathbf{C}}\}$

这就是本例中拒绝 HO 的拒绝域,如何确定 c 呢?,这是下面要研究的问题。

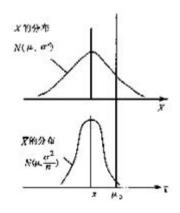


图 1.5-1 X 与 X 的 分布

我们为什么把注意力放在拒绝域上呢?用一个样本(相当一个例子)证实一个命题其理由是不充分的,但用一个样本推翻一个命题,其理由是充分的。因此我们把注意力放在拒绝域方面,建立拒绝域。其实在拒绝域和接受域之间还有一个模糊域,如今把它并人接收域。

3. 给出显著性水平 α , 常取 α =0.05

在作判断中会犯错误,要允许犯错误,我们的任务是控制犯错误的概率,错误有两类(见图 1.5-2):

第一类错误(拒真错误):原假设 HO 为真,但由于抽样的随机性,样本落在拒绝域 W 内,从而导致拒绝 HO,其发生概率记为 α ,又称为显著性水平;

第二类错误(取伪错误):原假设 HO 不真,但由于抽样的随机性,样本落在W 内,从而导致接受 HO,其发生概率为 B。

真实情况

统计	接受 HO
判 断	拒绝 H0

HO 成立	H1 成立
判断正确	第二类错误
	(发生概率为β)
第一类错误 (发生概率为α)	判断正确

图 1.5-2 统计判断所犯的两类错误

理论研究表明:

- (1)要使α小,必导致β大;
- (2) 要使 β 小, 必导致 α 大;
- (3)要使α、β皆小,只有在样本量n很大场合才可达到,这在实际中并不可行。

折中方案是:控制 α ,但不使 α 过小,在适当控制 α 中制约 β ,常选 α =0.05,偶尔也用 α =0.10 或 0.01。

把第一类错误发生概率控制在 α 的意思是: 在H0 为真(即 $X \sim N(\mu 0, \sigma^2 0)$)的情况下,样本点落在拒绝域W的概率为 α ,即:

$$P(W) = \alpha$$

或:

$$P(|u|>c)=\alpha$$

由此概率等式可定出 c。

4. 定出临界值 c, 写出拒绝域 W

由标准正态分布N(0, 1)的分位数性质知 $u_{\alpha/2}$ 与 $u_{1-\alpha/2}$ 互为相反数,即 $u_{\alpha/2}$ = $-u_{1-\alpha/2}$ 从而可得拒绝域(见图 1.5-3)。

W= {
$$u < u_{\alpha/2}$$
 更 $u > u_{1-\alpha/2}$ }
= { $|u| > u_{1-\alpha/2}$ }

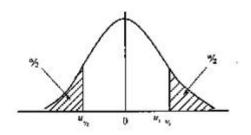


图 1.5.3 临界值确定的示意图

譬如,在本例中α=0.05,则可查得: u0.975=1.96 故本例的拒绝域为:

 $W = \{ |u| > 1.96 \}$

5. 判断

当根据样本计算的检验统计量落入拒绝域 W 内,则拒绝 H0,即接受 H1。

当根据样本计算的检验统计量未落入拒绝域 W 内,则接受 HO。

如今 x = 1.38, μ 0= 1.40, σ 0= 0.04, n= 25 可得:

$$\mu = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{1.38 - 1.40}{0.04 / \sqrt{25}} = -2.5$$

由于 |u|=2.5>1.96=u0.975, 故拒绝 H0, 接受 H1。

结论:在α=0.05时,当日纤度均值与1.40间有显著差异。其意是:当日生产过程与设计值μ0=1.40有显著差异,应调节生产设备,使其生产过程达到正常。

注:这个检验法则称为 u 检验。

二、正态总体参数的假设检验

正态总体中有两个参数: 正态均值 μ 与正态方差 σ^2 。有关这两个参数的假设检验问题经常出现,现逐一叙述如下。

(一) 正态均值 μ 的假设检验(σ 已知情形)

建立一个检验法则,关键在于前三步1,2,3。

1. 关于正态均值 μ 常用的三对假设为

(a) $H0: \mu \leq \mu 0, H1: \mu > \mu 0$

, 单边假设检验

(b) H0: $\mu \ge \mu$ 0, H1: $\mu \le \mu$ 0 (c) H0: $\mu = \mu$ 0, H1: $\mu \ne \mu$ 0}

双边假设检验问题

2. 检验统计量都用 u 统计量, 在 μ = μ 0 时

$$\mu = \frac{x - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

3~4. 给出显著水平性 α , 定出拒绝域 W(见图 1.5-4)

(a) H1: $\mu > \mu 0$

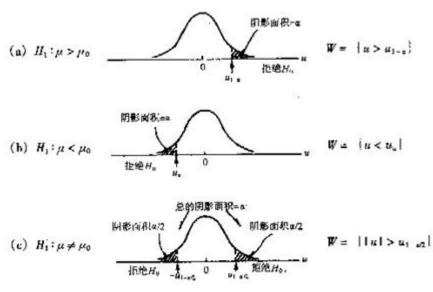


图 1.5-4 a 检验的拒绝域的确定 (阿中曲线为N(0,1)的密度函数曲线)

5. 判断(同前)

注:这个检验法则称为 u 检验。

(二) 正态均值μ的假设检验(σ未知情形)

在 σ 未知场合,当然要用样本方差 s2 去替代总体方差 σ 2,这样一来,统计量变为 t 统计量,具体操作如下:

- 1. 关于正态均值 μ 常用的三对假设为
- (a) H0: $\mu \leq \mu 0$, H1: $\mu > \mu 0$
- (b) H0: $\mu \ge \mu 0$, H1: $\mu < \mu 0$
- (c) H0: $\mu = \mu 0$, H1: $\mu \neq \mu 0$
- 2. 检验统计量为 t 统计量, 当 μ = μ 0 时

$$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \sim t (0, 1)$$

其中 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_i)^2$ 是样本方差,n-1 称为自由度。

3~4. 给出显著性水平 α, 定出拒绝域 W(见图 1.5-5)

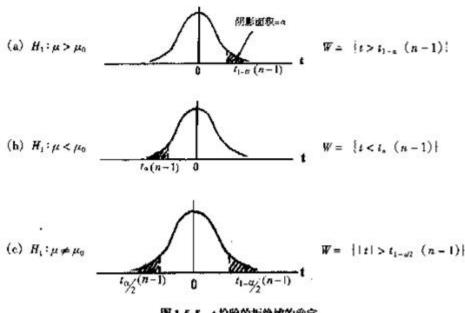


图 1.5-5 ; 检验的拒绝域的确定 (图中曲线为t(n-1) 的密度函数曲线)

5. 判断(同前)

注:这个检验法则称为 t 检验。

(三)正态方差σ²的假设检验

检验正态方差 σ 2*有关命题成立与否,首先想到要用样本方差s²。在s²基础上依据抽样分布特点可构造 γ² 统计量作为检验之用。具体操作如下:

- 1. 关于正态方差 σ 2 常用的三对假设为
- (a) H0: $\sigma^2 \leq \sigma^2 0$, H1: $\sigma^2 > \sigma^2 0$
- (b) H0: $\sigma^2 \ge \sigma^2 0$, H1: $\sigma^2 < \sigma^2 0$
- (c) H0: $\sigma^2 = \sigma^2 0$, H1: $\sigma^2 \neq \sigma^2 0$

2. 检验统计量为 χ^2 统计量,当 $\sigma^2 = \sigma^2 0$ 时

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2 \quad (n-1)$$

其中s²为样本方差,n-1为自由度。

自由度为 n-1 的 χ^2 分布,其密度函数是在正半轴上的偏态分布详见下面图形 $3\sim4$. 给出显著性水平 α ,定出拒绝域 W (见图 1.5-6)

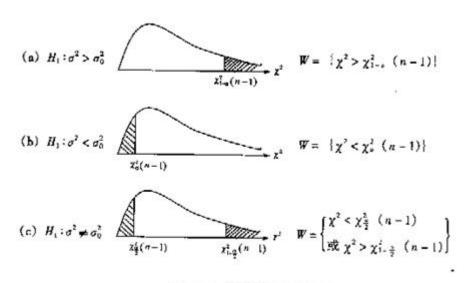


图 1.3-6 义 税款的抵绝域的确定 (图中曲线为义 (n-1) 的密度函数曲线)

5. 判断(同前)

注:这个检验法则称为 x 2 检验。

注:关于正态标准差σ的假设与上述三对假设等价。故不需另作讨论。

(四)小结与例子

上述三组有关正态总体参数的假设检验可综合在表 1.5-1 上,以供比较和查阅。

表 1.5-1 单个正态总体均值 μ ,方差 σ^2 的检验 (α 为显著性水平)

- X 1. J 1	一十十止	平十上芯心件均值14, 刀左0 的恒池(4 为业有压水十)					
检验	条件	H_0	H_1	检验统计量	拒绝域		
法							
		$\mu \leqslant \mu_0$	$\mu > \mu_0$	- x - //	$\{u > u_{1-\alpha}\}$		
u 检验	σ 已知	$\mu \geqslant \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$u = \frac{x - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$	{u <u td="" }<="" α=""></u>		
		$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	σ/\sqrt{n}	$\{ u > u_{1-\alpha/2} \}$		
		$\mu \leqslant \mu_{\ 0}$	$\mu > \mu_0$	- x - //	$\{t > t_{1-\alpha} (n-1)\}$		
t 检验	σ未知	$\mu \geqslant \mu_{0}$	$\mu < \mu$ $_0$	$t = \frac{x - \mu}{s / \sqrt{n}}$	$\{t < t_{\alpha} (n-1)\}$		
		$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	s/\sqrt{n}	$\{ t >t_{1-\alpha/2}(n-1)\}$		
					$\{ \chi^2 > \chi^2_{1-\alpha} (n-1) \}$		
		$\sigma^2\!\leqslant\!\sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	() 2			
χ ²	u 未知	$\sigma^2\!\geqslant\!\sigma_0^2$	$\sigma^2 \langle \sigma_0^2 \rangle$	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{n}$	$\{ \chi^2 \langle \chi^2_{\alpha} (n-1) \}$		
χ ² 检验	и // Д	0	0	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$\{\chi^2 < \chi^2_{\alpha/2} \text{ (n-1)}\}$ 或		
		$\sigma^2 = \sigma_0^2$	σ^2 $ eq$ σ_0^2	•			
					$\{\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2} \text{ (n-1)}\}$		

[例 1.5-2]某电工器材厂生产一种云母带,其厚度在正常生产下服从N(0.13,0.015²)。某日在生产的产品中抽查了 10 次,发现平均厚度为 0.136,如果标准差不变,试问生产是否正常?(取 α =0.05)

解:①立假设:H0: μ =0.13, H1: μ ≠0.13。

- ②由于σ已知, 故选用 u 检验。
- ③~④根据显著性水平 α =0.05 及备择假设知拒绝域为 { $|u|>u_{1-\alpha/2}$ } = {|u|>1.96}。
- ⑤由样本观测值, 求得:

$$\mu = \frac{\overline{x} - 0.13}{0.015 / \sqrt{10}} = \frac{0.136 - 0.13}{0.015 / \sqrt{10}} = 1.26$$

由于样本观测值未落在拒绝域中,所以不能拒绝原假设,可以认为该天生产正常。

〔例 1.5-3]根据某地环境保护法规定,倾入河流的废水中一种有毒化学物质的平均含量不得超过 3ppm。已知废水中该有毒化学物质的含量 X 服从正态分布。该地区环保组织对沿河的一个工厂进行检查,测定每日倾入河流的废水中该物质的含量,15 天的记录以 ppm 为单位:

3. 1 3. 2 3. 3 2. 9 3. 5 3. 4 2. 5 4. 3 2. 9 3. 6 3. 2 3. 0 2. 7 3. 5 2. 9

试在 α =0.05 水平上判断该厂是否符合环保规定?

解:①如果符合环保规定,那么 μ 应该不超过 3ppm,不符合的话应该大于 3ppm。所以立假设: $H0: \mu \leq 3$, $H1: \mu > 3$ 。

- ②由于σ未知, 故选用 t 检验。
- ③~④根据显著性水平 α =0. 05 及备择假设知拒绝域为 $\{t>t_{1-\alpha}(n-1)\}$ = $\{t>1.7613\}$,这里 n=15。
 - ⑤根据样本观测值, 求得x=3.2, S=0.436, 因而有

$$t = \frac{3.2 - 3}{0.436 / \sqrt{15}} = 1.7766$$

由于它大于 1.7613, 所以样本观测值落在拒绝域中, 因此在 α =0.05 水平上拒绝原假设, 认为该厂不符合环保规定, 应该采取措施来降低废水中该种有毒化学物质的含量。

[例 1.5-4]某种导线的电阻服从N(μ , σ^2), μ 未知,其中一个质量指标为电阻标准差不得超过 0.005 Ω 。现从一批导线中随机抽取了 9 根,测得样本的标准差为s=0.0066,试问在 α =0.05 水平上能否认为该批导线电阻波动合格?

解:①立假设:

H0: $\sigma \leq 0.005$, H1: $\sigma > 0.005$.

- ②洗用 X² 检验。
- ③~④根据显著性水平 α =0.05 及备择假设知拒绝域为:

$$\{\mathcal{X}^2 > \mathcal{X}^2 \mid 1-\alpha \ (n-1)\} = \{ \ \mathcal{X}^2 > 15.507 \}$$

⑤由样本观测值, 求得:

$$\chi^2 = \frac{8 \times 0.0066^2}{0.005^2} = 13.94$$

由于 χ^2 值未落在拒绝域中,所以不能拒绝原假设,可以认为该批导线电阻波动合格。

三、有关比例 p 的假设检验

若把比例 p 看做二项分布 (n=1 的二项分布 b(1, p)) 中的成功概率,则可在大样本场合获得参数 p 的近似 u 的检验。

设 x1, x2, …xn 是来自二项分布 b(1, p)的一个样本,根据中心极限定理,在样本量 n 较大时,样本均值 x (成功出现的频率)近似服从正态分布,其均值为 p,方差为 p(1-p)/n,即 x 近似服从 N(p, p(1-p)/n),再经标准化变换,可得:

$$u = \frac{\overline{x} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N (0, 1)$$

p=p0 的假设下,将上式中 p 用 p0 代,所得之 u 就是检验统计量,根据不同的备择假设可用标准正态分布的分位数定出适当的拒绝域,具体可见表 1.5-2。

表 1.5-2

p 显著性水平为 α 的检验

检验法	H_0	H_1	检验统计量	拒绝域
u 检验	$p \leqslant p_0$ $p \geqslant p_0$ $p = p_0$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$u = \frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{p_0 (1 - p_0)/n}}$	

[例 1.5-5]某厂规定产品必须经过检验合格后才能出厂,其不合格品率 p0 不得超过 5%。现从一批产品中随机抽取 50 个进行检验,发现有 4 个不合格品,问该批产品能否出厂?(取 α =0.05)

- 解:①立假设 HO:p≤0.05, H1:p>0.05
- ②因为样本容量 n=50, 较大, 故可选用近似 u 检验
- ③~④根据显著性水平 $\alpha = 0.05$ 及备择假设知拒绝域为 $\{u > u_{1-\alpha}\} = \{u > 1.645\}$
- ⑤由样本观测值, 求得:

$$u = \frac{4/50 - 0.05}{\sqrt{0.05 \times 0.95/50}} = 0.973$$

由于样本观测值未落在拒绝域中,所以不能拒绝原假设,应允许这批产品出厂。

习题及答案

- 一、单项选择题
- 1. 某产品尺寸规范要求为 70±6mm,从现场得知该加工尺寸服从正态分布,且均值 u 为 70mm。 σ 为 1.5mm,则该加工过程的不合格率为 ()。
 - A. $2-2\Phi$ (4) B. $1-\Phi$ (4) C. 2Φ (4) D. 2Φ (4) -1
- 2. 从参数 λ =0. 4 的指数分布中随机抽取样本量为 25 的一个样本,则该样本均值的标准差为 ()。
 - A. O. 4 B. O. 5 C. 1. 4 D. 1. 5
- 3. 从一个总体中随机抽取了两个样本,一个样本的样本量为 20, 样本均值为 158, 另一个样本的样本量为为 10, 样本均值为 152, ,则将它们合并为一个样本,其样本均值为()
 - A. 153 B. 154 C. 155 D. 156
- 4. 设 $X \sim N$ (u, 0.09) 从中随机抽取样本量为 4 的样本,其样本均值为x ,则总体均值 u 的 0.95 的置信区间为()。
 - A. $x \pm 0.15u_{0.95}$ B. $x \pm 0.15u_{0.975}$ C. $x \pm 3u_{0.95}$ D. $x \pm 3u_{0.975}$
 - 5. 假设检验的中显著性水平α表示()
 - A. 犯第一类错误的概率不超过 α B. 犯第二类错误的概率不超过 α
 - C. 犯两类错误的概率之和不超过 a D. 犯第一类错误的概率不超过 1-a
- 6. 设事件 A= "轴承寿命<5000 小时",事件 B= "轴承寿命<8000 小时",则 A 与 B 间的关系是 ()。
 - A. A⊃B B. B⊂A C. A=B D. 互不相容
 - 7. 10 个螺丝钉中有 3 个不合格品,随机取 4 个使用, 4 个全是合格品的概率是()。
 - A. 1/6 B. 1/5 C. 1/4 D. 1/3
- 8. 一样本空间 Ω 含有 25 个等可能的样本点,而事件 A 与 B 各含有 13 个与 7 个样本点,其中 4 个是共有的样本点,则 P(\overline{A} |B)=()。
 - A. 3/13 (B) 7/16 C. 3/7 D. 13/20
- 9. 某打字员一分钟内找错字的个数 X 是一个随机变量,服从 λ =0.5 的泊松分布,该打字员一分钟内未打错一个字的概率是()。
 - A. 0.2231 B. 0.3679 C. 0.4493 D. 0.6065
 - 10. 已知 X 服从指数分布 EXP (λ), 其中概率密度函数为

$$P(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \ge 0$$

在 $\lambda = 0.1$ 的情况下, $P(5 \le X \le 20) = ()$ 。

- A. 0.1353 B. 0.6065 C. 0.4712 D. 0.7418
- 11. 两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的标准差分别 σ (X) = 2 和 σ (Y) = 1,则其差的标准差 σ (X Y) = ()。
 - A. 1 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$
- 12. 设 x1, x2, ···, x25 是从均匀分布 U (0, 5) 抽取的一个样本,则 $x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ 近似服从的分布是()。
 - A. N (5, 1/12) B. N (5, 1/10) C. N (2.5, 1/12) D. N (2.5, 1/10)
 - 13. 有一个分组样本如下:

	T* >H	•	
×	间	组中值	频数
(145,		150	4
(155,	165]	160	8
(165,	175]	170	6
(175,	185]	180	2

该分组样本的均值()

A. 165 B. 164 C. 163 D. 162

14. 加工某一零件需经三道工序,已知第一、二、三道工序的不合格品率分别是 2%, 3%, 5%, 若各道工序互不影响,则最终产品的不合格品率是()。

- A. 0.00003 B. 0.90307 C. 0.09693 D. 0.3
- 15. 从正态总体N(10, 2²)中随机抽出样本量为4的样本,则样本均值的标准差为()。
- A. 2 B. 4 C. 0.5 D. 1
- 16. 设t_α是t分布的α分位数,则有()。
- A. $t_{\alpha} + t_{1-\alpha} = 1$ B. $t_{\alpha} t_{1-\alpha} = 1$ C. $t_{\alpha} t_{1-\alpha} = 0$ D. $t_{\alpha} + t_{1-\alpha} = 0$
- 17. 采用包装机包装食盐,要求 500g 装一袋,已知标准差 σ =3g,要使食盐每包平均重量的 95%置信区间长度不超过 4.2g, 样本量 n 至少为()。
 - A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
 - 18. 正态方差 σ^2 的无偏估计是()

A.
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|$$
 B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$ C. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$ D. $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$

- 19. 在作假设检验中,接受原假设 H0 时,可能()错误。
- A. 犯第一类 B. 犯第二类 C. 既犯第一类,又犯第二类 D. 不犯任一类
- 20. 设 x1, x2, ···, xn 是从某正态总体随机抽取的一个样本, 在 σ 未知情况下, 考察检验问 题:
 - H0: $\mu = \mu \ 0$ H1: $\mu \neq \mu \ 0$

则给定α下,该检验的拒绝域为()。

- A. $|t| > t_{\alpha} (n-1)$ B. $|t| > t_{(1-\alpha)} (n-1)$ C. $|t| > t_{\alpha/2} (n-1)$ D. $|t| > t_{1-\alpha/2} (n-1)$
- 二、多项选择题
- 21. 若事件 A 与 B 独立, 由有()
- A. $P(AB) = P(A) P(B) B. P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- C. P(A|B) = P(A) D. $P(\overline{A}|B) = P(\overline{A})$
- 22. 设 X~U(0, 1),从取到一个样量为 12 的随机样本 x1, x2, ..., x12, 令 Y=X1+x2+...+X12-6,则有()
 - A. E (Y) =0 B. E (Y) =6 C. Var (Y) =1 D. Var (Y) =1/12
 - 23. 设总体X的均值u未知, σ²已知,则()为统计量。

A.
$$\bar{x}$$
 B. $\frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ C. $X_{(n)}$ D. X_1

- 24. 设总体均值为 u,标准差为 σ,从该总体得到一个随机样本,则下面叙述中正确的是()
- A. 样本均值 x 是 u 的无偏估计 B. 样本中位数 Me 是 u 的无偏估计
- C. 样本方差 S^2 是 σ^2 的无偏估计 D. 样本标准差S是 σ 的无偏估计
- 25. 可以作为原假设的命题有()。
- A. 两个总体方差相等 B. 两个样本均值相等
- C. 总体不合格品率不超过 0.01 D. 样本中的不合格品率不超过 0.01
- 26. 设 A 与 B 是任意两个事件,则 A-B=()。
- A. A-AB B. B-AB C. \overline{A} B D. A \overline{B}
- 27. 设随机变量X1 与X2 相互独立,它们的均值分别为 3 与 4,方差分别为 1 与 2,则Y=4X₁-2X₂ 的均值与方差分别是
 - A. E (Y) =4 B. E (Y) =20 C. Var(Y) = 14 D. Var(Y) = 14
 - 28. 对任意两个事件 A 与 B, 有()。
 - A. P(AB) = P(A) P(B|A), P(A) > 0
 - B. $P(AB)=1-P(\overline{A} \overline{B})$

 $C. P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \parallel B)$

D. P(AB) = P(A) P(B)

E. P(AB) = P(B) P(B|A), P(A) > 0

29. 设 X~N (1, 4, 则 P (0≤X≥2) = ()

A.
$$\Phi$$
 (2) $-\Phi$ (0) B. Φ ($\frac{2-1}{4}$) $-\Phi$ ($\frac{0-1}{4}$)

C.
$$\Phi\left(\frac{2-1}{2}\right) - \Phi\left(\frac{0-1}{2}\right)$$
 D. $2\Phi(0.5) - 1$

30. 设u。为标准正态分布的p分位数,则有()。

A. $u_{0.49}>0$ B. $u_{0.3}< u_{0.4}$ C. $u_{0.5}=0$

D. $u_{0.23} = -u_{0.77}$

31. 甲乙两种牌子的手表,它们的日走时误差分别为 X 与 Y (单位: 秒),已知 X 与 Y 分别有以 下分布列(概率函数):

则有()。

A. E(X) = E(Y) B. $E(X) \neq E(Y)$

C. Var(X) > Var(Y) D. Var < Var(Y)

32. 设x1, x2, ···, xn是来自正态总体N(u, σ^2)一个样本,x与s分别为其样本均值与样本标准 差,则在下列抽样分布中正确表达的有()

A.
$$\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-u)}{\sigma}$$
 \sim N (0, 1) B. $\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-u)}{s}$ \sim N (0, 1)

C.
$$\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-u)}{\sigma} \sim t \text{ (n)}$$
 D. $\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-u)}{s} \sim t \text{ (n-1)}$

33. 设x1, x2, …, xn是一个样本,则样本方差s²的计算公式为()。

A.
$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

A.
$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$
 B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$

C.
$$\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - n \bar{x}^{2} \right]$$

C.
$$\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - n \bar{x}^{2} \right]$$
 D. $\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i} \right)^{2} \right]$

34. 样本量为 2 的样本 x1, x2 的方差是()。

A.
$$\sum_{i=1}^{2} (x_i - \overline{x})^2$$
 B. $(x_1 + x_2)^2 / 2$

B.
$$(x1+X2)^2/2$$

C.
$$(x1+X2)^2/2$$

D.
$$x1^2+x2^2-(x1+x2)^2/2$$

35. 一次电话的通话时间 X 是一个随机变量(单位:分),设 X 服从指数分布 EXP(λ)。其 中 λ =0.25,则一次通话所用的平均时间 E(X)与标准差σ(X)各为()

A. E (X) = 2

B. E(X) = 4

C. Var(X) = 4

D. Var(X) = 4

36. 设某质量特性X~N(u, σ²), USL与USL为它的上、下规范限,不合格品率p=P1+PU. 其中 ()。

A.
$$pl=\Phi \left(\frac{LSL-u}{\sigma}\right)$$
 B. $pl=1-\Phi \left(\frac{LSL-u}{\sigma}\right)$

C.
$$pu=\Phi \left(\frac{USL-u}{\sigma}\right)$$
 D. $pu=1-\Phi \left(\frac{USL-u}{\sigma}\right)$

37. 在作参数 θ 的置信区间中,置信水平 1- α =90%是指()。

A. 对 100 个样本, 定有 90 个区间能覆盖 θ 。

- B. 对 100 个样本,约有 90 个区间能覆盖 θ。
- C. 对 100 个样本, 至多有 90 个区间能覆盖 θ。
- D. 对 100 个样本,可能只有 89 个区间覆盖 θ。
- 38. 正态标准差σ的1-α置信区间依赖于()。
- A. 样本均值 B. 样本方差 C. 样本标准差
- D. t 分布的分位数 E. γ^2 分布的分位数
- 39. 设 X 的分布列为, 概率 P (2≤X≤5) =()。
- A. p2+p3+p4+p5 B. p2+p3+p4

- C. $P(X \le 5) P(X \le 2)$ D. $1 P(X \le 2) P(X \ge 4)$
- 40. 设 X~N(μ, σ2), 其中σ2 已知, 对检验问题

H0:
$$\mu = \mu \ 0 \ H1$$
: $\mu \neq \mu \ 0$

的显著性水平为α的拒绝域为()。

- A. $|U| > u_{\alpha}$ B. $|U| > u_{1-\alpha}$ C. $|U| > -u_{\alpha/2}$ D. $|U| > u_{1-\alpha/2}$
- 三、综合分析题
- 41. 一铸件上的缺陷数 X 服从泊松分布, 每铸件上的平均缺陷数是 0.5, 则
- (1)一铸件上无缺陷的概率为()。
- A. 0.706 B. 0.607 C. 0.760 D. 0.670
- (2)一铸件上仅有一个缺陷的概率为()。
- A. 0.535 B. 0.303 C. 0.380 D.
- (3)一铸件上有多于一个缺陷的概率为()。
- A. 0.090 B. 0.085 C. 0.095 D. 0.080

四、答案

1. A 提示: 不合格品率 P=P(X>76) + P(X<63)

=
$$P(Z > \frac{76-70}{1.5}) + P(Z < \frac{60-70}{1.5})$$

2-2 $\Phi(4)$

- 提示: 参数 $\lambda = 0.4$ 的指数分布 X 的标准差是 $\sigma(X) = 1/\lambda = 1/0.4 = 2.5$, 其样本均值的标准 2. B 差为 σ (X) / \sqrt{n} =2. 5/5=0. 5
- 3. D 提示: 合并后的样本量为 30, 样本均值为

$$\bar{x} = \frac{158 \times 20 - 152 \times 10}{30} = 156$$

4. B 提示: 总体标准差 σ =0.3 已知,故 u 的 0.95 的置信区间为

$$\bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm 0.15 u_{0.975}$$

- 提示: 显著性水平 a 表示当原假设为真时拒绝原假设的概率(即犯第一类错误的概率 的)最大值
- 提示: 由于事件 A 发生必导致事件 B 发生。 6. B
- 提示: 设事件 A="随机抽取 4个,全是合格品",则有: 7. A

$$P(A) = \frac{\binom{7}{4}}{\binom{10}{4}} = 1/6$$

8. C 提示: P(Ā | B)=1- P(A | B)=1-4/7=3/7

9. D 提示: X~P (0.5) =
$$\frac{0.5^x}{x!}$$
 e^{-0.5}

所求概率为
$$P(X=0) = e^{-0.5} = 0.6065$$

10. C 提示: P (5
$$\leq$$
X \leq 20) = $\int_{5}^{20} 0.1e^{-0.1} dx = -e^{+0.1 \text{tx}} \frac{20}{5} = e^{-0.5} - e^{-2} = 0.4712$

11. D 提示:
$$\sigma(X-Y) = \sqrt{Var(x) + Var(Y)} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

- 提示: $X \sim U(0, 5)$,则 E(X) = 2.5, Var(X) = 25/12,于是样本量为 25 的样本均值 x 近 似服从正态分布 N(2.5,1/12)
- 提示: 分组样本均值=(150×4+160×8+170×6+180×2)/20=163
- 14.C 提示: P(最后产品不合格品)=1-P(最后产品合格) =1-P(第一道工序合格)P(第二道工序合格)P(第三道工序合格) =1-(1-0.02)(1-0.03)(1-0.05)=0.09693
- 提示: $\sigma_x=2$,则样本量为 4 的样本均值x 的标准差 $\sigma_x=2/\sqrt{4}=1$
- 16. D 提示: 由于t分布是对称分布,故有ta=t1-a,从而有ta+ t1-a,=0
- 提示:在 σ 已知场合下,正态均值u的 0.95 置信区间为u \pm u $_0.975$ σ 。此区间的长度为 17. C

$$2u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 4.2 \ (u_{0.975} = 1.96)$$

由此解出 $\sqrt{n} \ge 2.8$, n ≥ 7.84 , 故样本量 n 至少为 8

- 提示: 正态方差 σ^2 的无偏估计是 $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (x_i-\overline{x})^2$
- 提示: 在假设检验中,接受原假设 HO 时就可能发和取伪错误,这是第二类错误。
- 20. D 提示: α 未知场合对正态均值作双侧假设检验时,其拒绝域应在 α 针的两侧,具体是 $|t| > t_{1-\alpha/2} (n-1)$
- 21. A、C、D 提示: 仅当事件 A 与 B 互不相容时才有 P(A∪B)= P(A) +P(B)。而事件 A 与 B 独立时,通常 $P(AB) \neq 0$ (除非 P(A) = 0 与 P(B) = 0 中至少一个成 立),因此B一般不成立。 提示:因为 X~U(0,1),故有 E(X)=0.5, Var(X)=1/12,从而

E (Y) =
$$\sum_{i=1}^{12}$$
 E (Xi) -6=12×0.5-6=0
E (Y) = $\sum_{i=1}^{12}$ Var (Xi) =12×1/12=1

- 23. A、C、D 提示: 因为 $\frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ 中含未知参数 u , 所以不是统计量。
- 24. A, C
- 提示:对任何总体来讲,总有E (x) =u, E(S²) = σ ² 提示:关于总体参数的命题可以作为原假设,样本统计量是随机变量,不能作为假 25. A, C
- 提示: $A-B=A-AB=A \Omega -AB=A (\Omega -B) = A \overline{B}$ 26. A, D
- 27. A, D 提示: E(Y)=4×3-2×4=4 $Var(Y) = 16 \times 1 + 4 \times 2 = 24$
- 提示: 由乘法公式与加法公式可得 A 与 C 28. A、C

B错,因为P(AB)=1-P(AB)但 $AB \neq AB$

D借,因为 A与 B的独立性尚不知

E 错, 因为在乘法公式中 P (AB) = P (B) P (A B), P (B) > 0

29. C、D 提示: P (0
$$\leq$$
X \leq 2) = Φ ($\frac{2-1}{2}$) - Φ ($\frac{0-1}{2}$) = Φ (0.5) - Φ (-0.5) =2 Φ (0.5) -1

30. B、C、D 提示:由于标准正态分布的概率密度函数是关于零点对称的,故有 $u_{0.5}$ =0 和 u_p = u_{1-p} ,从而 $u_{0.23}$ = $-u_{0.77}$,另外p分位数 u_p 是p的增函数,故有 $u_{0.3}$ < $u_{0.4}$

31. A、D 提示: E(X)=E(Y)=0。因为两个分布列都关于零点对称。

$$Var(X) = (-1)^2 \times 0.1 + 0 \times 0.8 + 1^2 \times 0.1 = 0.2$$

 $Var(Y) = (-2)^2 \times 0.1 + (-1)^2 \times 0.2 + 0 \times 0.4 + 1^2 \times 0.2 + 2^2 \times 0.1 = 1.2$
所以 $Var(X) < Var(Y)$

32. A、D 提示: 正确表达抽样分布的有 A 与 D

33. A、C、D 提示:
$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 2x_i \overline{x} + \overline{x}^2)$$

$$= \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\overline{x}^2)$$

$$= \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2)$$
34. A、C、D 提示: $S^2 = \frac{1}{2-1} \sum_{i=1}^{2} (x_i - \overline{x})^2 = (x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2$

$$= (x_1 - \frac{x_1 + x_2}{2})^2 + (x_2 - \frac{x_1 + x_2}{2})^2 = (\frac{x_1 - x_2}{2})^2 + (\frac{x_2 - x_1}{2})^2 = \frac{(x_1 - x_2)^2}{2}$$
另外, $S^2 = (x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 = x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)^2 / 2$

35. B、C 提示: 指数分布EXP(λ)的均值与标准差相等,且都为 λ^{-1} ,在本题中 E(X)= σ (X)=1/0. 25=4(分)

36. A、D 提示: PL=P (X\Phi (
$$\frac{LSL-u}{\sigma}$$
)

pu= P (X>USL) =1- P (X\Phi (
$$\frac{USL-u}{\sigma}$$
)

37. B、D 提示: 在 θ 作的置信区间时,置信水平 1-a=0. 9 是指对 100 个样本所构造的 100 个置信区间中约有 90 个区间能盖住 θ ,可能只有 89 个区间盖住 θ

38. B、C、E 提示: 正太标准差
$$\sigma$$
 的 1-a 置信区间为 $\left[\frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}\right]$,它依

赖于样本标准差 s(或样本方差)和 χ^2 分布的分位数

- 39. B、C、D 提示: P (2≤X≤5) =p2+p3+p4= p(X<5)- p(X<2)=1- p(X<2) p(X<4) 因为 p(X<2)=p1, p(X<4)=p5, p(X<5)=p1+ p2+p3+p4
- 40. C、D 提示: 在 σ 已知时,关于 H0: $\mu = \mu$ 0 H1: $\mu \neq \mu$ 0 的假设检验问题的拒绝域为为 $|U|>u_{1-\alpha/2}=|U|>-u_{\alpha/2}$
- 41. (1)B 提示: P (X=0) =e^{-0.5}=0.607
 - (2)B 提示: P (X=1) =0.5e^{-0.5}=0.303
 - (3) A 提示: P(X>1)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-607-0.303=0.090

第二章 常用统计技术

第一节 方差分析

方差分析是常用的统计技术之一。实际中,有时会遇到需要多个总体均值比较的问题,下面便 是一个例子。

〔例 2. 1-1]现有甲、乙、丙三个工厂生产同一种零件,为了解不同工厂的零件的强度有无明显的差异,现分别从每一个工厂随机抽取 4 个零件测定其强度,数据如表 2. 1-1 所示,试问这三个工厂的零件的平均强度是否相同?

表 2.1-1	二个工厂	[*] 的零件强度
12 4. 1 1	<u> </u>	

工厂	零件强度					
甲	103	101	98	110		
乙	113	107	108	116		
丙	82	92	84	86		

在这一问题中,我们遇到需要比较 3 个总体均值的问题。如果每一个总体的分布都服从正态分布,并且各个总体的方差相等,那么比较各个总体均值是否一致的问题可以用方差分析方法来解决。

一、几个概念

称上述从每一个工厂随机抽取 4 个零件测定其强度为试验,在该试验中考察的指标是零件的强度,不同工厂的零件强度不同,因此可以将工厂看成影响指标的一个因素,不同的工厂便是该因素的不同状态。

为了方便起见,将在试验中会改变状态的因素称为因子,常用大写字母 A、B、C 等表示。在 [例 2.1-1]中,工厂便是一个因子,用字母 A 表示。

因子所处的状态称为因子的水平,用因子的字母加下标来表示,譬如因子 A 的水平用 A1、A2、…等表示。在[例 2.1-1]中因子 A 有 3 个水平,分别记为 A1、A2、A3。

试验中所考察的指标通常用 Y 表示, 它是二个随机变量。

如果一个试验中所考察的因子只有一个,那么这是单因子试验问题。对数据做以下一些假定:假定因子A有r个水平,在每个水平下指标的全体都构成一个总体,因此共有r个总体。假定第i个总体服从均值为 μ i,方差为 σ 2的正态分布,从该总体获得一个样本量为m的样本为m11,

yi2…, yim, 其观测值便是我们观测到的数据, i=1, 2, …, r, 最后假定各样本是相互独立的。数据分析主要是要检验如下假设:

H0: μ1= μ2=···= μr H1: μ1, μ2, ···, μr 不全相等

检验这一对假设的统计技术便是方差分析。

当 H0 不真时,表示不同水平下的指标的均值有显著差异,此时称因子 A 是显著的;否则称因子 A 不显著。图 2.1-1 便示意了这两种说法的含义。

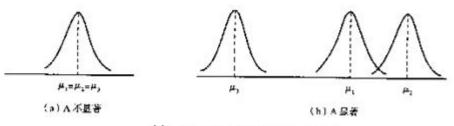


图 2.1-1 两种说法的示意图

综上所述,方差分析是在相同方差假定下检验多个正态均值是否相等的一种统计分析方法。具体地说,该问题的方差分析的基本假定是:

- (1) 在水平 Ai 下, 指标服从正态分布;
- (2) 在不同水平下, 方差 σ²相等;
- (3)数据 vi j 相互独立。

方差分析就是对这些基本假定下对上述假设(H0对 H1)进行检验的一种统计方法。

如果在一个试验中所要考察的影响指标的因子有 2 个,则是一个两因子试验的问题,它的数据分析可以采用两因子方差分析方法。

如果在一个试验中所要考察的影响指标的因子更多,那么试验往往要事先进行设计,以便用尽可能少的试验去获得数据,再对数据进行分析,这一问题将在第三节中进行讨论。

二、单因子方差分析

设在一个试验中只考察一个因子 A, 它有, 个水平, 在每一水平下进行 m 次重复试验, 其结果用 yi1, yi2…, yim 表示, i=1, 2, …, r。常常把全部数据列成表 2.1-2 形式:

表 2.1.2	单因子试验数据表
10 4. 1. 4	

水平	试验数据	和	均值
A1	y11, y12,, y1m	T1	$\overline{y}1$
A2	y11, y12,, y1m y21, y22,, y2m	T2	$\overline{y}2$
•••	•••	•••	•••
Ar	yr1, yr2, …yrm	Tr	$\overline{y}r$

其中yi j表示因子A第i个水平下的第j次重复试验结果,Ti, \overline{yi} 分别表示第i水平下的数据均值和与均值。此时共有n=rm个数据,这n个数据不全相同,若用 \overline{y} 表示n个数据的总平均,那么这n个数据的差异总离差平方和 S_r 表示:

$$S_T = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \overline{y})^2$$

离差平方和以在后不会发生混淆情况下也简称为平方和。

引起数据差异的原因不外如下两个:

一是由于因子 A 的水平不同,当假设 H0 不真时,各个水平下指标的均值不同,这必然会使试验结果不同,我们可以用组间离差平方和来表示,也称因子 A 的离差平方和:

$$S_{A=} \sum_{i=1}^{r} m \left(\overline{y_i} - \overline{y} \right)^2$$

这里乘以m是因为在每一水平下进行了m次试验。

二是由于存在随机误差,即使在同一水平下获得的数据间也有差异,这是除了因子 A 的水平外的其他所有原因引起的,我们将它们归结为随机误差,可以用组内离差平方和表示:

$$S_{E} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} \left(y_{ij} - \overline{yi} \right)^{2}$$

可以证明有如下平方和分解式:

 $S_T = S_A + S_e$

可以设想:当 HO 不真时,因子 A 引起的波动相对于误差来讲是比较大的,而当假设 HO 为真时,两者都可以看成都是由随机波动引起的,它们都可以作为误差方差的某种估计。由于两者所包含的误差的量有差别,所以为了进行比较,还需要将每个离差平方和除以各自的自由度。下面给出自由度的计算公式。ST、SA、Se 的自由度分别用 fT、fA、fe 表示,他们也有分解式:

fT=fA+fe

其中,

fT=n-1=rm-1, fA=r-1, fe=fT-fA=r(m-1)

将因子或误差的离差平方和与相应的自由度之比,也即按自由度平均的离差平方和称为均方,并分别记为:

MSA=SA/fA, MSe=Se/fe

当 MSA 与 MSe 相差不大时,认为因子 A 不显著;而当 MSA 相对于 MSe 大得多时,认为 A 是显著的。这一比较可以用两者的比(也称为 F 比)表示,记为:

F=MSA/MSe

当 $F>F1-\alpha$ (fA, fe) 时认为因子 A 在显著性水平 α 上是显著的,其中 $F1-\alpha$ (fA, fe) 是自由度为 fA, fe 的 F 分布的 $1-\alpha$ 分位数。F 分布的分位数表见附表 1-6。

以上求 F 比值的过程往往列成一张方差分析表, 见表 2.1-3。

表 2.1-3

单因子方差分析表

来源	平方和	自由度	均方	F比
因子 A	SA	fA=r-1	MSA=SA/fA	E-MCA /MC -
误差 e	Se	fe=n-r	MSe=Se/fe	F=MSA/MSe
总计T	ST	fT=n-1		

在以上计算中,关键是计算各个离差平方和,在计算时运用以下的等式是很有帮助的:

$$S_{T} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \overline{y})^{2} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} y_{ij}^{2} - \frac{T^{2}}{n}$$

$$S_{A} = \sum_{i=1}^{r} m (\overline{y_{i}} - \overline{y})^{2} = \sum_{i=1}^{r} \frac{T_{i}^{2}}{m} - \frac{T^{2}}{n}$$

其中 $\mathrm{Ti} = \sum_{j=1}^m yij$ 是第 i 个水平数据的和, $\mathrm{T} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m yij$ 表示所有 $\mathrm{n} = \mathrm{rm}$ 个数据的总和。

综上, 方差分析的一般步骤如下:

- (1) 计算因子 A 的每一水平下数据的和 T1, T2, …, Tr 及总和 T;
- (2) 计算各类数据的平方和 $\sum \sum y^2 i j$, $\sum T^2 i$, T^2 :
- (3) 依次计算 ST, SA, Se;
- (4) 计算各均方及 F 比值并列出方差分析表;
- (5)对于给定的显著性水平 α ,将求得的F值与F分布表中的 $F_{1-\alpha}$ (fA,fe)比较,当F> $F_{1-\alpha}$ (fA,fe)时认为因子A是显著的,否则认为因子A是不显著的。

下面对〔例 2.1-1]的数据进行分析。

(1) 计算各类和:

每一水平下的数据和依次为:T1=412, T2=444, T3=344 数据的总和为 T=1200

(2) 计算各类平方和;

所有原始数据的平方和为: $\sum \sum y^2 i_j = 121$ 492 各水平下数据和的平方和为: $\sum T^2 i = 485$ 216

(3) 计算各离差平方和:

 $ST=121 \ 492-1 \ 200^2/12=1 \ 492, \ fT=3\times4-1=11$

 $SA=485216/4-1 \ 200^2/12=1 \ 304$, fA=3-1=2

Se=1 492-1304=188, fe=11-2=9

(4) 列方差分析表:

来源	平方和	自由度	均方	F比
因子 A	SA=1304	fA=2	MSA=652	F=31, 21
误差 e	Se=188	fe=9	fe=9 MSe=20.9	
总计 T	ST=1492	fT=11		

(5)结论:

- ①如果给定 α =0.05,则 1- α =0.95,从 F 分布表查得 F0.95(2,9)=4.26,由于 F>4.26,所以在 α =0.05 水平上我们的结论是因子 A 是显著的(实际上,由于 F 也大于 F0.99(2.9)=8.02,因此在 α =0.01 水平上,因子 A 也是显著的!)。这表明不同的工厂生产的零件平均强度有明显的差异。
- ②当因子 A 显著时,还可以给出每一水平下指标均值的估计,以便找出最好的水平。在单因子试验的场合,第 i 个水平指标均值的估计为:

$$\hat{\mu}$$
1 = $\overline{y}i$, i=1, 2, ..., r

在本例中,3个工厂生产的零件的平均强度的估计分别为:

$$\hat{\mu}$$
 1=103, $\hat{\mu}$ 2=111, $\hat{\mu}$ 3=86

图 2.1-2 是各水平平均强度估计的直观表示。由此可见,乙厂生产的零件的强度的均值最大,如果我们需要强度大的零件,那么购买乙厂的为好;而从工厂来讲,甲厂与丙厂应该设法提高零件的强度。

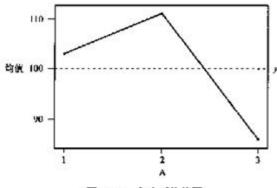


图 2.1-2 各水平均值图

③前面提到,即使是同一个工厂,生产的零件强度也是有波动的,若波动用方差度量,则通过数据分析还可以给出误差方差的估计,这里方差 σ 2 的估计是 Ve 。在本例中 σ 2 的估计是 20.9,而标准差 σ 的估计是 $\sqrt{20.9}$ =4.57。

如果没有给出各原始数据 yi j,仅给出了各水平下的试验次数、数据的均值与标准差,那么我们可以将前面的公式稍做变化后作方差分析。下面看一个例子。

[例 2. 1-2]为测定一个大型化工厂对周围环境的污染,选了四个观察点A1, A2, A3, A4, 在每个观察点上各测定 4 次空气中S0 $_2$ 的含量,现得到每一观察点上四次观察的平均值 \overline{yi} 及四次观察的样本标准差Si, i=1, 2, 3, 4,数据如下表 2. 1-5 所示:

表 2.1-5 均值与标准差

观察点	A1	A2	А3	A4	
$\overline{y}i$	0.031	0.100	0.079	0.058	
Si	0.009	0.014	0.010	0.011	

假定每一观察点上SO₂的含量服从正态分布,且方差相等,试问在显著水平a=0.05 上各观察点空气中SO₂的平均含量有无显著差异?

(1) 求数据的总和

这里观察点数即为水平数,故 r=4,每一水平下的重复次数为 m=4,因此可以求得数据的总和

$$T = \sum_{i=1}^{4} m \overline{y} i = 4 \quad (0.31+0.100+0.079+0.058) = 1.072$$

(2) 计算因子 A 的平方和

2006 质量专业理论与实务 由于第 i 水平的数据和 Ti=m $\overline{y}i$, 所以:

$$SA = \sum_{i=1}^{r} \frac{Ti^{2}}{m} - \frac{T^{2}}{rm} = m \sum_{i=1}^{r} \overline{y}i^{2} - \frac{T^{2}}{rm}$$

 $4(0.031^2+0.100^2+0.079^2+0.058^2)=0.01044$

其自由度 fA=r-1=3

(3) 计算误差平方和

由于样本标准差 $Si = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (yij - \overline{y}i)^2$,因此:

Se=
$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \overline{yi})^2 = \sum_{i=1}^{r} (m-1)si^2$$

 $=3(0.009^2+0.014^2+0.010^2+0.011^2)=0.001494$

其自由度为 fe=r(m-1)=12)

(4)列出方差分析表

表 2.1-6

方差分析表

来源	平方和	自由度	均方	F比
因子 A	0.01044	3	0.00348	27 05
误差 e	0. 001494	12	0.0001245	27. 95
总计T	0. 011934	15		

结论是:

- (1) 在显著性水平a=0.05 上, F_{0.95} (3.12) = 3.49, F>3.49, 所以在显著性水平a=0.05 上各观 察点空气中SO2的平均含量有显著差异。
 - (2) 从各观察点空气中SO2的平均含量可知A2的污染最严重, A1的污染重轻。
 - (3) 空气中SO₂含量的标准差的估计为 $\hat{\sigma} = \sqrt{Se/fe} = \sqrt{0.0001245} = 0.011$
 - 三、重复数不等的情况

若在每一水平下重复试验次数不同,假定在 Ai 水平下进行了 mi 次试验,那么方差分析仍可进 行,只是在计算中有两个主要改动:

一是此时 n=
$$\sum mi$$
, 二是 SA 的计算公式改为: SA= $\sum_{i=1}^r \frac{Ti^2}{mi} - \frac{T^2}{n}$

[例 2.1-3]某型号化油器原中小喉管的结构使油耗较大,为节约能源,设想了两种改进方案以 降低油耗。油耗的多少用比油耗进行度量,现在对用各种结构的中小喉管制造的化油器分别测定其 比油耗,数据如表 2.1-7 所列,试问中小喉管的结构(记为因子 A)对平均比油耗的影响是否显著。 (这里假定每一种结构下的比油耗服从等方差的正态分布)

表 2.1-7 [例 2.1-3]的试验结果

水平	试验结果(比油耗-220)							
A1: 原结构	11.0	12.8	7.6	8.3	4.7	5. 5	9.3	10.3
A2: 改进方案 1	2.8	4.5	-1.5	0.2				
A3: 改进方案 2	4.3	0.1	1.4	3.6				

现在对这批数据作方差分析(为简化计算起见,这里所有数据均减去220,这不影响离差平方 和、均方以及 F 比的计算,因此也不会影响最后因子的显著性)。

(1)各水平下的试验次数及数据和分别为:

A1:m1=8, T1=69.5

A2:m2=4, T2=6.0

A3:m3=4, T3=15.4

总的试验次数 n=16,数据的总和为:T=90.9

(2) 计算各类平方和:

 $\sum \sum y^2 i j = 757.41$, $\sum T^2 i / m i = 672.07$, $T^2 / n = 516.3$

(3) 计算各离差平方和:

ST=757. 41-516. 43=240. 98, fT=16-1=15

SA=672.07-516.43=155.64, fA=3-1=2

Se=240.98-155.64=85.34, fe=15-2=13

(4) 列方差分析表:

表 2.1-8 [例 2.1-3] 的方差分析

来源	平方和	自由度	均方	F比
因子 A	SA=155.64	fA=2	MSA=77.82	F=11.86
误差 e	Se=85.34	fe=13	MSe=6.56	r-11. ou
总计T	ST=240. 98	Ft=15		

(5)结论:

①设 α =0.05,从F分布表查得F_{0.95}(2,13)=3.81,由于求得的F>3.81,所以在 α =0.05 水平上我们的结论是因子A是显著的。这表明不同的中小喉管结构生产的化油器的平均比油耗有明显的差异。

②我们还可以给出不同结构生产的化油器的平均比油耗的估计:

 $\hat{\mu}$ 1=8. 69+220=228. 69, $\hat{\mu}$ 2=1. 50+220=221. 50, $\hat{\mu}$ 3=3. 85+220=223. 85

这里加上 220 是因为在原数据中减去了 220 的缘故。由此可见,从比油耗的角度看,两种改进结构都比原来的好,特别是改进结构 1。

③在本例中误差方差的估计为 6.56,标准差的估计为 2.56。

第二节 回归分析

在质量管理中经常需要研究两个变量间的相关关系,回归分析则是处理变量相关关系的一种统计技术。变量也是一种因子。因子常被分为两类:定性因子(如工厂、原料产地等)与定量因子(如温度、压力等)。回归分析主要研究定量因子,定量因子又称为变量。

[例 2. 2-1]由专业知识知道,合金的强度y(10⁷ Pa)与合金中的碳的含量x(%)有关。为了生产出强度满足顾客需要的合金,在冶炼时应该如何控制碳的含量?如果在冶炼过程中通过化验得知了碳的含量,能否预测这炉合金的强度?

为了解决这类问题就需要研究两个变量间的关系。首先要收集数据,现在从生产中收集到表 2.2-1 所示的数据。一般情况下,我们把收集到的数据记为(xi, yi), i=1, 2, ···, n, 在本例中 n=12。下面我们来叙述分析这类数据的方法。

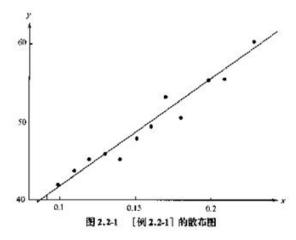
表 2.2-1 某合金在硕含量及强度数据表

序号	x (%)	y (10 ⁷ Pa)
1	0. 10	42.0
2	0. 11	43.5
3	0. 12	45.0
4	0. 13	45. 5
5	0. 14	45.0
6	0. 15	47. 5
7	0. 16	49.0
8	0. 17	53.0
9	0. 18	50.0
10	0. 20	55.0
11	0. 21	55.0
12	0. 23	60. 0

一、散布图

为了研究两个变量之间存在什么关系,可以画一张图,把每一对(xi,yi)看成直角坐标系中的一个点,在图中标出 n 个点,称这样的图为散布图。〔例 2.2-1]的散布图见图 2.2-1。

从图 2.2-1 可以看出,在本例中两个变量间确实存在某种关系:当碳的含量增加时,合金的强度也呈上升趋势。



二、相关系数

1. 相关系数的定义

如果散布图呈现如图 2.2-1 的形状,即 n 个点基本在一条直线附近,但又不完全在一条直线上,希望用一个统计量来表示它们的关系的密切程度,这个量称为相关系数,记为 r,它定义为:

$$r = \frac{\sum (xi - \overline{x})(yi - \overline{y})}{\sqrt{\sum (xi - \overline{x})^2 \sum (yi - \overline{y})^2}} = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}L_{yy}}}$$
(2. 2-1)

其中:

 $Lxy=\sum (xi-\overline{x})(yi-\overline{y})$

 $L_{XX} = \sum (xi - \overline{x})^2$

Lyy= $\sum (yi-\overline{y})^2$

可以证明 | r | ≤1,图 2.2-2 便是在不同的,值 r 值下点的散布的示意图。

当 r=±1 时, n 个点完全在一条直线上,这时称两个变量完全线性相关。

当 r=0 时,称两个变量不相关,这时散布图上 n 个点可能毫无规律,不过也可能两个变量间存在某种曲线的趋势。

(2.2-2)

当 r>0 时, 称两个变量正相关, 这时当 x 的值增加时, y 的值也有增大的趋势。

当 r<0 时, 称两个变量负相关, 这时当 x 的值增加时, y 的值有减少的趋势。

可以根据 \mathbf{r} 的绝对值的大小去判断两个变量间线性相关的程度, $|\mathbf{r}|$ 愈大,线性相关就愈强。

注意 x, y 相互独立,它们一定不相关,但不相关的两个变量不一定相互独立。

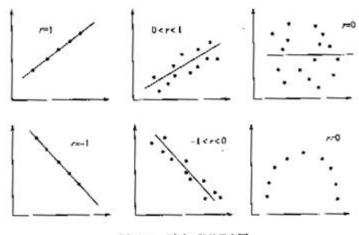


图 2.2-2 不同,位的示意图

2. 相关系数的检验

由于上述的相关系数是根据样本求出的,即使实际上两个变量不相关,但是求出的相关系数 r 不见得是 0。那么相关系数 r 的绝对值为多大时,才能认为两个变量间存在一定程度的线性相关关系呢?如果记它们的真正的(也即理论的)相关系数为 p ,在 x 是一般变量,y 服从正态分布的假定下,对如下假设

H0: $\rho = 0$, H1: $\rho \neq 0$

已经给出了检验法则, 其拒绝域为:

 $W = \{ |r| >_{r_{1-\alpha/2}} (n-2) \}$

其中n为样本量, α 为显著性水平, $r_{1-\alpha/2}$ (n-2) 是检验相关系数的临界值,其值可以从表 2. 2-2 查到。

表 2. 2-2 检验相关系数的临界值表

n-2 a	5%	1%	n-2 a	5%	1%	n-2 a	5%	1%
1	0. 997	1.000	16	0.468	0.590	35	0.325	0.418
2	0.950	0.990	17	0.456	0.575	40	0.304	0.393
3	0.878	0.959	18	0.444	0.561	45	0. 288	0.372
4	0.811	0.917	19	0.433	0.549	50	0.273	0.354
5	0.754	0.874	20	0.423	0.537	60	0.250	0.325
6	0.707	0.834	21	0.413	0.526	70	0. 232	0.302
7	0.666	0. 798	22	0.404	0.515	80	0.217	0. 283
8	0.632	0.765	23	0.396	0.505	90	0.205	0. 267
9	0.602	0.735	24	0.388	0.496	100	0. 195	0. 254
10	0.576	0.708	25	0.381	0.487	125	0.174	0. 228
11	0. 553	0.684	26	0.374	0.478	150	0. 159	0. 208
12	0.532	0.661	27	0.367	0.470	200	0. 138	0. 181
13	0.514	0.641	28	0.361	0.463	300	0.113	0. 143
14	0.497	0.623	29	0.355	0.456	400	0.095	0. 123
15	0.482	0.606	30	0.349	0.449	1000	0.062	0.081

3. 具体计算

下面介绍相关系数, 具体的计算与检验。

[例 2.2-1]续求 [例 2.2-1]的相关系数。

为计算 r 的值, 首先计算 Lxv, Lxx, Lvv, 它们通常也可以用下面简化的公式计算::

 $Lxy = \sum (xi - \overline{x})(yi - \overline{y}) = \sum xiyi - TxTy/n$

 $Lxx = \sum (xi - \overline{x})^2 = \sum x^2 i - T^2 x / n(2.2-3)$

Lyy= $\sum ((yi-\overline{y})^2 = \sum y^2i-T^2y/n$

其中 $Tx=\Sigma xi$, $Tv=\Sigma vi$ 。因此计算步骤如下:

- (1) 计算变量 x 与 y 的数据和 Tx, Ty:
- 在〔例 2.2-1]中 Tx=1.90, Tv=590.5
- (2) 计算各个变量数据的平方和及其乘积和:
- 在〔例 2.2-1]中

 $\sum x^2 i = 0.3194$, $\sum v^2 i = 29392.75$, $\sum xivi = 95.9250$:

(3) 按公式(2.2-3) 计算 Lxv, Lxx, Lvv:

在「例 2.2-1]中 Lxv=95.9250-1.90×590.5/12=2.4292

Lxx=0. 3194-1. 902/12=0. 0186

Lyy=29392. 75-590. 52/12=335. 2292

(4) 按公式(2.2-1) 计算 r 的值:

在「例 2. 2-1]中 $r=2.4292\sqrt{0.0186\times335.2292}=0.9728$

(5) 查表 2. 2-2,对 n=12,n-2=10,在 $\alpha=0.05$ 时的临界值为 0. 576,由于计算求得的 r>0.576,因此说明两个变量间具有(正)线性相关关系。

三、一元线性回归方程

当两个变量间存在线性相关关系时,常常希望在两者间建立定量关系,两个相关变量间的定量 关系的表达即是一元线性回归方程。从图 2.2-1 看,个点在一条直线附近波动,一元线性回归方程 便是对这条直线的一种估计。

下面我们假定自变量 x 是一般变量,因变量 y 是随机变量,对于固定的 x 值,y 的值也有可能不同。假定 y 的均值是 x 的线性函数,并且波动是一致的。此外总假定 n 组数据的收集是独立地进行的,在以下的检验及计算概率时还进一步假定 y 服从正态分布。

1. 一元回归方程的求法

设一元线性回归方程的表达式为:

$$\hat{y} = a + bx$$
 (2. 2-4)

对给定的 n 对数据 (xi, yi), $i=1, 2, \dots, n$, 要我们根据这些数据去估计 a 与 b。如果 a 与 b 已经估计出来,那么在给定的 xi 值上,回归直线上对应的点纵坐标为:

$$\hat{y}$$
 i=a+bxi

称 \hat{y} i 为回归值,实际的观测值 y i 与 \hat{y} i 之间存在偏差,我们希望求得的直线 (即确定 a 与 b) 使这种偏差的平方和达到最小,即要求 Σ (y i – \hat{y} i) ²达到最小,根据微分学的原理,可以证明 (2. 2–4) 式中的 a 与 b 可以用下式求出:

b=Lxy/Lxx,
$$a=\overline{y}-b\overline{x}$$

$$(2.2-5)$$

这一组解称为最小二乘估计,其中 b 是回归直线的斜率,称为回归系数; a 是回归直线的截距,一般称为常数项。其中 Lxy, Lxx 如 (2.2-2) 式所示。

综上, 求回归方程的步骤如下:

- (1) 计算变量 x 与 y 的数据和 Tx, Ty;
- (2) 计算各个变量数据的平方和及其乘积和;
- (3) 按公式(2.2-3) 计算 Lxy, Lxx;
- (4) 按公式(2.2-5) 求出 b 与 a:
- 对〔例 2.2-1],根据上一小段求出的数据,可以得到:

b=2. 4292/0. 0186=130. 6022

 $a=590.5/12-130.6022\times1.90/12=28.5340$

(5) 写出回归方程 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{a} + \mathbf{b}\mathbf{x}$,也可以表示为 $\hat{\mathbf{y}} = \overline{\mathbf{y}} + \mathbf{b}(\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}})$ 。

对〔例 2.2-1]求得的回归方程为:

$$\hat{\mathbf{v}} = 28.5340 + 130.6022x$$

注意由回归方程(2.2-4)画出的回归直线一定通过(0,a)与(\bar{x} , \bar{y})两点。

2. 回归方程的显著性检验

我们建立回归方程的目的是去表达两个具有线性相关的变量间的定量关系,因此,只有当两个变量具有线性相关关系时所建立的回归方程才是有意义的。检验两个变量间是否存在线性相关关系的问题便是对回归方程的显著性检验问题。

通常有两种检验方法。

方法之一,便是上一小段所叙述的求两个变量间的相关系数,对于给定的显著水平 α ,当相关系数r的绝对值大于临界值 $r_{1-\alpha/2}(n-2)$ 时,便认为两个变量间存在线性相关关系,所求得的回归是显著的,即回归方程是有意义的。

方法之二,为了便于推广到多元线性回归场合,给出另一种检验方法,这便是方差分析的方法。对给出的 $n \wedge y$ 的观察值求出其总的波动,如同方差分析中一样,用 ST 表示总离差平方和:

$$ST = \sum (yi - \overline{y})^2$$

造成这种波动的原因有两个方面:一是由于自变量 x 的取值不同,当变量 y 与 x 线性相关时,x 的变化会引起 y 的变化;另一个原因是除了自变量 x 以外的一切因素,统统归结为随机误差。我们可以用回归平方和 x 与残差平方和 x 分别表示由这两个原因引起的数据波动:

SR=
$$\Sigma$$
 (\hat{y} $\dot{1}$ - \overline{y}) 2

 $SE=\sum (yi-\hat{y}i)^2$

同样可以证明有平方和分解式:

ST=SR+SE

它们的自由度也有分解式:fT=fR+fE, 其中:

fT=n-1, fR=1(即自变量的个数), fE=fT-fR

如同方差分析中一样, 计算 F 比:

$$F = \frac{SR / fR}{Se / fE}$$

对给定的显著性水平α, 当F>F_{1-α}(fR, fE)时,认为回归方程显著,即是有意义的。

(例 2. 2-1]续下面对(例 2. 2-1]用方差分析的方法作回归方程的显著性检验。

(1) 计算各类离差平方和,通过代数运算可知:

(2.2-6)

对「例 2.2-1]来讲,由前面的计算知:

ST=335.2292, fT=11

SR=130.6022×2.4292=317.2589, fR=1

SE=335.2292-317.2589=17.9703, fE=10

(2)列方差分析表(表 2.2-3)。

表 2.2-3

[例 2, 2-1]的方差分析表

来源	平方和	自由度	均方	F比
回归	SR=317. 2589	fR=1	317. 2589	176. 55
残差	Se=17. 9703	fe=10	1. 7970	170.55
T	ST=335. 2292	Ft=11		

在 α =0. 05 时, $F_{1-\alpha}$ (1, 10) =4. 96,现在F>4. 96,这表明在 α =0. 05 水平上回归方程是有意义的。

3. 利用回归方程进行预测

当求得了一个有意义的回归方程后,可以将此回归方程用于预测,即在给定了自变量 x 的值后对因变量 y 的值做出断言。由于 y 是随机变量,因此无法给出每次试验中的实际取值,我们只能对其均值做出估计,这便称为 y 的预测值。如果给定 x 的值为 x0,那么 y 的预测值为:

$$\hat{y} = a + bx0$$

另外,还可以给出 y 的预测区间。所谓概率为 1-α的 y 的预测区间是指如下的区间:

$$(\hat{y} 0 - \delta, \hat{y} 0 + \delta)$$

其中 δ 满足 $P\{|y-\hat{y}|0|<\delta\}=1-\alpha$,当数据给定后, δ 的值与 x0 的值有关,可以证明 δ 的精确 表达为:

$$\delta = \hat{\delta} \times t_{1-\alpha/2} (n-2) \sqrt{1 + 1/n + (x_0 - \bar{x})^2 / L_{xx}}$$
 (2. 2-7)

这里 $t_{1-\alpha/2}$ (n-2) 是自由度为n-2 的t分布的 1- α /2 分位数, $\hat{\sigma} = \sqrt{SE/fe}$ 。 示意图见图 2. 2-

3。当n较大时(如n>30),t分布近似为正态分布,如果x0与 \bar{x} 相差不大, δ 可以近似取为:

$$\delta \approx \hat{\boldsymbol{\sigma}} \, \mathbf{u}_{1-q/2} \tag{2.2-8}$$

其中u_{1-α/2}是标准正态分布的 1-α/2 分位数。

利用回归方程进行预测的步骤为:

(1) 将给定的 x0 的值代入所求得的回归方程,得到 预测值 \hat{y} 0:

在〔例 2.2-1]中,如果取 x0=0.16,测得预测值为:

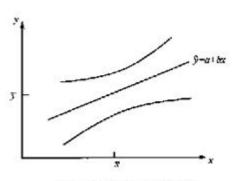


图 2.2-3 预测区间的示意图

 \hat{y} 0=28. 5340+130. 6022×0. 16=49. 43

(2)求概率为 1-α的预测区间:

①先求
$$\sigma$$
 的估计 $\hat{\sigma} = \sqrt{SE/fe}$

在 (例 2.2-1]中 $\hat{\sigma} = \sqrt{17.9703/10} = 1.34$

②由给定的α,查t分布表得t_{1-α/2}(n-2)的值:

在〔例 2. 2-1]中如要求概率为 0. 95 的预测区间,则由n=12, α =0. 05 查得t_{0. 975}(10)=2. 228。

③按(2.2-7)计算δ的值:

在〔例 2. 2-1]中, \bar{x} =1. 90/12=0. 1583, Lxx=0. 0186, 故有

$$\delta = 1.34 \times 2.228\sqrt{1 + 1/12 + (0.16 - 0.1583)^2 / 0.0186} = 3.11$$

④写出预测区间($\hat{\mathbf{y}}$ 0- δ , $\hat{\mathbf{y}}$ 0+ δ):

在[例 2.2-1]中, 所求得的概率为 0.95 的精确的预测区间为:

(49. 43-3. 11, 49. 43+3. 11) = (46. 32, 52. 54)

如果求概率为 0.95 的近似的预测区间,则可按(2.2-8)式计算,由于u_{0.975}=1.96,故有:

δ ≈ 1.96 × 1.34 = 2.63 则所求区间为:

(49.43-2.63, 49.43 + 2.63) = (46.80, 52.06)

现在两个区间相差较大,这是因为 n 较小所致。

四、可化为一元线性回归的曲线回归

在两个变量的散布图上,个点的散布不一定都在一条直线附近波动,有时可能在某条曲线附近波动,这时以建立曲线回归方程为好。一种最简单的曲线回归可以通过简单的变量变换,将它化为一元线性回归。本小节即讨论这一类曲线回归。下面通过例子来叙述方程形式的确定方法,方程中系数的估计方法,以及不同形式的曲线回归方程的比较。

〔例 2. 2-2〕炼钢炉出钢时盛钢水用的钢包,在使用过程中由于钢液及炉渣对包衬耐火材料的浸蚀,其容积不断增大。试验中钢包的容积用盛满钢水时的重量 y 表示,相应的试验次数用 x 表示共测得 13 组数据,具体数据见表 2. 2-4,要求找出 y 关于 x 的回归方程的表达式。

表 2. 2-4 钢包容积数据表

X	у
2	106. 42
3	108. 20
4	109. 58
5	109. 50
7	110.00
8	109. 93
10	110. 49
11	110. 59
14	110.60
15	110. 90
16	110. 76
18	111.00
19	111. 20

1. 确定曲线回归方程形式

常用的确定曲线回归方程形式的方法有两种,一是根据专业知识,二是根据数据所画的散布图,将它与一些标准的函数图像进行比较后加以选择。图 2.2-4 给出了常见的函数图形。

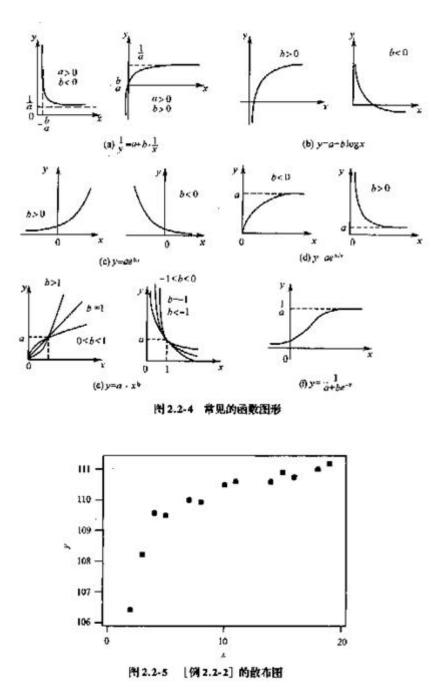
本例的散布图如图 2.2-5 所示,将它与图 2.2-4 比较可选用的回归曲线有多种形式,譬如:

(1)
$$\frac{1}{\hat{v}} = a + b \frac{1}{x}$$
 (a>0, b>0)

- (2) $\hat{y} = a + b \lg(x)$, (b>0)
- (3) $\hat{y} = a + b \sqrt{x}$, (b>0)
- (4) $\hat{y} 100 = a \times \exp(-b/x)$, (b>0)

现在有两个问题要解决,一是所选方程中的参数如何估计,二是各种曲线回归方程如何比较。

2. 曲线回归方程中参数的估计这里采用线性化的方法,即通过变换将它化为一元线性回归方程的形式,用上一小段介绍的方法来获得参数的估计。图 2. 2-4 给出的常见的函数图形以及本例我们所选的各种曲线回归方程都可以通过这一方法得到。



下面以方程(1)为例进行叙述。

我们做如下变换,令:

u=1/x, v=1/y

那么(1)就化为一元线性回归方程的形式:

 $\hat{v} = a + bu$

从而可以采用上一小段求最小二乘估计的方法获得 a 与 b, 计算过程如下:

第一步:对数据进行变换,具体见表 2.2-5,这里 n=13。

第二步: 计算变量 u 与 v 的数据和 Tu=2.050883, Tv=0.118267

计算数据平方和、乘积和: $\Sigma u^2 i=0.537218$, $\Sigma u i v i=0.018835$

再计算:

Luu=0. 537218-2. 0508832/13=0. 213670

Luv=0.018835-2.050883×0.118267/13=0.000177

第三步: 求出估计 a 与 b:

b=0.000177/0.213670=0.000829

 $a=0.118267/13-0.000829\times 2.050883/13=0.008967$

第四步:写出所得的回归方程:

 $\hat{v} = 0.008967 + 0.00082911$

再改写成 y 关于 x 的回归方程为:

 $1/\hat{\mathbf{v}} = 0.008967 + 0.000829/x$ 即:

$$\hat{y} = \frac{x}{0.000829 + 0.008967x}$$

同理可得(2)、(3)、(4)对应的回归方程为:

 $\hat{y} = 106.3147 + 3.94661g(x)$

 $\hat{\mathbf{v}} = 106.3013 + 1.1947 \sqrt{x}$

 $\hat{\mathbf{y}} = 100 + 11.7506 \exp(-1.1256/x)$

表 2 2-5 表 2 2-4 变换后的数据

1 2. 4 3	12.2 1	义]为归时数1泊			
X	у	u	V	ŷ	\mid y- $\hat{y}\mid$
2	106. 42	0.500000	0.00939673	105. 59	0. 17
3	108. 20	0. 333333	0. 00924214	108. 19	0.01
4	109. 58	0. 250000	0.00912575	109.00	0. 58
5	109. 50	0. 200000	0.00913242	109. 50	0.00
7	110.00	0. 142857	0.0090091	110.07	0.07
8	109. 93	0. 125000	0.00909670	110. 25	0. 32
10	110. 49	0.100000	0. 00905059	110. 50	0.01
11	110. 59	0.090909	0.00904241	110. 59	0.00
14	110.60	0.071529	0.00904159	110. 79	0. 19
15	110. 90	0.066667	0.00901713	110.84	0.06
16	110. 76	0.062500	0.00902852	110.88	0. 12
18	111.00	0.055556	0.00900901	110. 95	0.05
19	111. 20	0.052632	0.00899281	110.98	0. 22

3. 曲线回归方程的比较

在[例 2. 2-2]中求出了四个曲线回归方程,如果有兴趣的话,还可以求其他合适形式的回归方程。那么究竟选哪一个方程为好?为此需要给出比较的准则。常用的准则是如下的两个:

一是要求相关指数 R 大, 其平方在有的书中也称其为决定系数, 它被定义为:

$$R^{2}=1-\frac{\sum (yi-\hat{y}i)^{2}}{\sum (yi-\bar{y})^{2}}$$
 (2. 2-10)

对于不同的曲线回归方程,其残差平方和是不同的,我们要求其小为好,也就是要求 R^2 大。二是要求剩余标准差 s 小,它被定义为:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (yi - \hat{y}i)^2}{n - 2}}$$
 (2. 2-11)

由于要求残差平方和小为好,也就是要求 s 小。

实际上这两个标准所选的方程是一致的,但是它们从两个不同的方面给人以启示,相关指数从总体上给出一个拟合好坏程度的度量,而剩余标准差给出观察点与曲线的平均偏离程度的度量。

为计算相关指数R与剩余标准差s,有时需要对每一点计算拟合值。下面仍以上例方程(1)来叙述,首先计算每一点的拟合值 \hat{y} ,并计算残差的绝对值 $|y-\hat{y}|$,它们已经都列在表 2. 2–5 中了。由此可以得到残差平方和 Σ (yi – \hat{y}) 2 =0. 5778,此外还可以计算得到

 $\sum (yi - \overline{y})^2 = \sum yi^2 - T^2x/n = 21.2105$,从而得

$$R^2 = 1 - \frac{0.5778}{21.2105} = 0.9728$$
 $S = \sqrt{\frac{0.5778}{13 - 2}} = 0.2292$

就本例而言,对四个曲线回归方程都可以类似计算上述两个量,结果见下表

回归方程序号	(1)	(2)	(3)	(4)
R^2	0. 9728	0.8773	0. 7851	0.9623
S	0. 2292	0. 4864	0. 6437	0. 2696

由此可见,不管按哪个标准,以选方程(1)为好。

在一个实际问题中,只要从R²或s看,已经能满足要求了就不需要无限制地去求许多不同的方程。

第三节 试验设计

一、试验设计的基本概念与正交表

(一)试验设计

产品质量的好坏很大程度上是由设计所决定的,因此在新产品的开发设计阶段就要十分重视,当然设计的好产品要成为真正的高质量的产品,在生产过程中还得有好的工艺参数,为此经常需要进行试验,从影响产品质量的一些因素中去寻找好的原料搭配,好的工艺参数搭配等,这便是多因素(因子)的试验设计问题。

多因素试验遇到的最大困难是试验次数太多,让人无法忍受。如果有十个因素对产品质量有影响,每个因素取两个不同状态进行比较,那么就有 2¹⁰=1024 个不同的试验条件需要比较,假定每个因素取三个不同状态比较的话,那么就有 3¹⁰=59049 个不同的试验条件,要全部做试验在实际中是办不大到的,因此我们只能从中选择一部分进行试验。选择哪些条件进行试验十分重要,这便是试验的设计。一个好的设计,可以通过少量试验获得较多的信息,达到试验的目的。试验设计的方法有许多,这里介绍的正交试验设计便是其中的一种常用方法,它利用"正交表"选择试验的条件,并利用正交表的特点进行数据分析,找出最好的或满意的试验条件。

(二)正交表

表 2. 3-1 是一张典型的正交表L₉(3⁴),这里 "L"是正交表的代号, "9"表示表的行数,在试验中表示用这张表安排试验的话,要做 9个不同条件的试验, "4"表示表的列数,在试验中表示

用这张表安排试验的话,最多可以安排 4 个因子, "3"表示表的主体只有 3 个不同的数字:1,2,3,在试验中它代表因子水平的编号,即用这张表安排试验时每个因子应取 3 个不同水平。

正交表具有正交性,这是指它有如下两个特点:

- (1)每列中每个数字重复次数相同。在表 $L_9(3^4)$ 中,每列有 3 个不同数字:1, 2, 3, 每一个出现 3 次。
- (2)将任意两列的同行数字看成一个数对,那么一切可能数对重复次数相同。在表 L9(34)中,任意两列有 9 种可能的数对: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), 每一对出现一次。

如果将试验条件看成试验空间(一切可能试验条件组成的集合)中的一个点,那么正交表的这两个特点使所选择的试验点在试验空间中的分布是均匀分散的,并将看到试验结果具有综合可比性,这为以后的统计分析带来了便利。

序号 试验号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

常用的正交表有两大类。若记一般的正交表为L_n(q^p),则:

一类正交表的行数 n, 列数 p, 水平数 q 间有如下关系:

$$n=q^k$$
, $k=2$, 3, 4, ..., $P=(n-1)/(q-1)$ (2.3-1)

如二水平正交表 $L_4(2^3)$, $L_8(2^7)$, $L_{16}(2^{15})$, $L_{32}(2^{31})$ 等,三水平正交表 $L_9(3^4)$, $L_{27}(3^{13})$ 等,四水平正交表 $L_{16}(4^5)$ 等,五水平正交表 $L_{25}(5^6)$ 等,这一类正交表不仅可考察各因子对试验指标的影响,还可考察因子间的交互作用的影响。

另一类正交表的行数,列数,水平数之间不满足(2.3-1)中的两个关系,往往只能考察各因子的影响,不能用这些正交表来考察因子间的交互作用。如二水平正交表 $L_{12}(2^{11})$, $L_{20}(2^{19})$ 等,三水平正交表 $L_{18}(3^7)$, $L_{36}(3^{13})$ 等,混合水平正交表 $L_{18}(2\times3^7)$, $L_{36}(2^3\times3^{13})$ 等。

附录 2 给出了常用的正交表。

二、无交互作用的正交设计与数据分析

下面通过一个例子来叙述利用正交表安排试验与进行数据分析的步骤。

[例 2.3-1]磁鼓电机是彩色录像机磁鼓组件的关键部件之一,按质量要求其输出力矩应大于 0.0210N•m。某生产厂过去这项指标的合格率较低,从而希望通过试验找出好的条件,以提高磁鼓电机的输出力矩。

(一)试验的设计

在安排试验时,一般应考虑如下几步:

- (1) 明确试验目的: 在本例中试验的目的是提高磁鼓电机的输出力矩。
- (2)明确试验指标:试验指标用来判断试验条件的好坏,在本例中直接用输出力矩作为考察指标,该指标越大表明试验条件越好。
- (3)确定因子与水平:在试验前首先要分析影响指标的因子是什么,每个因子在试验中取哪些水平。在本例中,经分析影响输出力矩的可能因子有三个,它们是:

A: 充磁量 B: 定位角度 C: 定子线圈匝数

根据各因子的可能取值范围,经专业人员分析研究,决定在本试验中采用如下水平,见表 2.3-2。

表 2.3-2

因子水平表

7C 2. 0 2			
因子	水平1	水平 2	水平 3
A:充磁量	900	1100	1300
B:定位角度	10	11	12
C:定子线圈匝数	70	80	90

(4)选用合适的正交表,进行表头设计,列出试验计划:首先根据在试验中所考察的因子水平数选择具有该水平数的一类正交表,再根据因子的个数具体选定一张表。在本例中所考察的因子都是三水平的,因此选用三水平正交表,又由于现在只考察三个因子,所以选用 $L_{a}(3^{4})$ 即可。

选定了正交表后把因子放到正交表的列上去,称为表头设计。在不考虑交互作用的场合,可以 把因子放在任意的列上,一个因子占一列。譬如在本例中将三个因子分别置于前三列,将它写成如 下的表头设计形式:

表头设计	A	В	С	
列号	1	2	3	4

有了表头设计便可写出试验计划,只要将置因子的列中的数字换成因子的相应水平即可,不放因子的列就不予考虑。本例的试验计划可以这样得到:将第一列的 1, 2, 3 分别换成充磁量的三个水平 900, 1100, 1300, 将第二列的 1, 2, 3 分别换成定位角度的三个水平 10, 11, 12, 将第三列的 1, 2, 3 分别换成定 子线圈匝数的三个水平 70, 80, 90, 则得试验计划(见表 2.3-3)。表中第一号试验的条件是充磁量取 900×10-4 特, 定位角度取 10 度, 定子线圈取 70 匝。其他各号试验条件类似得到。

由此可见,用正交表L。(3⁴)安排试验共有9个不同的试验条件,它们是一起设计好的,而不是等一个试验结束后再决定下一个试验条件,因此称这样的设计为"整体设计"。

这里 9 个试验点在三维空间中的分布见图 2.3-1,从图中可见:从三个方向的任一方向作三个等距的垂直于坐标轴的平面,则每一平面上有 3 个点,再将每一平面分成等间隔的三行三列,则在每一行上有 1 个点,每一列上也有 1 个点。因此这 9 个点在三维空间的分布是均匀分散的。

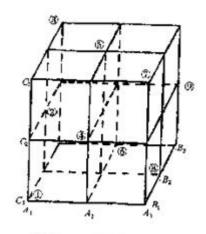


图 2.3-1 9个试验点的分布

表 2.3-3 试验计划与试验结果

试验号	充磁		定位角	定	三子线圈匝	数	试验结果 y
四巡 与	(10 ⁻⁴ 特)		(度)		(匝)		以 巡知不 y
1	(1)	900	(1)	10	(1)	70	160
2	(1)	900	(2)	11	(2)	80	215
3	(1)	900	(3)	12	(3)	90	180
4	(2)	1100	(1)	10	(2)	80	168
5	(2)	1100	(3)	11	(3)	90	236
6	(2)	1100	(1)	12	(1)	70	190
7	(3)	1300	(2)	10	(3)	90	157
8	(3)	1300	(2)	11	(1)	70	205
9	(3)	1300	(3)	12	(2)	80	140

(二)进行试验和记录试验结果

有了试验计划后就可以按其进行试验,并将试验结果记录在对应的试验条件后面,对于〔例 2.3-1]的问题,为计算和分析方便起见,表 2.3-3 中的y值是实测值的 10⁴倍。

为了避免事先某些考虑不周而产生系统误差,因此试验的次序最好要随机化,这可以用抽签的方式决定,譬如用9张同样的纸,分别写上1~9,然后混乱后依次取出,如果依次摸到:3,5,2,9,1,6,4,7,8,那么就先做第3号试验,再做第5号试验,…,最后做第8号试验。

此外,在试验中还应尽量避免因操作人员的不同,仪器设备的不同等引起的系统误差,尽可能使试验中除所考察的因子外的其他因素固定,在不能避免的场合可以增加一个"区组因子"。譬如试验由三个人进行,则可以把"人"也看成一个因子,三个人便是三个水平,将其放在正交表的空白列上,那么该列的 1, 2, 3 对应的试验分别由第一、第二、第三个人去做,这样就避免了因人员变动所造成的系统误差。

试验时常常还需要在同一条件下进行重复,这样可以看出试验的稳定性,还可以对试验误差的方差进行估计。有时为了节约成本、时间等,在正交表上有空白列时也可以只进行一次试验。下面我们就在一个条件下进行一次试验的情况叙述数据的分析方法。

(三)数据分析

在〔例 2. 3-1]中考虑了三个三水平因子,其所有不同的试验条件共有 27 个,现在仅做了其中的 9 个。试验的目的是想找出哪些因子对指标是有明显影响的,各个因子的什么样的水平组合可以使指标达到最大。这可以利用正交表的特点进行数据分析。仍然结合〔例 2. 3-1]进行叙述。

表 2.3-4	[例 2.	3-1]直观分析数	据		
表头设计	A	В	С		
试验号 列号	1	2	3	4	у
1	1	1	1	1	160
2	1	2	2	2	215
3	1	3	3	3	180
4	2	1	2	3	168
5	2	2	3	1	236
6	2	3	1	2	190
7	3	1	3	2	157
8	3	2	1	3	205
9	3	3	2	1	140
T1	555	485	555		
T2	594	656	523		
Т3	502	510	573		
\overline{T} 1					
\overline{T} 2	185	161. 7	185. 0		
	198	218. 7	174. 3		
\overline{T} 3	167. 3	170. 0	191. 0		
R	30. 7	57. 0	16. 7		

1. 数据的直观分析

(1) 寻找最好的试验条件

首先我们来看第一列,该列中的1,2,3分别表示因子A的三个水平,按水平号将数据分为三组:"1"对应{y1,y2,y3},"2"对应{y4,y5,y6},"3"对应{y7,y8,y9}。

"1"对应的三个试验都采用因子 A 的一水平进行试验,但因子 B 的三个水平各参加了一次试验,因子 C 的三个水平也各参加了一次试验。这三个试验结果的和与平均值分别为:

T1=v1+v2+v3=160+215+180=555, $\overline{T}_{1}=T1/3=185$

"2"对应的三个试验都采用因子 A 的二水平进行试验,但因子 B 的三个水平各参加了一次试验,因子 C 的三个水平也各参加了一次试验。这三个试验结果的和与平均值分别为:

T2=y4 + y5+y6=168+236+190=594, $\overline{T} = 2=T2/3=198$

"3"对应的三个试验都采用因子 A 的三水平进行试验,但因子 B 的三个水平各参加了一次试验,因子 C 的三个水平也各参加了一次试验。这三个试验结果的和与平均值分别为:

T3=y7+y8+y9=157+205+140=502, $\overline{T} 3=T3/3=167.3$

由以上可知, \overline{T} 1、 \overline{T} 2、 \overline{T} 3 之间的差异只反映了 A 的三个水平间的差异,因为这三组试验条件除了因子 A 的水平有差异外,因子 B 与 C 的条件是一致的,所以可以通过比较这三个平均值的大

小看出因子 A 的水平的好坏。从这三个数据可知因子 A 的二水平最好,因为其指标均值最大。这种比较方法称为"综合比较"。以上计算都列在表 2.3-4 的下方。

同理可看第二列与第三列,按其中的 1, 2, 3 分别将数据分为三组,计算各自的数据和与平均,它们也都列在表 2.3-4 的下方。由此可知,因子 B 取二水平好,因子 C 取三水平好。

综上可知使指标达到最大的条件是A2 B2 C3, 即充磁量取 1100×10⁻¹特, 定位角度取 11 度, 定子线圈取 90 匝可以使输出力矩达到最大。

(2) 各因子对指标影响程度大小的分析

这可从各个因子的"极差"来看,这里指的一个因子的极差是该因子不同水平对应的试验结果均值的最大值与最小值的差,因为该值大的话,则改变这一因子的水平会对指标造成较大的变化,所以该因子对指标的影响大,反之,影响就小。

在本例中因子 A 的极差为:

RA=198-167, 3=30, 7

对因子 B、C 可同样计算,它们被置于表 2.3-4 的最下面一行。从三个因子的极差可知因子 B 的影响最大,其次是因子 A,而因子 C 的影响最小。

(3) 各因子不同水平对指标的影响图

为直观起见,可以将每个因子不同水平下试验结果的均值画成一张图,〔例 2. 3-1]的图见图 2. 3-2,从图上可以明显看出每一因子

的最好水平 A2, B2, C3, 也可以看出各个因子对指标影响的大小,

RB>RA>RC。

2. 数据的方差分析

在数据的直观分析中是通过极差的大小来评价各个因子对指标影响的大小,那么极差要小到什么程度可以认为该因子水平变化对指标值已经没有显著的差别了呢?为回答这一问题,需要对数据进行方差分析。

在方差分析中,我们假定每一试验是独立进行的,每一试验条件下的试验指标服从正态分布,这些分布的均值与试验的条件有关,可能不等,但它们的方差是相等的。

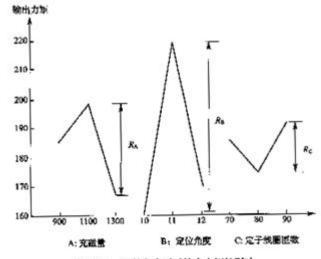


图 2.3-2 因子各水平对输出力矩的影响

(1)平方和分解

为进行方差分析,从试验结果出发。由于试验条件的不同与试验中存在误差,因此各试验结果不同,我们可以用总离差平方和 ST 去描述数据的总波动:

$$S_{T} = \sum_{i=1}^{n} (yi - \overline{y})^{2}$$
 (2. 3-2)

其中 n 是试验次数, \bar{y} 是试验结果的总平均,若记 $T = \sum_{i=0}^{n} yi$,则 $\bar{y} = T/n$ 。

造成数据波动的原因可能是因子所取水平的不同,也可能是试验误差,当然也可能两者都有。为此要把由各个原因造成的波动分别用数量来表示。

先来看由于因子 A 的水平不同所引起的数据波动的度量。仍用 \overline{T} 1、 \overline{T} 2、 \overline{T} 3 表示其三个水平下的试验结果的平均,用 \overline{y} 表示试验结果的总平均。我们考虑 \overline{T} 1、 \overline{T} 2、 \overline{T} 3 与 \overline{y} 的(离差)平方和,记为 SA:

$$SA = \sum_{i=1}^{3} 3(\overline{T}i - \overline{y})^{2}$$
 (2. 3-3)

这里乘以 3 是因为每一水平重复进行了三次试验。SA 除了误差外只反映因子 A 的水平间的差异,即由于因子 A 的水平不同所引起的试验结果的波动,因此称其为因子 A 的离差平方和。由于这里的 \overline{T} 1、 \overline{T} 2、 \overline{T} 3 是第 1 列的 3 个数字分别对应的试验结果的平均值,因此 (2. 3–3) 式也可以看成是第 1 列的离差平方和,记为 S1。因为因子 A 置于第 1 列,故 SA=S1。

同理可以计算其他各列的离差平方和。

由于因子 B、C 分别置于第 2、3 列, 故有 SB=S2, SC=S3。

第四列上没有置因子,称为空白列。S4 仅仅反映了由误差造成的数据波动,称它为误差的离差平方和,记为 Se,即:

Se=S4

用代数方法可以证明,在L₂(3⁴)中总离差平方和与各列的离差平方和间有如下关系:

ST=S1+S2+S3+S4

对一般的正交表来讲,只要其行数 n、列数 p 与水平数 q 满足(2.3-1)式,则有:

 $ST=S1+S2+\cdots+Sp$

(2.3-4)

称(2.3-4)为平方和的分解式。

(2)F比

与方差分析类似,称离差平方和与自由度的比为均方,用因子的均方与误差的均方进行比较,当 F 因=MS 因/MSe $^{}$ F1- α (f 因,fe) 时,认为在显著性水平 α 上因子是显著的,其中 MS 因,f 因分别是因子的均方与自由度,MSe,fe 分别是误差的均方与自由度。

为此需要给出因子与误差的自由度。同方差分析中所述,一个因子的自由度是其水平数-1,在正交设计中因子是置于正交表的列上,为叙述方便,也称正交表一列的自由度为其水平数-1,即 q-1,因子的自由度与所在列的自由度应该相等。而误差的离差平方和为正交表上空白列的离差平方和相加而得,其自由度为正交表上空白列的自由度相加。总离差平方和的自由度是试验次数-1,即 n-1。当正交表中行数 n、列数 p 与水平数 q 满足 (2.3-1) 式时,对离差平方和有关系式 (2.3-4),同样对自由度也有相应关系式:

 $fT=f1+f2+\cdots+fp$

这里 fT=n-1, 也称它为正交表的自由度, fj是第 j列的自由度。

(3) 计算

通常也用列表的方法计算各列的离差平方和(见表 2, 3-5)。

通过代数运算,可以用下式计算一列的离差平方和与总离差平方和:

$$S = \sum_{i=1}^{q} \frac{T_i^2}{n/q} - \frac{T^2}{n}$$

$$ST = \sum_{i=1}^{n} \overline{y}i - \frac{T^2}{n}$$
(2. 3-5)

表 2.3-5

[例 2.3-1]方差分析计算表

	- P 4	-//-	V 1 · 1 > 1 • •		
表头设计	A	В	С		
试验号 列号	1	2	3	4	у
1	1	1	1	1	160
2	1	2	2	2	215
3	1	3	3	3	180
4	2	1	2	3	168
5	2	2	3	1	236
6	2	3	1	2	190
7	3	1	3	2	157
8	3	2	1	3	205
9	3	3	2	1	140
					T=1651

T1 555 485 555 536

T2 T3	594 502	656 510	523 573	562 563	$\sum yi^2 = 310519$	
S	1421. 6	5686. 9	427. 6	116. 2	ST=7652. 2	

利用(2.3-4)式可以验证你的离差平方和计算是否正确。

对于 F 比的计算通常列成一张方差分析表(见表 2.3-6)。

表 2.3-6

〔例 2.3-1〕的方差分析表

来源	平方和	自由度	均方	F比
因子 A	1421.6	2	710. 8	12. 23
因子 B	5686. 9	2	2843. 4	48. 94
因子 C	427.6	2	213. 8	3. 68
误差 e	116. 2	2	58. 1	3. 00
总计	7652. 2	8	$F_{0.90}(2,2) = 9.0, F_{0.95}(2,2) = 19.0$	

由于 FA 大于 F0.90(2, 2)=9.0,FB 大于 F0.95(2, 2)=19.0,因此因子 A 与 B 在显著性水平 0.10 与 0.05 上都是显著的,而因子 C 不显著。

3. 最佳条件的选择

对显著因子应该选择其最好的水平,因为其水平变化会造成指标的显著不同,而对不显著因子可以任意选择水平,实际中常可根据降低成本、操作方便等来考虑其水平的选择。

在〔例 2.3-1]中因子 A 与 B 是显著的,所以要选择其最好的水平,按前所述,应取 A2 B2;对 因子 C 可以选任意水平,譬如为了节约材料可选 C1。将此最佳条件记为 A2 B2 或 A2 B2 C,由于 C 不显著,故可不写,若写的话,无下标,表示可根据节省时间、节约消耗等实际情况取三个水平中某一个。

4. 因子的贡献率

当试验指标不服从正态分布时,进行方差分析的依据就不够充足,此时可以通过比较各因子的"贡献率"来衡量因子作用的大小。

由于 S 因中除了因子的效应外,还包含误差,从而称 S 因-f 因 MSe 为因子的纯(离差)平方和,称因子的纯离差平方和与 ST 的比为因子的贡献率。而称 fTMSe/ST 为误差的贡献率。在[例 2.3 1]中因子与误差的贡献率如表 2.3-7 所示。

表 2.3-7

〔例 2.3-1]因子与误差的贡献率

来源	平方和	自由度	纯均方	贡献率(%)
因子 A	1421.6	2	1305. 7	17. 06
因子 B	5686. 9	2	5570. 7	72.80
因子 C	427.6	2	311.4	4.07
误差 e	116. 2	2	464.8	6.07
总计	7652. 2	8		

从表中可知,因子 B 最重要,它的水平变化引起的数据波动在总的离差平方和中占了 72.80% 其次是因子 A,而因子 C 的水平变化引起的数据波动还不及误差引起的数据波动的贡献率大,所以因子 C 可以认为不重要。

(四)验证试验

在〔例 2. 3-1]中找到的最佳条件是 A2 B2,即试验中的第 5 号试验,其试验结果确为 9 次试验中指标最高的。但在实际问题中分析所得的最佳条件不一定在试验中出现,为此通常需要进行验证试验,譬如选择条件 A2 B2 C1,该条件就不在所进行的 9 次试验中,它是否真的符合要求?所以在实际中验证试验是不可少的,即使分析所得的最佳条件在试验中出现,也需要通过验证试验看其是否稳定。

例如在〔例 2. 3-1]中对条件 A2 B2 C1 进行了三次试验,结果分别为:233,240,220,其平均 值为 231 看来该条件是满意的。

三、有交互作用的正交设计与数据分析

在多因子试验中,除了单个因子对指标有影响外,有时两个因子不同水平的搭配对指标也会产生影响,这种影响如果存在就称为因子 A 与 B 的交互作用。因子 A 与 B 的交互作用可以用图形直观地表示。

如图 2.3-3(a) 表示因子 A 与 B 不存在交互作用,这时不管因子 B 取什么水平,因子 A 的二水平的指标的均值总比一水平的均值高 h。

在图 2.1-3(b)中,当因子 B 取不同水平时,虽然因子 A 的二水平的指标均值总比一水平的高,但高的程度有所不同。

在图 2.1-3(c)中,当因子 B 取水平 1 时,因子 A 的水平 2 的指标均值比水平 1 的高,但是当因子 B 取水平 2 时,因子 A 的水平 2 的指标均值却比水平 1 的低。

如图 2. 1-3 (b) 与 (c) 所显示的,一个因子的水平好坏或好坏的程度受另一因子水平制约的情况,称为因子 A 与 B 的交互作用,用 $A \times B$ 表示。

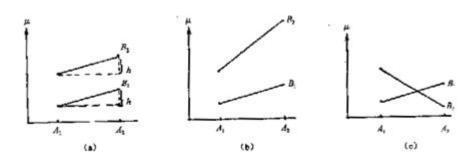


图 2.3-3 图 F A 与 B 的交互作用示意图

下面通过一个例子来叙述有交互作用时试验的设计与分析。

〔例 2.3-2]为提高某种农药的收率,需要进行试验。

(一)试验的设计

试验设计的步骤基本同上段所述,但在某些步骤上有点差异,现叙述如下:

(1) 明确试验目的: 在本例中试验目的是提高农药的收率。

因子水平表

- (2) 明确试验指标: 在本例中用收率来表示, 收率越高表示该条件越好。
- (3)确定试验中所考虑的因子与水平,并确定可能存在并要考察的交互作用:经分析,影响农药收率的因子有四个,它们是反应温度 A、反应时间 B、两种原料配比 C 与真空度 D,根据经验反应温度与反应时间的交互作用对收率也有较大的影响,因此在本试验中还需考察交互作用 A×B。试验中所考察的因子水平见表 2.3-8。

表 2.3-8

因子	水平1	水平 2	
A: 反应温度 (℃)	60	80	
B: 反应时间(小时)	2.5	3.5	
C: 两种原料配比	1. 1/1	1.2/1	
D: 真空度(kPa)	50	60	

(4)选用合适的正交表。进行表头设计,列出试验计划:首先还是根据所考察的因子的水平数选择一类正交表,该表的参数要满足条件(2.3-1)。在本例中,所考察的因子都是二水平的,所以可从二水平正交表 $L_4(2^3)$, $L_8(2^7)$, $L_{16}(2^{15})$ 等中去选一张。在有交互作用的场合,在选择正交表时要为交互作用留有位置,以便于今后的数据分析。在二水平的场合,一个交互作用可以看成1个二水平

因子,由于现在要考察 4 个二水平因子及 1 个交互作用,因此可以看成有 5 个二水平因子(理由在后面叙述),故选用 $L_8(2^7)$ 是合适的。

在进行表头设计时要利用交互作用表, $L_8(2^7)$ 的交互作用表见表 2. 3-9。它表示任意两列的交互作用所位于的列号,例如第 1 列与第 2 列的交互作用位于第 3 列。

表 2.3-9

L₈(2⁷)的交互作用表

列号	1	2	3	4	5	6	7	
	(1)	3	2	5	4	7	6	
		(2)	1	6	7	4	5	
			(3)	7	6	5	4	
				(4)	1	2	3	
					(5)	3	2	
						(6)	1	

在进行表头设计时,应先把存在交互作用的两个因子放到表头上去,这时可以放在任意两列上,譬如现在将因子 A 与 B 分别放在第 1 与第 2 列上,然后从交互作用表上查出这两列的交互作用列,现查得第 1、2 列的交互列为第 3 列,则在第 3 列上标以 A×B,再将余下的因子分别放在其他的空白列上,譬如把因子 C 与 D 放在第 4、7 列上,这便给出了表头设计:

表头设计	A	В	$A \times B$	С			D
列号	1	2	3	4	5	6	7

有了表头设计后便可写出试验计划了,它同上节所述,只要将放置因子的列中的 1,2 改为该因子的真实水平即可。本例的试验计划见表 2.3-10。

有了试验计划后便可以按试验计划进行试验,并记录试验结果,这同上段所述,不再重复。本例的试验结果见表 2.3-10 最后一列。

表 2.3-10

试验计划

试验号	反应温度(℃)	反应时间(小时)	两种原料配比	真空度(kPa)	收率 y
1	(1)60	(1) 2.5	(1) 1.1/1	(1) 50	86
2	(1)60	(1) 2.5	(2) $1.2/1$	(2) 60	95
3	(1)60	(2) 3.5	(1) 1.1/1	(2) 60	91
4	(1)60	(2) 3.5	(2) $1.2/1$	(1) 50	94
5	(2)80	(1) 2.5	(1) 1.1/1	(2) 60	91
6	(2)80	(1) 2.5	(2) $1.2/1$	(1) 50	96
7	(2)80	(2) 3.5	(1) 1.1/1	(1) 50	83
8	(2)80	(2) 3.5	(2) 1.2/1	(2) 60	88

(二)数据分析

1. 方差分析

为进行方差分析,仍然先进行平方和分解。

本例中仍用总离差平方和(2.3-2)去描述数据的总波动,这时每一列的离差平方和可以用下式 计算:

$$S = \sum_{i=1}^{2} 4(\overline{T}i - \overline{y})^{2} = \frac{(T - T2)^{2}}{8}$$
 (2.3-6)

这里各符号的意义同上段,后一等式仅在二水平正交表中成立。

由于因子 A、B、C、D 分别置于第 1、2、4、7 列, 故有:

SA=S1, SB=S2, SC=S4, SD=S7

这里每一因子的自由度均为1。

由于第5、6列为空白列,故误差的离差平方和可以用这两列的离差平方和之和来表示,即:

Se=S5+S6

其自由度为两列自由度的和,即 fe=2。

利用方差分析的公式,可以证明第三列的离差平方和恰为交互作用的离差平方和,除了误差外,只反映了交互效应不同所引起的数据波动,记为 SA×B。由表头设计可知,第 3 列的表头为 A×B,所以交互作用的离差平方和也为其所在列的离差平方和:

 $SA \times B=S3$

这里 SA×的自由度为两因子自由度的乘积,也是 1。

在 L8(27) 中同样有平方和分解式(2.3-4)。

各列离差平方和的计算可以用(2.3-6)后面一式进行,它们被列在表 2.3-11中。

有了各个因子、交互作用及误差的离差平方和与其相应的自由度,便可如上段那样写出方差分析表,具体见表 2.3-12。

从方差分析表可知,在显著性水平 0.05 上,因子 C与交互作用 A×B 对指标有显著影响。

表 2.3-11 [例 2.3-2]的计算

10 11		L V 4 -	. 0 = 1 1 7 1	, , ,				
表头设计	A	В	С				D	
试验号 列号	1	2	3	4	5	6	7	у
1	1	1	1	1	1	1	1	86
2	1	1	1	2	2	2	2	95
3	1	2	2	1	1	2	2	91
4	1	2	2	2	2	1	1	94
5	2	1	2	1	2	1	2	91
6	2	1	2	2	1	2	1	96
7	2	2	1	1	2	2	1	83
8	2	2	1	2	1	1	2	88
T1	366	368	352	351	361	359	359	T=724
T2	358	356	372	373	363	365	365	
S	8	18	50	60. 5	0. 5	4. 5	4. 5	$\sum yi^2 = 65668$
								ST=146

来源	平方和	自由度	均方	F比
A	8. 0	1	8.0	3.2
В	18. 0	1	18. 0	7.2
С	60. 5	1	60. 5	24. 2
D	4. 5	1	4.5	1.8
$A \times B$	50.0	1	50. 0	20. 0
Е	5. 0	2	2. 5	
总计	146. 0	7	F0. 95 (1,	2) =18.5

2. 最佳条件的选择

当两因子的交互作用显著时,不考虑每一因子是否显著。先计算两个因子水平的不同搭配下数据的均值,再通过比较得出哪种水平组合为好。下面先计算 A×B 的四种搭配下的数据均值。从表头设计可知,因子 A与 B分别放在第 1 列与第 2 列,故其水平搭配从这两列的水平去看,用组合 A1 B1 进行的试验号是 1 与 2,则将这两个试验结果求平均便得到这一搭配下的数据均值,其他类似可得,计算结果见表 2.3-13。从该表可知,因子 A与 B的搭配以 A2 B1为好。

对显著因子,可通过比较两个水平下数据均值或数据和得到最佳水平,从表 2.3-11 可知,因子 C 取水平 2 为好。

因子 D 不显著, 其水平可任取。

综上可知最佳条件是 A2 B1 C2, 即反应温度为 80 °C, 反应时间为 2.5 小时,两种原料的配比为 1.2/1。

表 2.3-13	A×B 的搭配表		
	A1	A2	
B1	(86+95)/2=90.5	(91+96)/2=93.5	
В2	(91+94)/2=92.5	(83+88)/2=85.5	

(三)避免混杂——表头设计的一个原则

在进行表头设计时,若一列上出现两个因子,或两个交互作用,或一个因子与一个交互作用时,称为混杂现象,简称混杂。当混杂所在列显著时,很难识别是哪个因子(或交互作用)是显著的。所以在表头设计时要尽量避免混杂的出现,这是表头设计的一个重要原则。只要选择较大的正交表,混杂是可以避免的,当然这意味着需要更多的试验次数。

在用正交表安排试验时,因子应与所在列的自由度相同,而交互作用所占列的自由度之和应与交互作用的自由度相同。在〔例 2.3-2]中,所考察的因子都是二水平的,它们的自由度均为 1,两个二水平因子的交互作用的自由度也是 1,因此不管是因子还是交互作用在二水平正交表中各占一列。又譬如在一个试验中考察的是三水平因子,每一因子的自由度是 2,两个三水平因子的交互作用的自由度是 4,所以选用三水平正交表时,一个因子占一列,而两个三水平因子的交互作用在三水平正交表中要占两列,因为两列自由度之和恰好是 4。

根据表头设计应避免混杂的原则,选择正交表时必须满足下面一个条件: "所考察的因子与交互作用自由度之和《n-1",其中 n 是正交表的行数。不过在存在交互作用的场合,这一条件满足时还不一定能用来安排试验,所以这仅是一个必要条件。

「例 2.3-3]给出下列试验的表头设计:

- (1) A、B、C、D 为二水平因子, 且要考察交互作用 A×B、A×C;
- (2) A、B、C、D 为二水平因子,且要考察交互作用 A×B、C×D;
- (3) A、B、C、D、E 为三水平因子,且要考察交互作用 A×B。
- 解(1)由于因子均为二水平的,故选用二水平正交表,又因子与交互作用的自由度之和为: $fA+fB+fC+fD+fA\times B+fA\times C=1+1+1+1+1=6$

故所选正交表的行数应满足:≥6+1=7, 所以选L₈(2^7), 表头设计如下:

表头设计	A	В	$A \times B$	С	$A \times C$	D	
列号	1	2	3	4	5	6	7

(2)由于因子均为二水平的,故仍选用二水平正交表,又因子与交互作用的自由度之和为 6,故所选正交表的行数应满足: $n \ge 6+1=7$,但 $L_s(2^7)$ 无法安排这四个因子与两个交互作用,因为不管四个因子放在哪四列上,两个交互作用或一个因子与一个交互作用总会共用一列,从而产生混杂,譬如:

表头设计	A	В	$A \times B$	С			D
			$C \times D$				
列号	1	2	3	4	5	6	7

因此选用L₁₆(2¹⁵),表头设计如下:

表头设计	A	В	$A \times B$	С				D				$C \times D$			
列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

(3)由于因子均为三水平的,故选用三水平正交表,又因子与交互作用的自由度之和为: $fA+fB+fc+fD+fE+fA\times B=2+2+2+2+2+4=14$ 故所选正交表的行数应满足: $n\geq 14+1=15$,所以选 $L_{27}(3^{13})$,表头设计如下:

表头设计	A	В	$A \times B$	С	D	Е						
列号	1	2	3 4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

习题及答案

一、单项选择题

- 1. 饮料生产厂家希望分析现有的四种颜色饮料是否在市场上销售有差异,他们分别从 6 个超市收集了 4 种饮料的销售数据,如果使用方差分析,则()。
 - A. 因子的自由度为 6 B. 因子的自由度为 3 C. 因子的自由度为 23 D. 误差平方和的自由度为 15
- 2. 在一个单因子试验中,因子 A 有 4 个水平,在每一水平下重复进行了 4 次试验,由此可得每一水平下样本标准差 Si, i=1, 2, 3, 4,它们分别为 0. 9, 1. 4, 1. 0, 1. 1,则误差平方和为 ()。
 - A. 4.4 B. 19.36 C. 14.94 D. 4.98
- 3. 设所建立的一元线性回归方程为 \hat{y} =a+bx,x-x0 时的预测值为 \hat{y} 0=a+bx0,其概率为 1-a 的 预测区间是[\hat{y} δ , \hat{y} + δ],这里 δ 的表达式是()。

A.
$$t_{1-\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}\sqrt{1/n+(x_0-x)^2/L_{xx}}$$

B.
$$t_{1-\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}\sqrt{1+1/n+(x_0-x)^2/L_{xx}}$$

C.
$$t_{1-\alpha/2}(n-1)\hat{\sigma}\sqrt{1/n+(x_0-x)^2/L_{xx}}$$

D.
$$t_{1-\alpha/2}(n-1)\hat{\sigma}\sqrt{1+1/n+(x_0-x)^2/L_{xx}}$$

- 4. 收集了 (xi, yi) 的 n 组数据,求得相关系数为 r,当() 时可以在显著性水平 a 上认为两者间存在正相关。
 - A. $|r| > r_{1-\alpha/2}(n-2)$ B. $r > r_{1-\alpha/2}(n-2)$ C. $r > r_{1-\alpha/2}(n-1)$ D. $r > r_{1-\alpha/2}(n)$
 - 5. 设 A 是三水平因子, B 是四水平因子, 则交互作用 A×B 的自由度是()。
 - A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- 6. 在单因子方差分析中,如果因子 A 有 r 个水平,可以看成有 r 个总体,若符合用单因子方差分析方法数据的假定时,年检验的原假设是()
 - A. 各总体分布为正态 B. 各总体的均值相等
 - C. 各总体的方差相等 D. 各总体的变异系数相等
- 7. 在单因子方差分析中,如果因子 A 有 r 个水平,在每一水平下进行 m 次试验,试验结果用 yi j,i=1,2,···,r; j=1,2,···,m 表示, \bar{y} i 表示第 i 水平下试验结果的平均, \bar{y} 表示试验结果的总平均,那么因子 A 的离差平方和为()。

A.
$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \overline{y})^2$$
 B. $\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \overline{yi})^2$ C. $\sum_{i=1}^{r} (\overline{y}i - \overline{y})^2$ D. $\sum_{i=1}^{r} m(\overline{y}i - \overline{y})^2$

- 8. 在单因子方差分析中,如果因子 A 有 r 个水平,在每一水平下进行 m 次试验,那么误差平方和的自由度()。
- A. r-1 B. m-1 C. rm-1 D. r(m-1)
- 9. 在单因子试验中因子 A 有 4 个水平,在每一水平下进行 5 次试验,并求得因子与误差平方和分别为 SA=56. 29, SE=48. 77, 那么检验用的 F 比是()。
- A. 4.62 B. 1.15 C. 6.15 D. 6.54

- 10. 现有三台机器生产同规格的铝合金薄板,其厚度分别服从同方差的正态分布,从三台机器 上各取五块板测量其厚度,对其进行方差分析,求得 F=32.92,查 F 分布表知在 α=0.05 时临界值 为 3.89,则结论是()。
 - A. 三台机器生产的薄板厚度在显著性水平 0.95 上有显著差异
 - B. 三台机器生产的薄板厚度在显著性水平 0.95 上无显著差异
 - C. 三台机器生产的薄板厚度在显著性水平 0.05 上有显著差异
 - D. 三台机器生产的薄板厚度在显著性水平 0.05 上无显著差异
- 11. 收集了 n 组数据(xi, yi), i=1, 2, …, n, 为了解变量 x 与 y 间是否有相关关系, 可以画 ()加以考察。
 - A. 直方图 B. 散布图 C. 正态概率图 D. 排列图
- 12. 收集了 n 组数据(xi, yi), i=1, 2, …, n, 画出散布图, 若 n 个点基本在一条直线附近 时,称两个变量间具有()。
 - A. 独立的关系 B. 不相容的关系 C C 函数关系 D. 线性相关关系
- 13. 有人研究了汽车速度与每升汽油行驶里程之间的关系,得到相关系数为 0.35,然而发现速 度表快了每小时5公里,于是对速度进行了修正,重新求得的相关系数是()。
 - A. 0. 30 B. 0. 35 C. 0. 40 D. 0. 07
- 14. 若收集了 n 组数据(xi, yi), i=1, 2, …n, 在一元线性回归方程中用 SR 表示回旭平方 和, SE 表示残差平方和, 由此求得 F 比, 则当()时在显著性水平 a 上认为所得到的回归方程是
 - A. $F > F_{1-a}(1, n)$ B. $F > F_{1-a}(1, n-1)$ C. $F > F_{1-a}(1, n-2)$ D. $F < F_{1-a}(1, n-2)$
- 15. 如果在 v 关于 x 的线性回归方程 $\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \mathbf{x}$ 中, $\mathbf{b} < \mathbf{0}$,那么对于 x 与 v 两个变量间的相关系 数,来讲,必有()。
 - A. r<0 B. r>0 C. r=0 D. r=1
 - 16. 用正交表L₁₆(2¹⁵)安排试验时,需要做()个不同条件的试验。
 - A. 16 B. 2 C. 15 D. 多于 16
 - 17. 为提高某产品的产量,考虑三个三水平因子:反应温度(A),反应压力(B),溶液浓度
- (C)。当用正交表L₉(3⁴)安排试验,因子A、B、C依次放在第1、2、3列上,并且通过试验得到 各列的极差

_					
	列号	1	2	3	
	极差	0.67	0.62	5.87	

则各因子对指标的影响程度从大到小为()

- A. B, A, C B. C, A, B C. c, B, A D. A, B, C
- 18. 为提高某产品的产量,考虑三个三水平因子:反应温度(A),反应压力(B),溶液浓度
- (C)。当用正交表L₂(3⁴)安排试验,因子A、B、C依次放在第 1、2、3 列上,并且通过试验得到 各列各水平的平均值如下

列号	1	2	3	
一水平	4.08	3.72	0.70	
二水平 三水平	3.41	3.37	3.91	
三水平	3. 69	3.99	6.57	

利用直观分析应取条件()

- A. A1B3C3 B. A2B2C1 C. A1B1C3 D. A3B3C3
- 14. 用正交表L₁6(2¹⁵) 安排试验时,经过对试验数据进行方差分析后发现A与B的交互作用是显著 的,并求得如下的二维表:

平均值	A1	A2	
B1	90.6	93. 5	_
B2	92.5	85. 5	

因子 A 的两个水平下数据的平均值分别为:91.5,89.5;因子 B 的两个水平下数据的平均值分 别为:92.0,89.0。如果要求指标值高,那么对因子 A 与 B 来讲应该取的水平为()。

A. A1 B1 B. A1 B2 C. A2 B1 D. A2B2

- 15. "正交表的行数 n 不小于各因子与交互作用的自由度之和加 1"是用正交表安排试验的 ()。
 - A. 必要条件 B. 充分条件 C. 充分必要条件 D. 不需要的条件
 - 二、多项选择题
 - 21. 使用方差分析的前提是()。
 - A. 每一水平下总体的分布都是正态分布 B. 各总体的均值相等
 - C. 各总体的方差相等

- D. 各数据相互独立
- 22. 在单因子方差分析中,因子 A 是二水平的,在每一水平下重复进行了 3 次试验,结果如 下:

水平		数据		
A1	6	5	7	
A2	2	1	3	

各平方和与均方为()

- A. 误差平方和 SE=4 B. 因子 A 的平方和 SA=24
- C. 误差均方 MSE=2 D. 因子 A 的均方 MSA=12
- 23. 收集了数据(xi, yi), i=1, 2, ···, 20, 当其在散布图上的点呈现曲线形状时,可以选用 曲线回归方程。若有几个可供选择的曲线回归方程,那么选择的准则有()

A.
$$R^2=1-\frac{\sum (yi-\hat{y}i)^2}{\sum (yi-\bar{y})^2}$$
 最大 B. $R^2=1-\frac{\sum (yi-\hat{y}i)^2}{\sum (yi-\bar{y})^2}$ 最小

C.
$$S = \sqrt{\frac{\sum (yi - \hat{y}i)^2}{n-2}}$$
 最大 D. $S = \sqrt{\frac{\sum (yi - \hat{y}i)^2}{n-2}}$ 最小

24. 在一个用L₉(3⁴)安排的正交设计中,表头设计与各列平方和如下

表头设计	A	В	C	
列号	1	2	3	4
平方和	1320	5110	468	88

从 F 分布表查得 F0. 90 (2, 2) =9.0, F0. 95 (2, 2) =19.0, 则有()

- B. 三个因子都是显著的
- C. 在显著性水平 0.1 上因子 A 是显著的 D. 在显著性水平 0.05 上因子 B 是显著的
- 25. 在用正交表L₁₆(2¹⁵)安排试验时,若每一条件下进行一次试验,记Ti为第i水平下试验数据 之和, T为全部数据之和,则任一列的平方和的计算公式是()
 - A. $T1^2+T2^2-T^2$ B. $T1^2/2+T2^2/2-T^2/4$ C. $T1^2/8+T2^2/8-T^2/16$ D. $(T1-T2)^2/16$
 - 26. 在一个单因子方差分析中,因子有三个水平,在每一水平下的数据如下:

水平		3	数据			
一水平	4	8	5	7	6	
一水平 二水平 三水平	2	0	2	2	4	
三水平	0	4	1	2	3	

则下面的正确的结论是()

- A. SA=53.33 B. SA=26.67 C. SE=28 D. SE=14
- 27. 在比较三种加工方法(记为因子 A)的试验中,已知各加工方法下分别进行了 6 次、5 次、4 次试验,则有()。
 - A. 因子 A 离差平方和的自由度是 2 B. 因子 A 离差平方和的自由度是 12
 - C. 误差离差平方和的自由度是 12 D. 误差离差平方和的自由度是 15
- 28. 在比较三种加工方法(记为因子 A)的试验中,已知3个水平下各进行了6次、5次、4次试 验,作方差分析求得的因子的离差平方和为155.64,误差的离差平方和为85.34,则有()。
 - A. F 比为 1.823 B. 若取显著性水平为 0.05, 那么当 F>F0.95(2, 12)时因子是显著的

- C. F 比为 10. 94 D. 若取显著性水平为 0. 05, 那么当 F<F0. 95(2, 12)时因子是显著的
- 29. 在有 4 个水平的单因子方差分析中,若每一水平下进行 5 次重复试验,且求得每一水平下试验结果的标准差为 1.5, 2.0, 1.6, 1.2, 则()。
 - A. 误差的离差平方和为 30.75 B. 误差的离差平方和为 41
 - C. 误差离差平方和的自由度是 16 D. 误差离差平方和的自由度是 3
- 30. 在有 5 个水平的单因子方差分析中,若每一水平下进行三次试验,且求得每一水平度验结果的平均值为 90,94,95,85,84,则()。
 - A. 因子平方和为 303.6 B. 因子平方和为 72.346
 - C. 因子平方和的自由度是 4 D. 因子平方和的自由度是 2
- 31. 收集了 n 组数据(xi, yi), i=1, 2, …, n, 求得了 y 关于 x 的一元线性回归方程 $\hat{\mathbf{v}}$ =a+bx, 那么检验回归议程是否显著可以用的方法有()。
 - A. 正态概率纸 B. 相关系数检验 C. 方差分析方法 D. U 检验
- 32. 收集了 n 组数据(xi, yi), i=1, 2, …, n, 求得两个变量间的相系数为 0, 则下列说法() 是正确的。
 - A. 两个变量独立 B. 两个变量间没有线性相关关系
 - C. 两个变量间可能有函数关系 D. 两个变量间一定有函数关系
 - 33. y 关于 x 的线性回归方程 \hat{y} =a+bx 对应的回归直线必过点()。
 - A. (0, a) B. (0, b) C. (\bar{x}, \bar{y}) D. (a, b)
- 34. 在研究指标 y 与某物质的含量 x 的线性回归方程时, 收集了 10 组数据, 求得回归平方和为 255. 4, 残差平方和为 27. 5, 在显著性水平 0. 05 时 F 的临界值为 5. 32, 则结论是()。
 - A. F=9. 287 B. F=74. 30 C. 在 0. 05 水平上方程不显著 D. 在 0. 05 水平上方程显著
 - 36. 可以通过变换化为一元线性回归的曲线回归函数形式有()

A.
$$y=ae^{bx}$$
 B. $y=a+bx^{c}$ C. $\frac{1}{y}=a+b\frac{1}{x}$ D. $y=\frac{1}{a+be^{x}}$

- 36. 用正交表 $L_{16}(2^{15})$ 安排试验时,下列叙述()是正确的。
- A. 有 16 个不同条件的试验 B. 每一因子可以取 2 个不同水平
- C. 有 15 个不同条件的试验 D. 最多可安排 15 个因子
- 37. 用正交表 $L_{27}(3^{13})$ 安排试验时,将将三水平因子A、B分别放在第 1 列和第 2 列上,那么对A与B的交互作用来讲,下列叙述()是正确的。
 - A. 交互作用的自由度为 2 B. 在三水平正交表上交互作用应占一列
 - C. 交互作用的自由度为 4 D. 在三水平正交表上交互作用应占两列
 - 38. 用正交表安排试验时,应该满足条件()。
 - A. 因子的自由度与列的自由度一致
 - B. 所有因子自由度的和等于正交表总的自由度
 - C. 交互作用的自由度等于所在各列自由度的乘积
 - D. 交互作用的自由度等于所在各列自由度的和
 - 39. 若一个试验中不考虑交互作用,那么应该按()选择最好条件。
 - A. 取所有因子最好水平的组合
 - B. 对显著因子找出最好水平组合
 - C. 不显著因子可以选择任意水平
 - D. 从所做的试验结果直接找最好的结果对应的条件
- 40. 用正交表 $L_8(2^7)$ 安排试验时,通过方差分析发现因子A,C及交互作用A×B都是显著的,而B与D是不显著的,那么应该按()寻找最好的条件。
 - A. 找出因子 A 的最好的水平 B. 找出因子 C 的最好的水平
 - C. 找出因子 A 与 B 的最好的水平搭配 D. 做出因子 D 的最好的水平
 - 三、综合分析题

41. 某厂生产白水泥,对每一窑生产的水泥都需要测定其抗压强度,以确定水泥标号,一般是将水泥出窑后做成的试块养护 28 天所测得的数据为准。但是水泥不可能堆放 28 天后再出厂,所以考虑用 7 天的抗压强度 x 来预测 28 天的抗压强度 y。现在统计了 26 窑的数据,求得如下结果:

 $\bar{x} = 24.177$, $\bar{y} = 30.323$, Lxy=37.31, Lyy=65.686

又假定在显著性水平 0.05 上查表得到相关系数的临界值为 0.388, F 分布的临界值为 4.26。 利用以上数据回答下列问题(1)—(6)

- (1) 下面正确的叙述是()
 - A. x 与 v 的相关系数是 0.014 B. x 与 v 的相关系数是 0.714
 - C. 在 0.05 水平上 y 与 x 具有线性相关关系 D. 在 0.05 水平上 y 与 x 没有线性相关关系
- (2) y 关于 x 的一元线性回归方程 \hat{y} =a+bx 中 a 与 b 应该是 ()
 - A. b=0.898 B.b=1.114 C. a=8.612 D. a=3.390
- (3) 在对方程的总(离差)平方和作分解时,下列叙述()是正确的
 - A. 回归平方和是 33.504 B. 残差平方和为 32.182
 - C. 回归平方和是 41.563 D. 残差平方和为 24.123
- (4) 对方程显著性检验时,下列叙述()是正确的
- A. 残并平方和的自由度为 25 B. 残差平方和的自由度为 24
- C. 检验统计量 F 的值为 24.986 D. 检验统计量 F 的值为 43.074
- (5) 如果求得 7 天的抗压强度为 26, 那么可以预测 28 天的抗压强度为()
 - A. 31.96 B. 37.576 C. 26.738 D. 32.354
- (6) 为求近似的预测区间需要得到 σ 的估计,从上述数据得到此估计值为()
 - A. 1.134 B. 1.158 C. 0.982 D.1.003

四、答案

- 1. B 提示: 因子水平数为 4,每个水平的试验次数为 6,则因子自由度为 3
- 2. C提示: SE= $\sum_{i=1}^{4} 3Si^2 = 3 (0.9^2 + 1.4^2 + 1.0^2 + 1.1^2) = 14.94$
- 3. B 提示: 这里求的是概率为 1-a 的精确的预测敬意,且 a 是未知的,所以要用 B
- 4. B提示: 当|r|>r_{1-a}(n-2)时可以认为两者间存在线性相关关系,若是正相关,则r必须为正
- 5. C提示: 因为A是三水平因子,B是四水平因子,所以它们的自由度分别为fA=2,fB=3,从而交互作用A×B的自由度是 $f_{A\times B}=6$
- 6. B 提示: 单因子方差分析是在丰同方差假定下检验多个正态总体的均值是否相等的一种统计方法
 - 7. B 提示: 误差平方和用组内平方和表示
 - 8.D 提示: 误差平方和的自由度为 r(m-1)
- 9. C 提示:由于因子 A 有 4 个水平,即 r=4,所以 fA=4-1=3,又在每一水平下进行了 5 次重复试验,即 m=5, 所以 fe=4 (5-1) =16,现在 SA=56. 29,Se=48. 77, MSA=SA/fA=3. 0481,从而 F=MSA/MSe=6. 15
 - 10. C 提示: 由于在 a=0.05 临界值为 3.89, 这表明 F0.95(fA, fe)=3.89, 现在 F=32.92>3.89
 - 11. B 提示: 画散布图可以了解变量 x 与 v 间是否有相关关系
 - 12.D提示: 若 n 个基本点在一直线附近时,则两个变量间具有线性相关关系

时快了 5 公里,进行修正后的速度记为 x',那么 x'=x-5,相关系数变成 r'= $\frac{L_{x'y}}{\sqrt{L_{x'x}{}^!L_{yy}}}$,由于

$$\overline{x}$$
 ' = \overline{x} -5,所以 x' - \overline{x} ' = (x-5) -(\overline{x} -5)= x- \overline{x} ,从而

$$Lx' y = \sum_{i=1}^{n} (xi' - \overline{x}')(yi - \overline{y}) = \sum_{i=1}^{n} (xi - \overline{x})(yi - \overline{y}) = Lxy$$
, 同样, $Lx' x' = Lxx$, 所以 $r' = r$

14. C提示:由于fR=1,fE=n-2,所在显著性水平a上,当F> F_{1-a} (1,n-1)时认为所得到的回归方程是有意义的。

15. A 提示: 由于
$$\mathbf{r} = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}L_{yy}}}$$
, $\mathbf{b} = \frac{L_{xy}}{Lxx}$, 所以 a, b 有相同的符号。

16. A提示: 正交表的一般代号是 $Ln(q^k)$,表示选用这张正交表要进行n个不同条件的试验,现在n=16

17. B 提示: 各因子对指标的影响程度的大小可以按极差从大到小排列得到,现在 Rc>RA>RB

- 18. A 提示:由于要求产量高,因此在每一因子名平均值中找到一个最大值对应的水平,将它们组合起来便可以得到,故应取 A1B3C3
- 19. C 提示: 当两个因子的交互作用显著时,不管因子本身是否显著,只要从两个因子各种水平组合中找最好的即可。要求指标值高,那么 A2B1 最好
- 20. A 提示:设正交表的行数为 n,那么用正交表安排试验的必要条件是 n-1 不小于各因子与交线作用的自由度之和
 - 21. A、C、D 提示: 在方差分析中各总体的均值是否相等是要进行检验的
 - 22. A、B 提示: 由于因子 A 各水平下数据的均值分别为 6 和 2,数据的部平均为 4,所以 Se= $(6-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(2-2)^2+(1-2)^2+(3-2)^2=4$ fE=4, MSe=1

 $SA=3 \times (6-4)^{2}+3 \times (2-4)^{2}=24$, fA=1, MSA=SA/fA=24

23. AD提示: $\sum (yi - \hat{y})^2$ 表示残差平方和,方程拟合得好,残差平方和应该尽可能小,所以要

求
$$\mathbb{R}^{2}=1-\frac{\sum (yi-\hat{y}i)^{2}}{\sum (yi-\bar{y})^{2}}$$
最大, $\sqrt{\frac{\sum (yi-\hat{y}i)^{2}}{n-2}}$ 最小

24. ACD 提示: 由于第四列为空白列,所以 SE=S4,三个因子作检验的 F 比分别为

$$FA = \frac{1320/2}{88/2} = 15$$
, $FB = \frac{5110/2}{88/2} = 58.07$, $FC = \frac{468/2}{88/2} = 5.23$,

由于 9. 0<FA<19. 0, FB>19. 0, FC<9. 0, 所以因子 A 在显著性水平 0. 1 上是显著的,因子 B 在显著性水平 0. 05 上是显著的

25. CD提示:由于在 L_{16} (2^{15})中,总试验次数为 16 次,每一列一水平与二水平都重复了 8 次,所以C是正确的,对于二水平正交表也可以用D计算

26. AC 提示: 首先求得各水平下数据和分别是 30, 10, 10, 数据总和为 50, 各水平下数据的均值分别为 6, 2, 2。由于这里各水平下数据的均值都是整数,从而使离差 $yij-\bar{y}$ 很简单,所以求

SE 可以直接用公式 SE= $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\left(y_{ij}-\overline{yi}\right)^{2}$ 计算。首先将离差列成表格:

水平		Yij- \overline{y}							
一水平	-2	2	-1	1	0				
二水平	0	-2	0	0	2				

三水平
$$-2$$
 2 -1 0 1
则 SE= $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} \left(y_{ij} - \overline{yi}\right)^{2} = 28$,SA 按公式计算:

SA= $(T1^2+T2^2+T3^2)$ /5-T²/15= $(30^2+10^2+10^2)$ /5-50²/15=53.33

27. AC 提示: 这里水平数 r=3,所以 fA=r-1=2。由于每一水平下重复次数分别为 m1=6,m2=5,m3=4,故总试验次数为 n=6+5+4=15,由 fE=n-r=12

28. BC提示:由于fA=2, fe=12,所以F=MSA/MSE=(155.64/2)/(85.34/2)=10.94, 对给定的显著性水平a,当F>F_{1-a}(fA, Fe)时因子是显著的,现在a=0.05,所以当F>F_{0.95}(1, 12)时因子是显著的

29. B、C 提示: 这里水平数 r=4,每一水平下重复的次数均为 m=5,所以总试验次数为 $n=5\times 4=20$,fE=n-r=16

SE=
$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} \left(y_{ij} - \overline{yi} \right)^2 = \sum_{i=1}^{4} (m-1)Si^2 = 4 \times (1.5^2 + 2.0^2 + 1.6^2 + 1.2^2) = 41$$

30. A、C 提示: 这里水平数 r=5,所以 fA=r-1=4。又每一水平下重复次数均为 m=3,故数据总和 T= $\sum_{i=1}^5 m \overline{y} i$ =3(90+94+95+85+84)=1344,则

$$SA = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{5} \overline{T}i^{2} - \frac{T^{2}}{5 \times 3} = 3 \sum_{i=1}^{5} \overline{y}i^{2} - \frac{T^{2}}{15}$$

 $=3 (90^2+94^2+95^2+85^2+84^2) -1344^2/15=303.6$

- 31. BC 提示: 相关系数检验与方差分析方法可以用来检验回归方程是否显著
- 32. BC 提示:两个变量间的相关系数为 0 时,两个变量间没有线性相关关系,但是可能优点在某种函数关系
- 33. AC 提示: y 关于 x 的线性回归方程有两种表示方法: $\hat{y} = a + bx = \overline{y} + b(x \overline{x})$ 所以回归直线必经过(0, a)(\overline{x} , \overline{y})
 - 34. BD 提示: 因为 n=10, 所以 fR=1, fE=n-2=8, 又 SR=255. 4, SE=27. 5, 则

$$F = \frac{SR / fE}{SE / fE} = \frac{255.4 / 1}{27.5 / 8} = 74.30$$

- 35. ACD提示: 令v=ln(y), u=x可将曲线回归函数 $y=ae^{bx}$ 化为一元线性函数,令v=1/y, $u=e^x$ 可将曲线回归函数 $y=1/(a+be^x)$ 化为一元线性回归函数
- 36. ABD提示: 正交表的代号 $Ln(q^p)$ 中的n表示用该正交表安排试验时需要进行n个不同条件的试验,q表示用该正交表安排试验时因子的水平数,p表示用该正交表安排试验时最多可安排的因子数。现在n=16, q=2, p=15
- 37. CD提示:因为A与B都是三水平因子,因此fA=fB=2,从交互作用的自由度为 $f_{A\times B}=fA\times fB=4$ 。又三水平正交表一列的自由度是 2,根据交线作用自由度应该与所占列的自由度之和相等,所以交互作用在三水平正交表中要占两列
- 38. AD 提示:用正交表安排试验时,因子的自由度与列的自由度一致,交互作用的自由度与所在各列自由度的和一致。
- 39. BC 提示:若一个试验中不考虑交互作用,那么在选择最好条件时,对显著因子应找出最好水平组合,对不显著因子可以选择任意水平

41. BC 提示: 在寻找最好的条件时,当交互作用 A×B 显著时,不管因子 A 与 B 本身是否显著,只要从 A 与 B 的个水平搭配中找到最好的就可以了,对显著因子 C 应该找出最好的水平

41. (1) BC 提示:
$$x$$
 与 y 的相关系数为 $r = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}L_{yy}}} = \frac{37.31}{\sqrt{41.566 \times 65.686}} = 0.714$,该值大于临界

值 0.388, 这表示在 0.05 水平上 y 与 x 间存在线性相关关系

(2) AC 提示: $b = \frac{L_{xy}}{Lxx} = \frac{37.31}{41.556} = 0.898$, $a = \overline{y} - \overline{x} = 30.323 = 0.898 \times 24.177 = 8.612$

(3) AB 提示: 各平方和分别为:

ST=Lyy=65. 686, SR=bLxy=0. 898×37. 31=33. 504, SE= ST-SR=32. 182

(4)BC 提示: 由于 n=26, 所以 fR=1, fE=n-2=24 则:

$$F = \frac{SR / fR}{SE / fE} = \frac{33.504 / 1}{32.182 / 24} = 24.986$$

- (5) A 提示: 当 x=26 时,预测值为 \hat{y} (26) =8.612+0.898×26=31.96
- (6) B 提示: o 估计值是 $\hat{\sigma} = \sqrt{SE/fE} = \sqrt{32.182/24} = 1.158$

第三章 抽样检验

产品检验就是对产品一个或多个质量特性进行的诸如测定、检查或度量并将结果同规定要求进行比较以确定每项质量特性合格与否所进行的活动。

在产品制造过程中,为了保证产品符合标准,防止不合格品出厂或流入下道工序,最好对产品进行全数检验即 100%检验。但是,在许多情况下全数检验是不现实的也是没有必要的,例如破坏性检验、批量大,检验时间长或检验费用高的产品,就不能或不宜采用全数检验,此时抽样检验是一种有效且可行的方法。抽样检验是质量管理工作的一个重要组成部分。

第一节 抽样检验的基本概念

一、抽样检验

抽样检验是按照所规定的抽样方案,随机地从一批或一个过程中抽取少量个体(作为样本)进行的检验,根据样本检验的结果判定一批或一个过程是否可以被接受。

抽样检验的特点是:检验对象是一批产品,根据抽样结果应用统计原理推断产品批的接收与否。不经过检验的接收批中仍可能包含不合格品,不接收批中当然也包含合格品。

抽样检验一般用于下述情况:

- (1)破坏性检验,如产品的可靠性试验、产品寿命试验、材料的疲劳试验、零件的强度检验等。
 - (2)批量很大,全数检验工和量很大的产品的检验,如螺钉、销钉、垫圈、电阻等。
 - (3)测量对象是散装或流程性材料,如煤炭、矿石、水泥,钢水,整卷钢板的检验等。
 - (4) 其他不适用于使用全数检验或全数检验不经济的场合。

按检验特性值的属性可以将抽样检验分为计数抽样检验和计量抽样检验两大类。计数型抽样检验又包括计件抽样检验和计点抽样检验,计件抽样检验是根据被检验样本中的不合格产品数,推断整批产品的接收与否,而计点抽样检验是根据被检样本中的产品包含的不合格数,推断整批产品的接收与否。计量抽样检验是通过测量被检样本中的产品质量特性的具体数值并与标准进行比较,进而推断整批产品的接收与否。按抽样的次数也即抽取样本的个数(不是指抽取的单位产品个数,即样本量),抽样检验又可以分为一次抽样检验、二次抽样检验、多次抽样检验和序贯抽样检验。一次抽样检验就是从检验批中只抽取一个样本就对该批产品做出是否接收的判断,二次抽样检验是一次抽样检验的延伸,它要求对一批产品抽取至多两个样本即做出批接收与否的结论,当从一个样本不能判定批接收与否时,再抽第二个样本,然后由两个样本的结果来确定批是否被接收。多次抽样是二次抽样的进一步推广,例如五次抽样,则允许最多抽取5个样本才最终确定批是否接收。序贯抽样检验不限次数,每次抽取一个单位产品,直到按规则做出是否接收批的判断为止。

二、名词术语

本小节介绍抽样检验中若干常用的名词与术语的概念及定义。

1、单位产品

单位产品是为实施抽样检验的需要而划分的基本产品单位。是除一般通常的理解外,它在抽样标准中定义可单独描述和考察的事物。例如一个有形的实体;一定量的材料;一项服务、一次活动或一个过程;一个组织或个人以及上述项目的任何组合。

有很多单位产品是自然形成的,如一个零件、一台机床。但是有些产品的划分不明确,如对于布匹、电缆、铁水这样的连续性产品,很难自然划分为单位产品。根据抽检要求不同,可以将一炉钢水做为单位产品,也可以将一勺钢水作为单位产品,又如可将一升自来水、一平粘粘玻璃、一千克小麦、一米光纤等作为一个单位产品。

2、检验批

是提交进行检验的一批产品,也是作为检验对象而汇集起来的一批产品。通常检验批应由同型 号、同等级和同种类(尺寸、特性、成分等),且生产条件和生产时间基本相同的单位产品组成。 为保证抽样检验的可靠性,不能将不同来源、不同时间生产的产品混在同一批交检。如从两个工厂 采购的同一种电器元件,同一工人在同一设备上生产的接口不同的键盘,两个加工水平不同的工人 生产的同种产品均不宜组成一批交检。

根据生产方式或组批方式的不同,检验批又分为孤立批和连续批。其中孤立批是指脱离已生产或汇集的批系列,不属于当前检验批系列的批;连续批是指待检批可利用最近已检批所提供质量信息的连续提交检验批。

3、批量

指检验批中单位产品的数量,用符号 N表示。

4、不合格

在抽样检验中,不合格是指单位产品的任何一个质量特性不符合规定要求。通常根据不合格的 严重程度必要时将它们进行分类。例如:

A 类不合格: 认为最被关注的一种不合格。

B 类不合格: 认为关注程度比 A 类稍低的一种类型的不合格。

C 类不合格: 关注程度低于 A 类和 B 类的一类不合格。

5、不合格

具有一个或一个以上不合格的单位产品,称为不合格品。根据不合格的分类,也可对不合格品进行分类,例如:

A 类不合格品:有一个或一个以上 A 类不合格,同时还可能包含 B 类和(或)C 类不合格的产品。

B 类不合格品:有一个或一个以上 B 类不合格,也可能有 C 类不合格,但是没有 A 类不合格的产品。

C 类不合格品: 有一个或一个以上 C 类不合格, 但没有 A 类不合格、B 类不合格的产品。

[例 3. 1-1] 某车间从生产线上随机抽取 1000 个零件进行检验,发现 5 个产品有 A 类不合格;4 个产品有 B 类不合格;2 个产品既有 A 类不合格又有 B 类不合格;3 个产品既有 B 类不合格又有 C 类不合格;5 个产品有 C 类不合格,则该批产品中各类不合格数和不合格品数如下:

不合格数: 不合格品数:

A 类不合格: 7 A 类不合格品: 7 B 类不合格: 9 B 类不合格品: 7

C 类不合格: 8 C 类不合格品: 5

6、批质量

指单个提交检验批产品的质量,通常用 p 表示。由于质量特性值的属性不同,批质量的表示方法也不一样,在计数抽样检验衡量批质量的方法有:

(1)批不合格品率 p

批的不合格品数 D 除以批量 N, 即:

$$P = \frac{D}{N} \tag{3. 1-1}$$

(2) 批不合格品百分数

批的不合格品数除以批量,再乘以100,即:

$$100P = \frac{D}{N} \times 100 \tag{3. 1-2}$$

这两种表示方法常用于计件抽样检验。

(3) 批每百单位产品不合格数

批的不合格数 C 除以批量, 再乘以 100, 即:

$$\frac{C}{N} \times 100 \tag{3.1-3}$$

这种表示方法常用于计点检验。

「例 3.1-2] 一批零件批量为 N=10000 件,已知其中包含的不合格品数为 D=20 件,则

批不合格品率=
$$\frac{D}{N}$$
= $\frac{20}{10000}$ =0.002

即批中不合格品率为 2‰,将此数乘以 100,得 0. 2,故批中每百单位产品不合格品数为 0. 2。 **[例 3. 1–3]**检验一批产品的外观质量,批量 N=2000,其中 10 件每件有两处(个)不合格,5 件各有 1 处(个)不合格,则:

每百单位产品不合格数=
$$\frac{$$
批中不合格总数 $\times 100=\frac{10\times 2+5}{2000}\times 100=1.25$

即每百个单位产品不合格数为 1.25.

计量检验衡量批质量的方法有: 批中所有单位产品的某个特性的平均值,如电灯泡的平均使用寿命; 批中所有单位产品的某个特性的标准差或变异系数等。

7、过程平均

在规定的时段或生产量内平均的过程质量水平,即一系列初次交检批的平均质量。其表示方法 与批质量的表示方法相同,但意义有所不同,过程平均表示的是在稳定的加工过程中一系列批的平 均不合格品率,而不是某个交检批的质量。

假设有 k 批产品,其批量分别为 N1, N2, ···, Nk, 经检验,其不合格品数分别为 D1, D2, ···, Dk,则过程平均为:

不合格品百分数
$$\overline{p} = \frac{D1 + D2 + ... + Dk}{N1 + N2 + ... + Nk} \times 100$$
 (k \geq 20) (3.1-4)

若每批产品不合格数为 C1, C2, …, Ck, 则过程平均为:

每百单位产品不合格数
$$\overline{p} = \frac{C1 + C2 + ... + Ck}{N1 + N2 + ... + Nk} \times 100$$
 (k \geqslant 20) (3.1-5)

在实际中计算过程平均通常是有样本数据估计。假设从上述批中依次抽取样本量为 n 的 k 个样本, 经检验, 样本中的不合格品分别为 d1, d1, ···, dk 个, 则利用样本估计的过程平均为

不合格品百分数或每百单位产品不合格数

$$\overline{p} = \frac{d1 + d2 + \dots + dk}{n1 + n2 + \dots + nk} \times 100$$
(3. 1-6)

8、接收质量限 AQL

当一个连续系列批被提交验收抽样时,可允许的最差过程平均质量水平。它是对生产方的过程质量提出的要求,是允许的生产方过程平均。

9、极限质量 LQ

三、抽样方案及对批可接收性的判断

抽样检验的对象是一批产品,一批产品的可接收性即通过抽样检验判断批的接收与否,可以通过样本批的质量指标来衡量。在理论是可以确定一个批接收的质量标准pt,若单个交检批质量水平p≤pt,则这批产品可接收;若p>pt,则这批产品不予接收。但实际中除非进行全检,不可能获得p的实际值,因此不能以此来对批的可接收性进行判断。

在实际提样检验过程,将上述批质量判断规则转换为一个具体的抽样方案。最简单的一次抽样方案由样本量 n 和用来判定批接收与否的招收数 Ac 组成,记为(n, Ac)。

抽检一个样本量为 n 的样本

统计样本中不合格 (品)数

d≤Ac D≥Re

批接收

批转收

图 3.1-1 一次抽样方案的程序框图

记 d 为样本中的不合格(品)数,令 Re= Ac+1,称为拒收数。实际抽样检验对批质量的判断也即对批接收性的判断规则是:若 d 小于等于接收数 Ac,则接收批;若 d 大于等于 Re,则不接收该打枪。上述一次抽样的判断过程的流程图如图 3.1-1

二次抽样对批质量的判断允许最多抽两个样本。在抽检过程中,如果第一个样本量 n1 中的不合格(品)数 d1 不超过第一个接收数 Ac1,则判断批接收;如果 d1 等于或大于第一个拒收数

Re1 ,则不接收该批;如果 d1 大于 Ac1,但小于 Re1,则继续抽第二个样本,设第二个样本中不合格(品)数为 d2,当 d1+ d2 小于等于第二个接收数 Ac2 时,判断该批产品接收,如果 d1+ d2 大于或等于第二个拒收数 Re2(= Ac2+1),则判断该批产品不接收。其抽检程序如图 3.1-2 所示。

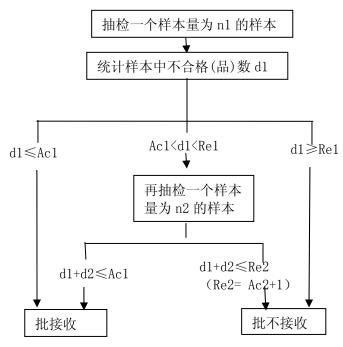


图 3.1-2 二次抽检方案的程序框图

在抽样检验中抽样方案实际上是对交给批起到一个评判的作用,它的判断规则是如果交检批质量满足要求,即p≤pt,抽样方案应以高概率接收该批产品,如果批质量不满足要求,就尽可能不接收该批产品。因此使用抽样方案关键问题之一是确定批质量标准,明确什么样的批质量满足要求,什么样的批质量不满足要求,在此基础上找到合适的抽样方案。

在生产实践中由于检验的对象不同,质量指标也有所不同。如单件小批生产,或从供方仅采购少数几批产品,或由于生产质量不稳定,批与批量相差较大,往往视为孤立批。为保证产品质量一般对单批提出质量要求,提出批合格质量水平或不可接受的质量指标,如果标准型抽样方案的p0,p1,孤立批抽样方案 GB/T15239 中的 LQ。如果企业大量或连续成批稳定的生产,或从供方长期采购,质量要求主要是对过程质量提出要求,如 GB/T2828.1.1 中的 AQL 指标。有些质量指标既不是对单个生产批的,也不是针对过程的,而是对企业检验后的平均质量提出要求,如企业产品进入市场后的质量,或长期采购的产品进厂后的平均质量都是检验后的平均质量。又如企业的质量目标出厂不合格品率 500ppm,这也是检后的平均质量要求(见 AOQL)。根据批、过程和检后的平均质量要求都可以设计抽样方案,质量要求不同,设计的抽样方案不同。但无论哪种方案起到的作用应该是一样的,即满足质量要求的比尽可能接收,不满足要求的批尽可能不收。换句话说,即就以高概率接收满足质量要求的批;而以低概率接收不满足质量要求的批。

四、抽样方案的特性

在抽样检验中,抽样方案的科学与否直接涉及生产方和使用方的利益,因此在设计、选择抽样方案的同时应对抽样方案进行评价,以保证抽样方案的科学合理。评价一个抽样方案有以下几种量,这些量表示抽样方案的特性。

(一)接收概率及抽检特性(0C)曲线

根据规定的抽检方案,把具有给定质量水平的交检批判为接收的概率称为接收概率。接收概率 Pa 是用给定的抽样方案验收某交检批,结果为接收的概率。当抽样方案不变时,对于不同质量水 平的接收的概率不同。 接收概率的计算方法有三种:

(1) 超几何分布计算法

$$Pa = \sum_{d=0}^{Ac} \frac{\binom{N-D}{d}\binom{D}{d}}{\binom{N}{n}}$$
(3. 1-7)

此式是有限总体计件抽检时,计算接收概率的公式。

土中

$$\begin{pmatrix} D \\ d \end{pmatrix}$$
 ——从批的不合格品数 D 中抽取 d 个不合格品的全部组合数;

$$egin{pmatrix} D \ d \end{pmatrix}$$
 ——从批的不合格品数 D 中抽取 d 个不合格品的全部组合数; $egin{pmatrix} N-D \ n-d \end{pmatrix}$ ——从批的合格品数 N-D 中抽取 n-d 个合格品的全部组合数; $egin{pmatrix} N \ n \end{pmatrix}$ ——从批量 N 的一批产品中抽取 n 个单位产品的全部组合数。

$$\binom{N}{n}$$
 ——从批量 N 的一批产品中抽取 n 个单位产品的全部组合数

(例3.1-4] 今对批量为50的外购产品批作抽样验收,其中包含3个不合格品,求采用的抽样 方案为(5,1)时的接收概率 Pa 是多少?

解:

$$Pa = \sum_{d=0}^{1} \frac{\binom{50-3}{5-d} \binom{3}{d}}{\binom{50}{5}} = \frac{\binom{47}{5} \binom{3}{0}}{\binom{50}{5}} + \frac{\binom{47}{4} \binom{3}{1}}{\binom{50}{5}} = 0.724 + 0.253 = 0.977$$

这表明使用(5,1)抽样方案对批量为50的产品进行验收,如果批中的不合格品数为3, 则接收该批产品的概率为97.7%。

2、二项分布计算法

超几何分布计算法可用于任何 N 与 n, 但计算较为繁复。当 N 很大(至少相对于 n 比较大, 即 n/N 很小时), 可用以下二项分布计算:

Pa =
$$\sum_{d=0}^{Ac} {n \choose d} p^d (1-p)^{n-d}$$
 (3.1-8)

其中为 p 批不合格品率 (在有限总体中 p=D/N)

上式实际不是无限总体计件抽检时计算接收概率的公式。

「例 3.1-7]已知 N=3000 的一批产品提交作外观检验, 若用(20, 1)的抽样方案, 当 p=1%时, 求 接收概率 Pa

解:

Pa =
$$\sum_{d=0}^{Ac} \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d}$$

= $\binom{20}{0} (0.01)^0 (0.99)^{20} + \binom{20}{1} (0.01)^1 (0.99)^{19}$
= 0.8179+0.1652=0.9831

3、泊松分布计算法

Pa =
$$\sum_{d=0}^{Ac} \frac{(np)^d}{d!} e^{-np} (e = 2.71828\cdots)$$
 (3.1-9)

此公式是计点抽检时计算接收概率的公式。

(例 3.1-3] 有一批轴承用的钢球 10 万个需要进行外观检验,如果采用(100, 15)的抽检方案,求 p=10%时的批接收概率 Pa

Pa =
$$\sum_{d=0}^{Ac} \frac{(np)^d}{d!} e^{-np}$$

= $\frac{(10)^0}{0!} e^{-10} + \frac{(10)^1}{1!} e^{-10} + \dots + \frac{(10)^{15}}{15!} e^{-10} = 0.951$

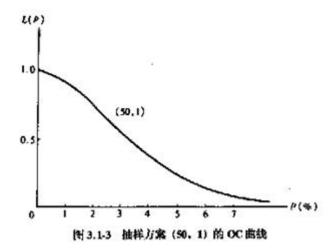
从前面计算中可以注意到抽样方案的接收概率 Pa 依赖于批质量水平 p,当 p 变化时 Pa 是 p 的函数,通常也记为 L (p) 。 L (p) 随批质量 p 变化的曲线称为抽检特性曲线或 0C 曲线,0C 曲线表述了一个抽样方案对一个产品的批质量的辨别能力。

(**例 3. 1-7**] 已知 N=1 000,今用抽样方案(50, 1) 去反复检验 p=0.005, 0.007, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.076, 0.08, 0.10, 0.20, ……, 1.00 的连续交检批时,可以得到如表 3.1-1 所示的结果。

今以 p 为横坐标,L(p) 为纵坐标将表 3.1-1 的数据描绘在平面上,如图 3.1-2 所示的曲线。这条曲线称为抽样方案(50, 1)的抽检特性曲线(0C 曲线)。

表 3.1-1 用抽样方案(50,1)检验 N=1000、p 取不同值时的结果

7C 0.	т т /111Ш.	11/2/200	77 12.35	11 1000	b - W I I J I I	ントロートロート		
p	0.000	0.005	0.007	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050
L(p)	1.000	0. 9739	0. 9519	0.9106	0.7358	0. 5553	0.4005	0. 2794
0.060	0.070	0.076	0.080	0.100	0.200	•••		1.00
0.1900	0.1265	0.0982	0.0827	0. 0337	0.002	••	••	0

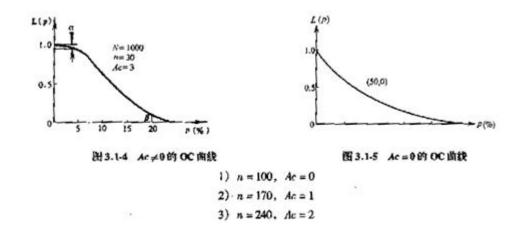


每个抽样方案都有一条 0C 曲线,0C 曲线的形状不同表示抽样方案对批的判断能力不同,即对同一个批使用不同的抽样方案被接收的概率不同。

常见的 OC 曲线形状如图 3.1-4 和图 3.1-5 所示。

- (1) A≠0 的 0C 曲线(见图 3.1-4)
- (2) A=0 的 OC 曲线(见图 3.1-5)

抽样检验时,人们常以为要求样本中一个不合格品都不出现的抽样方案是个好方案,即认为采用 A=0 的抽样方案最严格,最让人放心。其实并不是这样,下面研究三个抽样方案(批量 N=1000):



从图 3. 1-6 的 0C 曲线可以看出,不论哪种抽样方案,批不合格品率 p=2. 2%时的接收概率基本上在 0. 10 左右。但对 A=0 的方案来说,p 只要比 0%稍大一些,L(p) 就迅速减小,这意味着"优质批"被判为不合格的概率快速增大,这对生产方是很不利的。对比之下,A=1,A=2 时"优质批"被判为合格的概率相对增加。可见,在实际操作中,如能增大 n,则采用增大 n 的同时也增大 n0的抽样方案,比单纯采用 n0的抽样方案更能在保证批质量的同时保护生产方。

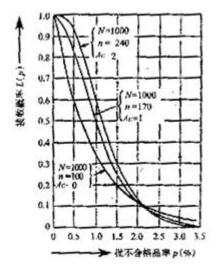


图 3.1-6 Ac=0 同 Ac=1, 2 的抽样方案比较

(二) 抽样方案的两类风险

在抽样检验中,通过 0C 曲线可以评价抽样方案的判别能力,但一个样样方案如何影响生产方和使用方的利益可以通过两类风险进行具体分析。

1、生产方风险

采用抽样检验时,生产方和使用方都要 冒一定的风险。因为抽样检验是根据一定的抽样方案从批中抽取样本进行检验,根据检验结果及接收准则来判断该批是否接收。由于样本的随机性,同时它仅是批的一部分,通常还是很少的一部分,所以有可能做出错误的判断。本来质量好的批,有可能被判为不接收;本来质量差的批,又有可能被判为接收。

生产方风险是指生产方所承担的批质量合格而不被接收的风险,又称第二类错误的概率。一般 用 α 表示。

[例 3.1-8] 有一批产品,批量 N=1000,批中不合格品数 D=1,即批不合格品率为千分之一,生产方和使用方对这批产品的质量是满意的。假定采用一个很简单的抽样方案,即只抽一个单位产品进行检验,如果它是合格品就接收该批;如果它是不合格品就不接收该批。在抽样检验时就有可能出现两种情况:

第一种情况: n=1, d=0, 接收该批产品:

第二种情况: n=1, d=1, 接收该批产品。

例中第一种情况抽到的是合格品,根据检验方案接收该批产品,这种结果符合生产方和使用方的要求;但若恰好抽到批中唯一的不合格品,检验结果就是不接收该产品。这对生产方是完全不利的。采用抽样检验,生产方就会有这样的风险,有本例中生产方冒不接收本来合格的批的风险为千分之一。

2、使用方风险

使用方风险是指使用方所承担的接收质量不合格批的风险,又称第二类错误的概率,一般用 ß来表示。

[例 3.1-8] 有一批产品,批量N=1000,批中不合格品数D=500,即批不合格品率为 50%,这批产品当然是不合格的。假定采用一个保险的抽样方案:抽n=500 个单位产品进行检验,如果样本中没有一个不合格品接收该批;否则不接收。但既使这样,按此抽样方案,仍有可能因恰巧抽到批中全部500 个合格品而判为接收,这种极端情况一旦发生,当然损害了使用方的利益。经计算,发生这种

情况的概率为 $\frac{1}{\binom{1000}{500}}$ =3.7×10⁻³⁰⁰。这是一个很小的概率,在实际中不可能发生,但也说明了只要

抽样,使用方也必然有定的风险。

抽样检验中上述两类风险都是不可避免的,要采用抽样方案生产方和使用方都必须承担各自的风险。关键是是双方应明确各自承担的风险极限。对于双方来说,什么样的质量水平是合格的批,在此质量水平下,生产方风险最大不超过多少;何种质量水平是不可接收的批,在此质量下,使用方能承受多大的风险。在这个基础上比较备选方案的接收概率和 0C 曲线可以找到合适的抽样方案。如果要想同时满足双方利益,同时减小双方风险,唯一的方法是拉大样本量,但这样又势必提高检验成本,所以抽样方案的选择实际上是双方承担风险和经济的平衡。

(三) 平均检验总数及平均检出质量

在抽样检验中,经检验接收的批在修理或替换样本中的不合格品后应予整批接收;而对不接收的批则应予以降级、报废或对整批进行逐个筛选,即对所有产品进行全检,并将检出的所有不合格品进行修理或用合格品替换。这中间有两个指标能说明抽样方案的特性,即平均检验总数与平均检出质量。

1、平均检验总数(ATI)

平均检验总数 ATI 是平均每批的总检验数目,包括样本量和不接收批的全检量,这个指标衡量了检验的经济性。

使用抽样方案 (n, Ac) 抽检不合格品率为 p 的产品,当批的接收概率为 L(p) 时,对于接收批,检验量即为样本量 n;对于不接收批,实际检验量为 N,因此该方案的平均检验总数 ATI 为:

$$ATI=nL(p)+N[1-L(p)]=n+(N-n)[1-L(p)]$$
 (3.1-10)

[**例 3.1-10**] N=1000, p=10%, n=30, Ac=2 时, L(p)=0.411, 求平均检验总数。

$$ATI=nL(p)+N[1-L(p)]$$

=30×0.411+1000(1-0.411)=601.33(件)

当不合格品率从 0 开始变化时,对应于不同 p 值所计算的出来的 ATI 值列于表 3.1-2。

如以横轴表示批不合格品率 p,以纵轴表示平均检验总数 ATI,则表 3.1-2 的结果可用图 3.1-7 的平均检验总数曲线来描述。

-41	_		_
老	3	.1	-2

平均檢驗总数 ATI 的计算

発合小類 水準 (※)。	批技收 機水 L(p)	合格提的 检验数 sf(p)	不合格性 的检验数 N[1-L(p)]	平均检 验总数 KII	数が合格 品率 p(%)	批技收板 卓 £(p)	合格型的 位验数 AL(p)	不合格地 的檢錄數 N[1-1(p)]	平均检验 总数 AII
0	1.000	30.00	0	30.00	12	0.285	8.55	715	723.55
1	0.998	29.94	2	31.94	13	0.233	6.99	767	773.99
2	0.978	29.34	22	51.34	14	0.189	5.67	811	816.67
3	0.940	28.20	60	\$8.20	15	0.151	4.53	849	R53.53
4	0.883	25.49	117	143.49	16	0.120	3.60	880	\$83.60
s	0.812	24.36	188	212.36	17	0.095	2.85	905	907.85
6	0.733	21.99	267	288.99	18	0.074	2.22	926	928.22
7	0.619	19.47	351	370.47	19	0.057	1.71	943	944.71
8	0.565	16.95	435	451.95	20	0.044	1.32	956	957.32
9	0.494	14.82	506	520.82	25	0.010	0.30	990	990.30
10	0.411	12.33	589	601.33	30	0.002	U.06	998	998.06
11 1	0.344	10.32	656	666.32		1			

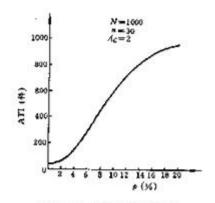


图 3.1-7 平均检验总数曲线

2、均检出质量(AOQ)

平均检出质量是指检验后的批平均质量,记为 AOQ,当使用抽样方案(n,Ac)抽检不合格品率为为 p 的产品时,若检验的总批数为 k,由于不接收批中的所有产品经过全检不存在不合格品,而在平均 kL (p) 接收批中,有(N-n) p 个不合格品,因此抽样方案的平均检出质量为:

$$AOQ = \frac{kL(p) \times (N-n)p}{kN}$$
 (3.1-11)
当 n 相对于 N 很小时,N-n \approx N,从而 $AOQ \approx pL(p)$ (3.1-12)

[**例 3. 1–11**] 用(10,0)的抽样方案 N=1000 的多批产品进行抽样检验,求其平均检出质量 AOQ。解:利用泊松分布似近计算,结果列于表 3.1–3。

₹3.1-3

権強任的不 存格結百分数 100p(%)	接收概率 £(p)	平均转出版量 AOQ → pL(p)	检验线的不 合格品百分数 100p(条)	接收概率 L(p)	平均检出质量 400~pL(p)
0	1.000	0×1=0	30	0.050	0.30 × 0.05 = 0.0150
5	0.610	$0.05 \times 0.61 = 0.0305$	35	0.090	0.35 × 0.03 = 0.0105
10	0.370	$0.10 \times 0.37 = 0.0370$	40	0.020	$0.40 \times 0.02 = 0.0000$
15	0.230	0.15 × 0.23 = 0.0345	45	0.012	$0.45 \times 0.012 = 0.0054$
20	0.140	0.20 × 0.14 = 0.0280	50	0.007	0.50 × 0.007 = 0.0035
25	0.080	0.25 × 0.08 = 0.0200	8		

如以 p 为横坐标, AOQ 为以纵坐标, 将计算结果画成曲线, 如图 3.1-8 所示。这条曲线称为平均检出质量特性曲线, 它表明平均出厂不合格率与抽检前不合格品率之间的关系。

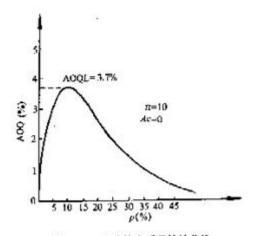


图 3.1-8 平均檢出质量特性曲线

从图 3.1-8 可以看出,当 p 由 0 逐渐增大时,AOQ 也逐渐增大,在 p=10%处 AOQ 达到极大值。然后由于不接收批增加,用合格品代替不合格品的影响显著起来,AOQ 的数值又逐渐减小。这说明,在抽样方案 (n,Ac) 已定的情况下,不管产品的不合格品率 p 是多少,平均漏过去的不合格品率总不会超过某个特定值。这个值就是 AOQ 曲线的最大值,称为平均棼出质量上限,简称 AOQL。

平均检出质量是衡量抽样方案质量保证能力的一个指标,平均检出质量 AOQ 衡量的就是检验合格入库的所有产品的不合格品率大小。在企业中平均检出质量上限 AOQL 是一个很常见的指标,如企业质量目标规定出厂合格品率为 99%,实际上是规定 AOQL=1%,如果顾客提出进货合格品率为 98%,则 AOQL=2%。如何满足 AOQL 这个指标有两个途径:第一也是最根本的途径就是减小过程的不合格品率,如果过程不合格品率非常小,既可以满足 AOQL 要求,也可以减小样本量和返检费用;如果过程不合格品率达不到要求,只能靠检验来保证出厂质量。

第二节 计数标准型抽样检验

计数标准型抽样检验就是同时规定对生产方的质量要求和对使用方的质量保护的抽样检验过程。

典型的标准型抽样方案是这样确定的:事先确定两个质量水平,p0 与 p1,p0 < p1, < p2, < p1 的批尽可能不被接收,设其接收概率 < L(p1)=< p3, 希望不合格品率为 p0 的批尽可能高概率接收,设其拒收概率 < 1-L(p0)=< a < < < c < p2, < p3, < p4, < p3, < p4, < p4, < p6, < p6, < p7, < p6, < p7, < p1, < p0 < p1, < p2, < p2, < p1, < p2, < p3, < p3, < p3, < p3, < p3, < p3, < p1, < p3, < p3, < p3, < p3, < p3, < p3, < p4, < p3, < p3, < p4, < p3, < p4, < p3, < p4, < p3, < p4, < p6, < p4, < p6, < p4, < p6, < p4, < p4, < p4, < p6, < p7, < p6, < p7, < p6, < p6, < p7, < p7, < p6, < p7, < p7, < p7, < p8, < p7, < p7, < p7, < p8, < p7, < p8, < p7, < p7, < p7, < p7, < p7, < p6, < p7, <

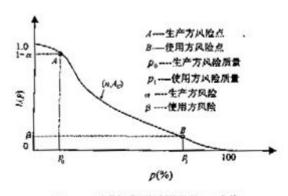


图 3.2-1 计数标准型抽样检验的 OC 曲线

在 0C 曲线上对应于规定的生产方风险质量和生产方风险的点称为生产方风险点,对就于规定的使用方风险质量和使用方风险的点称为使用方风险点。在对孤立批进行抽样检验时,如果一个抽样方案把 A、B 两点控制住了,就等于既保护了生产方的经济利益,又保证了使用方对产品批的质量要求。

下面 GB/T 13262—91《不合格品率的计数标准型一次抽样检验程序及抽样表》为例,介绍这种抽样方案的抽样程序和抽样表。

一、抽样表的构成

表 3.2-1 为计数标准型一次抽样表。只要给出 p0, p1, 就可以从中求出样本量 n 和合格判断数 A。GB/T 13262—91 由下列内容组成:

- (1) p0 栏从 0.0091%~0.100%(代表值 0.095%)至 10.1%~11.2%, 共分 42 个区间; p1 栏从 0.71%~0.80%(代表值 0.75%)至 31.6%~35.5%, 共分 34 个区间。
 - (2) 样本量 n, 考虑到使用方便, 取以下 209 级:5, 6, …, 1820, 2055。
 - 二、抽样程序
 - (1)确定质量标准
 - 对于单位产品,应明确规定区分合格品与不合格品的标准。
 - (2)确定 p0, p1 值

p0, p1 值 (p0<p1) 应由供需双方协商决定。作为选取 p0, p1 的标准,取 α =0. 05,β =0. 10。 确定 p0 时,应考虑不合格或不合格品类别及其对顾客损失的严重程度。通常,A 类不合格或不合格品的 p0 值要选得比 B 类的要小;而 B 类不合格或不合格品的 p0 值又应选得比 C 类的要小。

p1 的选取,一般应使 p1 与 p0 拉开一定的距离,即要求 p1>p0,p1/p0 过小,会增加抽检产品的数量,使检验费用增加,但 p1/p0 过大,又会放松对质量的要求,对使用方不利。因此,以 α =0.05, β =0.10 为准,IEC 推荐 p1 可以是 p0 的 1.5、2.0 或 3.0 倍。而有些国家则认为应取 p1=(4~10) p0。

总之,决定 p1、p0 时,要综合考虑生产能力、制造成本、产品不合格对顾客的损失、质量要求和检验费用等因素。

(3)批的组成

如何组成检验批,对于质量保证有很大的影响。组成批的基本原则是:同一批内的产品应当是 在同一制造条件下生产的。

表 3.2-1 不合格 品率的 计数

P.,%	0.75	0.85	0.95	1.05	1.20	1.30	1.50	1.70	1.90	2.10	2.40
Par#	0.75	0.85	0.95	1.05	1.20	1.30	1.50	1.70	1.90	2.10	2.40
0.095	750, 2	425, 1	395, 1	370, 1	345, 1	315, 1	280, 1	250, 1	225, t	210, 1	185,
0.105	730, 2	665, 2	380. 1	355, 1	330, 1	310, 1	275, 1	250, 1	225, 1	200, 1	185,
0.120	700, 2	650, 2	595. 2	340, 1	320. 1	295. 1	275, 1	245. 1	220, 1	200, 1	181.
0.130	930, 3	625, 2	580, 2	535, 2	305, 1	285, 1	260, 1	240, 1	220, 1	200, 1	180,
0.150	900, 3	820, 3	545, 2	520, 2	475, 2	270, 1	250, 1	230, 1	215, 1	195, 1	175,
0.170	1105, 4	795. 3	740, 3	495. 2	47U. 2	430. 2	240. 1	220, 1	-	190. 1	175.
0.190	1295, 5	980, 4	710, 3	665, 3	440, 2	415, 2	370, 2	210. 1	200, 1	185, 1	170.
0.210	1445, 6	1135, 5	875, 4	635, 3	595, 3	395, 2	365, 2	330, 2	190, 1	175, 1	165,
0.240	1620, 7	1305, 6	1015, 5	785, 4	570, 3	525, 3	350, 2	325. 2	300, 2	170, 1	160,
0.260	1750. 8	1435. 7	1165. 6	910, 5	705, 4			-	290, 2	265. 2	150,
0.300	2055, 10	1545, 8	1275, 7	1025, 6	810, 5	625, 4	450, 3	410, 3	275, 2	260, 2	240.
0.340		1820, 10	1385, 8	1145, 7	920, 6	725. 5	555, 4	400, 3	365, 3		230.
0.380			1630, 10	1235, 8	1025. 7		640, 5		355, 3		220,
0.420				1450, 10	1100, 8		725, 6		-	315, 3	295,
0.480				0.0000000000000000000000000000000000000	1300, 10						
0.530							875. E			454, 5	
0.600					. 900	e	1035, 10	770, 8	640, 7	435, 5	405,
0.670		v s		ae waa sa		T	T	Control of the Control	690, 8	11/10/20/20/20/20/20	390,
0.750								_	815, 10		510.
0.850	1						1			725, 10	550, 8
0.950				*							650, 1
1.05							 I		100		1
1,20			20000000	6 5 5		(i)		9 9	- "	100	
1,30				Language and				2			
1.50								1		***	
1.20	1					1 14					
1.90				- 330							
2.10			30006	4 8	- 6				W 8		
2.40				16-mm							
2.60											
3.00	- N								103		
3.40		3 [7550							
3.80	00000000						, A. W		weren and		
4.20			vvenoseva (*	¥	2000	000000000					
4.80					13.4.3						
5.30								ŝ.			
6.00						1				55	
6.70				800.0				Securit	300	g	
7.50	100.00			. 783			8			in a second	
8.50			aran					Contract of			
9.50							10.1 4.4				
10.50											
Po.#	0.71 ~ 0.80	0.81 ~ 0.90	0.91 ~ 1.00	1.01 1.12	1.13 - 1.25	1.26 - 1.40	1.41 -1.60	1.61 -	1.81 ~ 2.00	2.01 2.24	2.25~

标准型一次抽样表 (节选自 GB/T 13262-1991)

	1		T	_			_		_	-	т
2.60	3.00	3.40	3.80	4.20	4.80	5.30	6.00	6.70	7.50	8.50	P 1.9%
160, 1	68, 0	64. 0	58, 0	54, 0	49, 0	45, 0	41. 0	37. 0	33, 0	30, 0	0.091 - 0.100
160. 1	150,	60, 1	56, 0	52, 0	48, 0	44. 0	40, 0	37, 0	33, 0	29, 0	0.101 ~ 0.112
160, 1	1.90,	130, 1	54, D	40.0	46. 0	43, 0	39, 0	36, 0	33, 0	29, 0	0.113 - 0.125
160, 1	150, 1	130, 1	115, 1	48, 0	45, 0	41, 0	38, 0	35, 0	32. 0	29, 0	0.126 - 0.140
160. 1	140, 1	130, 1	115, 1	100, 1	, 43, 0	40, 0	37. 0	. 33, 0	31, 0	28, 0	0.141 ~ 0.160
160, 1	140,	125, 1	115, 1	100, 1	92. 1	38, 0	35, 0	33, 0	30, 0	27. 0	0.161 - 0.180
155, 1	140, 1	125, L	115. 1	100, 1	92, 1	R2, 1	34, 0	31. 0	29, 0	25, 0	0.181 - 0.200
155. 1	140,	125, 1	115, 1	100, 1	92, 1	82. I	72. 1	30. 0	, 28, 0	25. 0	0.201 - 0.224
145, 1	135, 1	125, 1	115, 1	100, 1	90, 1	82. 1	72, 1	64, 1	27, 0	25, 0	0.225 0.250
140, 1	130, 1	120, 1	110, 1	100, 1	90, 1	80, 1	72, 1	64, 1	56. 1	24. 0	0.251 - 0.280
135, 1	125. 1	115, 1	110, 1	98, 1	, RR, I	80, 1	70, 1	64. 1	56. 1	50, 1	0.281 ~ 0.315
210, 2	120, 1	110, 1	105, 1	96, 1	86, 1	80. 1	70, 1	62, 1	56, 1	50, 1	0.316~0.400
205, 2	190, 2	110, 1	100, 1	92. 1	86, 1	78. 1	70, 1	62, 1	56, 1	50, 1	0.401 - 0.450
195, 2	180. 2	165, 2	95, 1	88, 1	82, 1	76, 1	68, 1	62, 1	56, 1	49. 1	0.451 - 0.500
260. 3	175, 2	165, 2	150, 2		80, 1	74, 1	68, 1	62. 1	56, 1	49, 1	0.501 - 0.560
255, 3	230, 3	155, 2	145, 2	135, 2	76. 1	70, 1	64, 1	60, 1	54, 1	49, 1	0.561 - 0.630
310, 4	225, 3	205, 3	140, 2		115, 2	68, 1	62, 1	58, 1	54, 1	48. 1	0.631 ~ 0.710
60. 5	275, 4	200, 3	185, 3		115, 2		59, 1	56. L	52, 1	47, 1	0.711 - 0.800
50, 5		250, 4			110, 2	105, 2	94, 2	54. t	49, 1	46, 1	0.801 0.900
155, 7	1 1 -	•	220, 4			100, 2		84, 2	-	44, 1	0.901 - 1.00
90, 8			255, 5	-	140, 3	130, 3	86, 2	82, 2	74, 2	42. 1	1.01 - 1.12
-	-	360, 7		****			-	78, 2	72.2	64, 2	1.13 - 1.25
15. 13	515, 10	390, 8	_	220, 5	165, 4	155, 4	115, 3	105, 3	70, 2	64, 2	1.26-1.40
	635, 13	-465, 10	350. 8	250, 6	195, 5	150, 4	135, 4	100, 3	66. 2	62, 2	
- 17		-	410, 10	The state of the s	220, 6	-	190, 4	120, 4	90. 3	58, 2	1.61 - 1.80
0		0.00		360, 10		195, 6	155, 5	115, 4	110, 4	78, 3	1.81 - 2.00
i	- 33	1		445, 13			175, 6	140, 5		95, 4	2.01 ~ 2.24
- 1					A. P. C.	290, 10		155. 6	125, 5		2.25 - 2.50
				2 7	520, 18		260, 10	195, 8	140, 6		2.51 - 2.80
1							THE RESERVE AND ADDRESS OF THE PERSON NAMED IN	230, 10		-	2.81 - 3.15
- 1	-	†		_			415, 18	-	205, 10	_	3.16 - 3.55
	-				_		725, 20			180, 10	3.56~4.00
11.		i	- 80					330, 11		225, 13	
	_						-		2107 17	275. 17	4.01 - 4.50
			1		- 80					210, 17	5.01 - 5.60
t			-		-		-		× .		
	10000	-			- 100		*****		-		5.61 - 6.30 6.31 - 7.10
	9000						-	-			7.11~8.00
-	-				-	**		- 22/3		3.00	8.01 - 9.00
_			-	\vdash							9.01 ~ 10.0
-				-							10.1 - 11.2
		-	- 1						-000 F		10.1 11.2
.51 2.80	2.81 3.15	3.16 ·- 3.55	3.56~ 4.00	4.01 - 4.50	4.51 5.00	5.01 -	5.61 ~ 6.30	6.31	7.11 - 8.00	8.01 - 9.00	Pa-9

一般按包装条件及贸易习惯组成的批,不能直接作为检验批。

批量越大,单位产品所占的检验费用的比例就越小。

⁽⁴⁾检索抽样方案

利用表 3.2-1 求(n, A)的步骤

①根据事先规定的 p0、p1 值,在表中先找到 p0 所在的行和 p1 所在的列,然后求出它们相交的栏;

- ②栏中标点符号","左边的数值为 n,右边的数值为 A,于是得到抽样方案(n, A)。
- (5) 样本的抽取
- 这一程序的关键是尽量做到"随机化"。随机抽样方法很多,常用的抽样方法有:
- ①简单随机抽样法

这种方法就是通常所说的随机抽样法。之所以叫简单随机抽样法,就是指总体中的每个个体被抽到的机会是相同的。为实现抽样的随机化,可采用抽签(或抓阄)、查随机数值表,或掷随机数骰子等办法。例如,要从 100 件产品中随机抽取 10 件组成样本,可把这 100 件产品从 1 开始编号一直编到 100 号,然后用抽签(或抓阄)的办法,任意抽出 10 张,假如抽到的编号是 3、7、15、18、23、35、46、51、72、89 等 10 个,于是就把这 10 个编号的产品拿出来组成样本。这就是简单随机抽样法。这个办法的优点是抽样误差小,缺点是抽样手续比较繁杂。在实际工作中,真正做到总体中的每个个体被抽到的机会完全一样是不容易的,这往往是由各种客观条件和主观心理等许多因素综合影响造成的。

②系统抽样法

系统抽样法又叫等距抽样法或机械抽样法。例如,要从 100 件产品中抽取 10 件组成样本,首先应将 100 件产品按 1, 2, 3, …, 100 顺序编号;然后用抽签或查随机数表的方法确定 $1\sim10$ 号中的哪一件产品人选样本(此处假定是 3 号);进而,其余依次入选样本的产品编号是:13 号、23 号、33 号、43 号、53 号、63 号、73 号、83 号、93 号;最后由编号为 93、13、23、33、43、53、63、73、83、93 的 10 件产品组成样本。

由于系统抽样法操作简便,实施起来不易出差错,因而在生产现场人们乐于使用它。像在某道工序上定时去抽一件产品进行检验,就可以看做是系统抽样的一个例子。

由于系统抽样的抽样起点一旦被确定后(如抽到了第3号),整个样本也就完全被确定,因此这种抽样方法容易出现大的偏差。比如,一台织布机出了毛病,恰好是每隔50米(周期性)出现一段疵布,而检验人员又正好是每隔50米抽一段进行检查,抽样的起点正好碰到有瑕疵的布段,这样一来,以后抽查的每一段都有瑕疵,进而就会对整匹布甚至整个工序的质量得出错误的结论。总之,当总体含有一种周期性的变化,而抽样间隔又同这个周期相吻合时,就会得到一个偏倚很厉害的样本。因此,在总体会发生周期性变化的场合,不宜使用这种抽样的方法。

③分层抽样法

分层抽样法也叫类型抽样法。它是从一个可以分成不同子总体(或称为层)的总体中,按规定的比例从不同层中随机抽取样品(个体)的方法。比如,有甲、乙、丙三个工人在同一台机器设备上倒班于同一种零件,他们加工完了的零件分别堆放在三个地方,如果现在要求抽取 15 个零件组成样本,采用分层抽样法,应从堆放零件的三个地方分别随机抽取 5 个零件,合起来一共 15 个零件组成样本。这种抽样方法的优点是,样本的代表性比较好,抽样误差比较小。缺点是抽样手续较简单随机抽样还要繁些。这个方法常用于产品质量验收。

④整群抽样法

整群抽样法是将总体分成许多群,每个群由个体按一定方式结合而成,然后随机地抽取若干群,并由这些群中的所有个体组成样本。这种抽样法的背景是:有时为了实施上的方便,常以群体(公司、工厂、车间、班组、工序或一段时间内生产的一批零件等)为单位进行抽样,抽到的群体就全面检查,如对某种产品来说,每隔 20h 抽出其中 1h 的产量组成样本;或者是每隔一定时间(如30min、1 h、4h、8h等)一次抽取若干个(几个、卜几个、几十个等)产品组成样本。这种抽样方法的优点是,抽样实施方便。缺点是,由于样本只来自个别几个群体,而不能均匀地分布在总体中,因而代表性差,抽样误差大。这种方法常用在工序控制中。

在此举一个例子来说明这4种抽样方法的运用。

[例 3. 2-1] 假设有某种成品零件分别装在 20 个零件箱中,每箱各装 50 个,总共是 1000 个。如果想从中取 100 个零件组成样本进行测试研究,那么应该怎样运用上述 4 种抽样方法呢?

①将 20 箱零件例在一起,混合均匀,并将零件从 $1\sim1000$ ——编号,然后用查随机数表或抽签的办法从中抽出编号毫无规律的 100 个零件组成样本,这就是简单随机抽样。

- ②将 20 箱零件倒在一起,混合均匀,将将零件从 $1\sim1000$ 逐一编号,然后用查随机数表或抽签的办法先决定起始编号,比如 16 号,那么后面人选样本的零件编号依次为 26,36,46,56,…,906,916,926,…,996,06。于是就由这样 100 个零件组成样本。这就是系统抽样。
 - ③对所有20箱零件,每箱都随机抽出5个零件,共100件组成样本,这就是分层抽样。
 - ④先从 20 箱零件随机抽出 2 箱, 然后对这 2 箱零件进行全数检查,即把这 2 箱零件看成是"整群",由它们组成样本,这就是整群抽样。
 - (6)样本的检验

根据规定的质量标准,测试与判断样本中每个产品合格与否,记下样本中不合格品数 d。

- (7)批的判断 d≤Ac, 批合格; d>Ac, 批不合格。
- (8)批的处置
- ①判为合格的批即可接收。至于样本中已发现的不合格品是直接接收、退货、还是换成合格品,这要按事先签订的合同来定。
- ②对于判为不接收的批,全部退货。但是,也可以有条件地接收,不过这要由事先签订的合同来定。

第三节 计数调整型抽样检验及 GB2828.1 的使用

一、概述

使用抽样检验,应减少抽样方案的两类风险。但要想同时减小抽样方案的两类风险,只有增加样本量,从而提高检验成本。如果能根据生产过程质量来选择宽严程度不同的抽样方案,即当加工过程质量比较理想时,减少样本量,提高检验经济性;而一旦发现过程质量变坏,则增加样本量,以降低使用方风险,这就是调整型抽样方案的设计思想。

计数调整型抽样检验是根据过去的检验情况,按一套规则随时调整检验的严格程度,从而改变 也即调整抽样检验方案。计数调整型抽样方案不是一个单一的抽样方案,而是由一组严格度不同的 抽样方案和一套转移规则组成的抽样体系。

因为计数调整型方案的选择完全依赖于产品的实际质量,检验的宽严程度就反映了产品质量的优劣,同时也为使用方选择供货方提供依据。

美国军用标准 MIL-STD-105D 是较早使用的调整型抽样标准,也是应用最为广泛的调整型抽样标准。它是 1945 年由哥伦比亚大学统计研究小组为美国海军制定的抽样表。后经多次修改,由国标标准化组织(ISO)在 1974 年发布为国际标准 ISO2859,我国参照这个标准制定了 GB/T2828《逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查)》,在 1981 年首次发布,并于 1987 年发布了修订版。ISO 后来对 ISO2859 作了重大修订,将该标准作为一个通称为《计数抽样检验程序》的系列标准的第一部分,即《按接收质量限(AQL)检索的逐批拉样计划》,编号为 ISO2859-1:1999。我国于 2003 年发布了与此等同的国家标准 GB/T2828.1-2003。

以 GB/T2828. 1-2003 为代表的计数调整型抽样检验的主要特点有:

(1) 主要适用于连续批检验

在 GB/T2828.1 中,接收质量限 AQL 有特殊意义,起着极其重要的作用。接收质量限是当一个连续批被提交验收抽样时,可允许的最差过程平均质量水平。它反映了使用方对生产过程质量稳定性的要求,即要求在生产连续稳定的基础上的过程不合格品率的最大值。如规定 AQL=1.0 (%),是要求加工过程在稳定的基础上最大不合格品率不超过 1.0%,则要求过程不合格品率为 0.27%,此时设计抽样方案可以规定 AQL 为 0.27%。

在 GB/T2828.1 中,AQL 也被作为一个检索工具。使用这些按 AQL 检索的抽样方案,来自质量等于或好于 AQL 的过程的检验批,其大部分将被接收。AQL 是可以接收和不可以接收的过程平均之间的界限值。AQL 不应与实际的过程质量相混淆,在 GB/T2828.1 中,为避免过多批不被接收,要求过程平均质量比 AQL 值更好,如果过程平均不比 AQL 一贯好,将会转移到加严检验,甚至暂停检验。

接收质量限 AQL 用不合格品百分数或每百单位产品不合格数表示,当以不合格品百分数表示质量水平时,AQL 值不超过 10%,当以每百单位不合格数表示时,可使用的 AQL 值最高可达每百单位产品中有 1000 个不合格。

在 GB/T2828.1 中 AQL 的取值从 0.01 至 1000 共 31 个级别,它的数值和样本量一样都是根据优先数系的原则设计的。如果 AQL 的取值与表中所给数据不同,不能使用该抽样表,因此在选取 AQL 值时应和 V 抽样表中一致。

二、GB/T2828.1 的使用程序

计数调整型抽样标准 GB/T2828.1 由三部分组成:正文、主表和辅助图表,正文中主要给出了本标准所用到的一些名词术语和实施检验的规则;主要部分包括样本量字码表和正常、加严和放宽的一次、二次和五次抽样表。辅助图表部分主要给出了方案的 0C 曲线、平均样本量 ASN 曲线和数值。

根据 GB/T2828.1 规定,抽样标准的使用程序如下:

(一)质量标准和不合格分类的确定

明确规定区分质量特性合格标准或判别不合格的标准。根据产品特点和实际需要将产品分为 A、B、C 类不合格或不合格品。

(二) 抽样方案检索要素的确定

在使用 GB/T2828.1 时,要检索出适用的抽样方案,必须首先确定如下要素:

1、过程平均的估计

在第一节名词术语中介绍过过程平均的概念,过程平均是在规定的时段或生产量内平均的过程水平。在 GB/T2828.1 中,过程平均是指过程处于统计控制状态期间的质量水平。在实际中过程平均往往要从样本中估计,如(3.1-6)式。

估计过程平均不合格品率的目的,是为了估计在正常情况下所提供的产品的不合格品率。如果生产条件稳定,这个估计值 \bar{p} 可用来预测最近将要交检的产品不合格品率。应当剔除在不正常情况下获得的检验数据。经过返修或挑选后,再次交检的比产品的检验数据,不能用来估计过程平均的不合格品率。另外,当对样本中部分样品的检验结果足以做出接收或不接收决定时,为节省检验工作量即停止检验样本中的其余样品的这种截尾检验结果,也不能用来估计过程平均。

用于估计过程平均不合格品率的批数,一般不应少于 20 批。如果是新产品,开始时可以用 5~10 批的抽检结果进行估计,以后应当至少用 20 批。一般来讲,在生产条件基本稳定的情况下,用于估计过程平均不合格品率的产品批数越多,检验的单位产品数量越大,对产品质量水平的估计越可靠。

2、接收质量限 AQL 的确定

接收质量限 AQL 是对生产方过程平均的要求,在确定 AQL 时应以产品为核心,应考虑所检产品特性的重要程度(及其不合格率对顾客带来的损失和对顾客满意度的影响),并应根据产品的不合格分类分别规定不同的 AQL 值。一般 A 类不合格(品)的 AQL 值应远远小于 B 类不合格(品)的 AQL 值,B 类不合格(品)的 AQL 值[如规定 A、B 和 C 类不合格(品)的 AQL 值依次为. 15、0. 40 和 0. 65]。对于同一类不合格类的多个项目也可规定一个 AQL 值,在规定时注意,项目越多,AQL 值应大一些。

在确定 AQL 时也要考虑产品用途,如对于同一种电子元器件,一般用于军用设备比用于民用设备所选的 AQL 值应小些;产品的复杂程度、发现缺陷的难易程度均影响差 AQL 的取值,产品复杂程度大或缺陷只能在整机运行时才发现时,AQL 值应小些。在确定 AQL 值时,也必须考虑产品对下道工序的影响和产品的价格,产品对下道工序影响越大,AQL 取值越小;产品越贵重,不合格造成的损失越大,AQL 应越小。

AQL 的确定应同时考虑检验的经济性,如产品检验费用、检验时间和是否是破坏性检验,因上 GB/T2828.1 中,AQL 值越小,在批量、检验水平、检验严格程度和抽样类型不变时,样本量越大,检验越不经济。因些,AQL 的确定应考虑与其他检索要素相一致。如对某产品进行破坏性检验,交检批量 N=100,检验水平规定为特殊水平 S-1,AQL=0.1%,此时检索出的抽样方案为(125,0),即进行全数检验。此时检验水平和接收质量限相矛盾,出于经济性考虑,增大 AQL 值,通过比较 0C 曲线选择合理的方案。

在制定 AQL 值时除考虑上述因素外,还要兼顾生产企业和同行业生产的实际特点,要考虑同行业是否能满足要求,如果不能满足过高的要求,产品批大量不接收,会影响使用方如期接收产品,并造成双方的经济损失。

在确定 AQL 值时应兼顾企业其它的与质量有关的要求和指标,如企业的质量目标(出厂合格品率 99%)、用户或企业对过程能力的要求(如规定过程能力指数 Cp 或 Cpk 不能小于 1.33)和用户提出的该零件在用户生线上的废品率不超过 1%等均是对产品质量提出的要求,在确定 AQL 值时应与这些指标统一起来,不能相互矛盾。

在确定 AQL 值时还应注意: AQL 是对生产方过程质量提出的要求,不是针对个别批质量的要求,因此不是对每个交检批均制定 AQL 值,在使用 GB/T2828.1 时,AQL 一经确定,不能随意改变。

4. 批量

批量是指提交检验批中单位产品的数量。从抽样检验的观点来看,大批量的优点是,从大批中抽取大样本是经济的,而大样本对批质量有着较高的判别力。当 AQL 相同时,样本量在大批中的比例比在小批中的比例要小。但是大批量不是无条件的,应由生产条件和生产时间基本相同的同型号、同等级、同种类(尺寸、特性、成分等)的单位产品数组成。

在 GB/T2828.1 抽样系统中,规定的是批量范围,由 "2~8"、 "9~15"、…、 "150001~500000", "500000 及其以上"等 15 档组成 (见附表 3-1)。

批量与检验批密不可分。检验批可以和投产批、销售批、运输批相同或不同。

批的组成、批量及提出以及识别批的方式,应由供货方与订货方协商确定。必要时,供货方应 对每个提交检验批提供适当的储存场所,提供识别批质量所需的设备,以及管理和取样所需的人 员。

5. 检验水平(IL)的选择

检验水平是抽样方案的一个事先选定的特性,主要作用于明确 N 和 n 间的关系,当批量 N 确定时,只要明确检验水平,就可以检索到样本量字码和样本量 n。批量 N 和样本量 n 间的关系更多的是靠经验确定的,它的确定原则是批量 N 越大,样本量 n 也相京戏地高一些,但是样量约不与批量成比例。一般的,N 愈大,样本量的比值 n/N 就愈小。也就是说,检验批量越大,单位检验费用越小,所以方案的设计鼓励在过程稳定的情况下组大批交检。

在 GB/T 2828 中,检验水平有两类: 一般检验水平分和特殊检验水平,一般检验水平包括 I、II、III三个检验水平。无特殊要求时均采用水平 II。特殊检验(又称小样本检验水平)规定了 S-1、S-2、S-3 和 S-4 四个检验水平,一般用于检验费用较高并允许有较高风险的场合。对于不同的检验水平,样本量也不同,GB/T2828.1 中,检验水平 I、II、III的样本量比例为 0.4: 1: 1.6。可见,检验水平 I 比检验水平 II 判别能力低,而检验水平 III 比检验水平 II 判别能力高。检验水平 III 能给予使用方较高的质量保证,另外不同的检验水平对使用方风险的影响远远大于对生产方风险的影响。如图 3.3-1 所求。

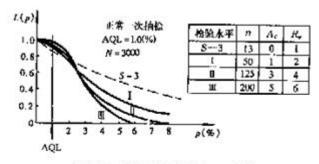


图 3.3-1 检验水平变化时的 OC 曲线

选择检验水平应考虑以下几点:产品的复杂程度与价格,构造简单、价格低谦的产品检验水平 应低些,检验费用高的产品应选择低检验水平;破坏性检验选低水平或特殊检验水平;生产的稳定

性差或新产品应选高检验水平, 批与批之间的质量差异性大必须选高水平, 批内质量波动幅度小, 可采用低水平。

5. 检验严格程度的规定

GB/T2828.1 规定了三种严格程度不同的检验,这里的严格度是批提交批所接受检验的宽严程度不同。三种检验分别是:正常检验、加严检验和放宽检验。正常方案是指过程平均优于 AQL 时使用的抽样方案,此时的抽样方案使过程平均优于 AQL 的产品批以高概率接收,加严检验是比正常检验更严厉的一种抽样方案,当连续批的检验结果已表明过程平均可能劣于 AQL 值时,应进行加严检验,以更好的保护使用方的利益。放宽检验的样本量比相应的正常检验方案小,因此其鉴别能力小于正常检验,当系列批的检验结果表明过程平均好于可接收质量限时,可使用放宽检验,以节省样本量。

在检验开始时,一般采用正常检验,加严检验和放宽检验应根据已检信息和转移规则选择使用。

6、抽样方案类型的选取

GB/T 2828.1 中分别规定了一次、二次和五次三种抽样方案类型,对于同一个 AQL 值和同一个样本量字码,采用任何一种抽检方案类型,其 OC 曲线基本上是一致的。选择抽样方案类型主要考虑的因素有:产品的检验和抽样的费用,一次抽样方案的平均样本量是固定的,而二次(和五次)的平均样本量低,与一次抽样方案相比节省样本量,但二次(和五次)抽样方案所需的时间、检验知识和复杂性都要比一次抽样高。另外,从心量效果上讲,二次(和五次)抽样比一次抽样好,因此往往使用方愿意采用二次或更多次抽样方案。因此,选择抽样方案类型时应将上述因素综合加以考虑。在使用 GB/T 2828.1 时注意,使用一次抽样方案没有接收的批不能继续使用二次抽样方案判定。

7、检验批的组成

GB/T 2828.1 规定,检验批可以是投产批、销售批、运输批,但每个批应该是同型号、同等级、同种类的产品,且由生产条件和生产时间基本相同的单位产品组成。

(三) 抽检方案的检

抽样方案的检索首先根据批量 N 和检验水平从样本字码表中检验出相应的样本量字码,再根据样本量字码和接收质量限 AQL,利用附录的抽检表检索抽样方案。

1、一次抽样方案的检索

由样本量字码读出样本量 n, 再从样本量字码所在行和规定的接收质量限所在列相交处, 读出判定数组: [Ac, Re]。

[例 3.3-1]某电器件的出厂检验中采用 GB/T2828.1,规定 AQL=1.5(%),检验水平=II,求: N=2000 时正常检验一次抽样方案。

解: 从样本量字码表中(见附表 3-1),在 N=2000 检验水平的交汇处找到字码字码 K;用 GB/T2828.1 一次抽样表(附表 3-2)检索出的一次正常抽样方案为:

n=125, Ac=5, Re=6

[例 3. 3-2] 某零件的检验中采用加严检验,规定 AQL=0.25%,检验水平为 I,求 N=1000 时的一次加严抽样方案。

解: 由样本字码表查出样本量字码为 G;

利用 GB/T2828.1 的一次加严抽样表查得样本量安码 G 对应的 n=32, 但是 AQL 与样本量字码处为向下的箭头,此时应使用箭头下面的第一个抽样方案,沿箭头所指方向读出第一个判定安息为 (0,1),此时应采用同行原则,使用相应的样本量 n=80。因此得到一次加严抽样方案(80,0)。

[例 3. 3-3] 某零件的批量为 N=30,规定 AQL=6.5(%), 采用特殊检验水平 S-2,试给出正常、加严和放宽检验的一次抽样方案。

解:由样本量字码表知,批量 30 在 26~50 范围内,当检验水平为 S-2 时相应的字码为 B。应用 GB/T2828.1 一次抽检表,由样本量字码 B 和 AQL 查得一次正常、加严、放宽的方案为:

正常检验一次抽样方案: n=2, Ac=0, Re=1

加严检验一次抽样方案: n=3, Ac=0, Re=1

放宽检验一次抽样方案: n=2, Ac=0, Re=1

[例 3.3-4]某 N=500,规定 AQL=250(%),规定采用检验水平 II,给出一次正常、加严和放宽检验的抽样方案。

解:由批量 N=500, 检验水平 II, 查得样本量字码为 H,

由一次正常抽样表查得 n=50,在 n=50,AQL=250(%)处无适用方案,可以使用箭头上面的第一个抽样方案,查得判定组数为(44,45),根据同行原则,应使用样本量字码 E, n=13。

同理,查得一次抽样方案为:

正常检验一次抽样方案: n=13, Ac=44, Re=45

加严检验一次抽样方案: n=13, Ac=41, Re=42

放宽检验一次抽样方案: n=5, Ac=21, Re=22

1、二次抽样方案的检索

[例 3.3-5] 若 N=2000, 规定 AQL=1.5(%) 不合格品, 检验水平为 II, 求二次抽样方案。

解: 使用 GB/T2828.1 的样本量字码表, 由样本量字码 k 可得出: n1=n2=80

利用 GB/T2828.1 的二次正常抽样表由样本量字码 K 和 AQL 的值可得二次正常抽样方案的判定组为:

$$\begin{pmatrix} Ac1 & Re1 \\ Ac2 & Re2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

[**例 3.3-5**]设产品批量 N=2000, 规定 AQL=10(%) 不合格品, 并采用检验水平为 S-4, 要求给出二次正常、加严、放宽抽样方案。

解:由样本量字码表得样本量字码为 D,查得二次抽样方案为

正常检验二次抽样方案:
$$n1= n2 = 5$$
, $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

加严检验二次抽样方案:
$$n1=n2=5$$
, $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

放宽检验二次抽样方案:
$$n1= n2 = 2$$
, $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(四) 样本的抽取

样本的抽取原则与方法与标准型抽样检验基本相同。标准规定一般地应按简单随机抽样从批中抽取样本。但当批是由子批或(按某种合理准则可识别的)层组成时,应使用分层抽样。在分层抽样中,各子批或各层的样本量与子批或层的大小成比例。

样本应在批生产出来以后或在批生产期间抽取。当使用二次或多次抽样时,每个后继的样本应 从同一批的剩余部分中抽取。

(五)抽样方案及对批的可接收性的判断

在 GB/T2828.1 中的抽样方案包括一次、二次及多次(五次)抽样。根据样本中的不合格(品)数及接收准则来判断是接收批、不接收批还是需要抽取下一个样本。

例如对于五次抽样方案,至多抽取 5 个样本就必须作出对批可接收性的判断,即作出"接收"还是"不接收"批的结论。

对于产品具有多个质量特性且分别需要检验的情形,只有当该批产品的所有抽样方案检验结果均为接收时,才能判定该批产品最终接收。

(六) 转移规则

GB/T2828.1 规定了二种对抽样方案的使用法,或称三种状态,即正常检验、加严检验与放宽检验。当过程平均优于接收质量限时的抽样方案的使用即为正常检验,此时抽样方案具有保证生产方以高概率接收而设计的接收准则。加严检验使用的抽样方案比正常检验的抽样方案的接收准则更为严格;而放宽检验则是一种比正常检验抽样方案的样本量小、而接收准则和正常检验相差不大的抽样方案的使用方法。

1、从正常检验转到加严检验

GB/T2828.1 中规定无特情况检验一般从正常检验开始,只要初检(即第一次提交检验,而不是不接收批经过返修或挑选后再次提交检验)批中,连续5 批或不到5 批中就有2 批不接收,则就从下批起转到加严检验。

2、从加严检验转到正常检验

进行加严检验时,如果连续5批初次检验接收,则从下批起恢复正常检验。

3、从正常检验转到放宽检验

从正常检验转为放宽检验必须同时满足下列三个条件,缺一不可:

- (1) 当前的转移得分至少是 30 分。这里转移得分是在正常检验情况下,用于确定当前的检验结果是否足以允许转移到放宽检验的一种指示数。
 - (2) 生产稳定
 - (3) 负责部门认为放宽检验可取。

其中转移得分的计算一般是在正常检验一开始进行,在正常检验开始时,转移得分设定为 0, 而在检验每个后继的批以后应更新转移得分。当使用一次抽样方案时,计算方法如下:

① 当根据给定的条件查得的抽样方案的接收数为 0 或 1 时,如果该批产品接收,转移得分加 2 分;否则将转移得分重新设定为 0。

例当使用一次正常抽样方案(50,0)对产品进行连续验收时,样本中不合格数依次为:

转移得分相应为:

2, 4, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

据此结果,下一批产品的检验应使用一次放宽检验方案。

- ②当抽样方案的接收数等于或大于 2 时,如果当 AQL 加严一级后该批产品也被接收,转移得分加 3 分: 否则重新设定为 0。
- [**例 3.3-7**] 若对某产品进行连续验收,规定 AQL=1.0(%),检验水平为 II。N=1000,查得一次正常抽样方案为(80,1),若样本中不合格品数依次为:
 - 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1

根据检验结果和一次正常抽样方案判定 15 批产品全部接收,但其中第 2 批和第 5 批 AQL 加严一级未被接收,由此每批的转移得分依次为:

- 3, 0, 3, 6, 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30
- 4、从放宽检验转到正常检验

进行放宽检验时,如果出现下面任何一种情况,就必须转回正常检验

- (1) 有1批检验不接收;
- (2) 生产不稳定或延迟;
- (3) 负责部门认为有必要恢复正常检验。
- 5、暂停检验

加严检验开始,累计 5 批加严检验不接收时,原则上应停止检验,只有在采取了改进产品质量的措施之后,并经负责部门同意,才能恢复检验。此时,检验应从加严检验开始。

在使用 GB/T2828.1 的转移规则时,应注意由正常检验转为加严检验是强制执行的,而由正常转为放宽检验是非强制的。在生产过程质量变坏时,只有通过转为加严检验才能保护使用方的利益。

GB/T2828.1 的转移规则的示意图见图 3.3-2

[例 3. 3-8]对批量为 4000 的某产品,采用 AQL=1.5(%),检验水平为 III 的一次正常检验,连续 25 批的检验记录如表 3.3-1 所示,试探讨检验的宽严调整。

讨论:从正常检验开始,第4批和第10批不接收,但并未满足转换到加严检验的条件。从第/批起到12批为止,在这连续5批中有2批不接收,符合转移到加严检验的条件,因此从第13批开始由正常检验转到加严检验。但是从第17批起到第21批为止,连续5批加严检验接收,因此从第22批开始由加严恢复正常检验。

注意: GB/T2828.1 中规定,加严检验是强制的,是为了保护使用方利益的,如果不按规则进行转移,则有可能接收较多不合格批。

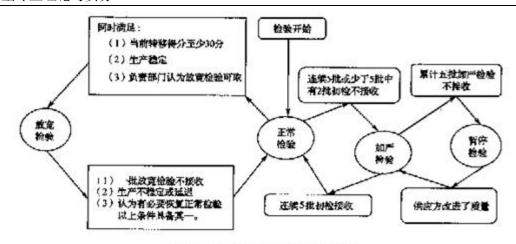


图 3.3-2 GR/T 2828.1 检验的转移规则

表 3.3-1

就 ゼ	1	拍 检	方 案	5500 US	检 蜂	纳 果
at 5	N	n	Α	R	d	41论
1	4 000	315	10	11	7	接收
2	4 000	315	10	1)	2	核收
3	4 000	315	10	ti	4	接收
4	4 000	315	10	n	11	小袋收
5 j	4 000	315	10	11	9	模軟
6	4 000	315	10	11	4	接收
7	4 000	315	10	11	7	接收
8	4 000	315	10	11	3	接收
9	4 000	315	10	11	2	接收
10	4 000	315	10	11	12	不接收
11	4 000	315	10	11	8	援収
12	4 000	315	10	11	11	不接收
13	4 000	315	8	9	7	接收
14	4 000	315	8	9		接收
15	4 000	315	8	9	8	換收
16	4 000	315	8	9	9	不接收
17 i	4 000	315	8	9	3	接收
18	4 000	315	8	9	.5	接收
19	4 000	315	8	9	3	接收
20	4 000	315	8	9	1	接收
21	4 000	315	8	9	6	接收
22	4 000	315	10	11	7	接收
23	4 000	315	10	11	2	接收
24	4 000	315	10	11	5	接收
25	4 000	315	10	11	3	核收

[例 3.3-9] 对某产品进行连续验收,当批时 N=500,检验水平为一般水平 III,AQL=100(%)时,一次正常方案为(13,21),一次加严方案为(13,18)。若该企业使用一次正常方案连续验收20 批产品,样本中出现的不合格数为

20, 21, 22, 23, 20, 19, 21, 20, 23, 22, 20, 21, 19, 20, 21, 22, 23, 21, 20, 21 根据检验结果 20 批产品中有 6 批产品不接收,但是如果根据转移规则,第五批应使用加严检验,则有 18 批产品不接收,也就是说,该企业由于没有按转移规则转为加严检验,多接收了 12 批不合格批。如果据此过程平均为:

$$\overline{P} = \frac{\sum d}{\sum n} = \frac{419}{260} = 161.15 \text{ (\%)}$$

由此可看出该企业的过程质量很有可能不符合要求,即过程平均大于 AQL,根据 GB/T2828.1 设计原则,应使用加严检验,甚至是暂停检验。否则使用方的利益会受到损失。

(七) 交检批的处理

对判为接收的批,使用方应整批接收,但使用方有权不接收样本中发现的任何不合格品, 生产方必须对这些不合格品加以修理或用合格品替换。

对于不接收的产品批可以降级、报废(以合格品代替不合格品)处理。负责部门应明确规定对不接收批的再检验是采用正常检验还是加严检验,再检验是针对所有不合格项还是针对最初造成的不合格类别。再检验应在确保不接收批的所有产品被重新检测或重新试验,且确信所有不合格品或不合格项已被校正的基础上进行。再次提交检验时应注意,若造成产品批不被接收的不合格类型的校正会对其它不合格项产生影响时。再检验应针对产品的所有不合格类型进行。

(八) 进一步的信息

GB/T2828.1 在给出各种抽样方案的同时也给出了表示各抽样方案的主要特性的图表。这里仅以抽样特性曲线(0C 曲线)及平均样本量(ASN)曲线为例进行说明。

1、抽检特性曲线(0C曲线)

在 GB/T2828.1 中,虽然只给出了一次正常检验的 0C 曲线,但是它们同样适用于二交和多次的正常检验,以及一次、二次和多次的加严检验。

应当看到,调整型抽样方案是由转移规则把正常、加严、放宽三种抽样方案有机地结合起来,成为一个称为方案组的整体。通过较长时间对连续检验批进行验收之后,具有过程平均不合格品率为 \bar{p} 产品批,其接收概率应是这三种抽样方案综合作用的结果。这样一个方案组的抽检特性曲线与各个(正常、加严、放宽)单独方案的0C 曲线不同,是这三者特性的复合,称为复合抽检特性曲线,见图 3.3-3。

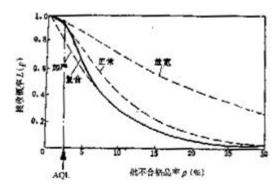


图 3.3-3 发合植榆特性南貌 (引自 ANSI/ASQCZ1.4: 1993)

从图中可以看出,当产品批质量 p 稳定地处于 AQL 附近时,使用正常抽样方案以保护生产方的利益 (α 风险较小),所以复合 0C 曲线与正常抽样方案的 0C 曲线相吻合。但是正常抽样方案的判别能力较差,不能为使用方提供足够的保护。因此,一旦有证据怀疑产品批的质量时,就由正常检验转为 β 风险小的加严检验,给使用方提供足够的保护,因此复合 0C 曲的尾部同加严抽样方案的 0C 曲线相吻合。而当产品批的实际质量在一段时间内远远小于 AQL 时,为了节省检验费用,更快地获得批质量信息,允许由正常检验转为放宽检验,因而复合 0C 曲线在 p<AQL 处同放宽抽样方案的 0C 曲线相吻合。

2. 平均样本量 (ASN)

平均样本量是指为了做出接收或拒收决定的平均每批抽取的单位产品数。这是计数调整型抽样 检验标准中重要的经济指标。一般地说,二次正常检验抽样方案的 ASN 值比一次正常检验抽样方案 的 ASN 值要小,多次正常检验抽样方案的 ASN 又比二次正常检验抽样方案的 ASN 要小。ASN 与所提 交批的实际质量水平(以 p 表示)有关,是 p 的函数。图 3. 3-4 是 GB/T2828. 1 中一次、二次和多次抽样的平均样本量曲线(Ac=5)。

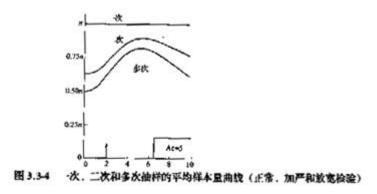


图 3.3-4 中 n 表示等价的一次抽样方案的样本量, Ac 是一次抽样方案的接收数, ↑表示在 AQL 处正常检验特性的基准点。

第四节 孤立批抽样检验及 GB/T15239 的使用

一、GB/T15239 的特点

1、孤立批及对孤立批的检验

孤立批是相对于连续批而言的,它是脱离已生产或汇集的批系列,不属于当前检验批系列的批。在生产实际中,孤立批通常是指生产不稳定的情况下生产出来的产品批,或者对生产过程质量不太了解的产品批,包括新产品试制或过程调试中的试生产批及从连续稳定生产的供应商处采购的一批或少数批产品。此时抽样方案的设计往往从使用方的利益出发,着眼于更好的保护使用方的利益,即不符合质量要求的产品批不予接收。GB/T 15239《孤立批计数抽样检验程序及抽样表》是适用于孤立批抽样检验的标准,它是参照国际标准以极限质量 LQ 检索的孤立批抽样方案 ISO 2859—2:1985 设计的,专门用于孤立批的抽样检验。

2、以极限质量 LQ 为质量指标

对一个产品批来说,是否被接收,关键取决于生产方或使用方验收时对检验批的质量要求,在 GB/T 15239 中规定了极限质量 LQ,它是与较低的接收概率相对应的质量水平,是使用方所不希望的质量水平。在孤立批抽样方案中确保当产品批的质量水平接近极限质量时,批被接收的概率很小。因此孤立批的抽样方案是通过控制使用方风险来实现对批的质量保证的。

3、根据产品的来源不同将检验分面两种模式。

由于产品批的来源不同,孤立批抽样方案 GB/T 15239 提供了两种抽样模式,模式 A 是在生产方和使用方均为孤立批的情形下使用,如单件小批生产、质量不稳定产品批、新产品试制的产品批的验收模,模式 B 针对来自于稳定的生产过程的少数几批产品的验收,即对生产方是连续批,而使用方由于对这种产品采购的产品批数较少,对它而言就视为孤立批。

二、GB/T 15239 的使用

孤立批抽样检验方案 GB/T 15239 的抽样检验程序如下:

- (1) 规定单位产品需检验的质量特性,并规定不合格的分类;
- (2) 根据产品批的来源选择合适的抽样模式:
- (3) 规定检索方案所需的要素,检索抽样方案。

不同的抽检模式所需规定的检索要素是不同的,对于模式 A 必须规定极限质量 LQ、批量 N 和抽样类型。极限质量的规定方法与 AQL 相似,因为它们均是对质量水平提出的要求,只不过极限质量 LQ 是批不可容许的质量水平,因此对于不一种产品 LQ 值的大小应与以往规定的 AQL 值拉开一定距离,如果两个值太接近,会使检索出抽样方案样本量过大;如果两个水平相差太远,又会使抽样

方案过于宽松。批量 N 的大小根据生产实际组批,组批的要求与前面的内容相同。在孤立抽样检验两种模式均给出了一次和二次抽样方案,抽样类型的选取与 GB/T2828.1 相同。

[例 3.4-1]某企业欲对新产品试制过程中的一批产品进行验收,产品批量 N=50, 若规定 LQ=20 (%), 求适用的一次抽样方案

由于新产品试制过程中产品质量不稳定,因此可以认为是孤立批,适宜使用模式 A 验收。根据给定的条件: N=50, LQ=20(%)由 GB/T 15239 表 1(附表 4-1)可查得,孤立批一交抽样方案为(10,0)。还可计算出在极限质量处方案的接收概率为 8.3%. 此时应针对方案的生产方风险进行讨论,如果认为适宜,可使用该方案进行验收。

孤立批的方案的 B 模式除规定以上要素外,还要给出检验水平,因为模式 B 的设计是根据极限质量 LQ、批量 N、检验水平和抽样类型设计的。在模式 B 中检验水平的规定与 GB/T2828.1 相同,仍为 4 个特殊水平和 3 个一般检验水平。但是在孤立批检验标准中检验水平的作用和 GB/T2828.1 有所不同,模式 B 中规定在极限质量处的接收概率应很低,因此只要给出了极限质量,无论是选择哪个检验水平,在极限质量处的接收概率相差不大,不同的检验水平在对检验批规定极限质量相同的情况下对使用方的影响较小,而对生产方的影响较大。如当 N=10000,LQ=20(%)时,检验水平为 II 的抽样方案为(200,1),当检验水平为 III 时,抽样方案为(315,3)。两个方案在极限质量处的接收概率相差不大,而在生产方风险为 5%处的质量水平相差很大。当极限质量与过程平均相差较大时,可以选择较低检验水平。

[例 3. 4-1] 某企业从连续生产的企业采购一批产品,批量 N=10000,LQ=20(%)时,检验水平为 II,求适用的一次抽样方案

由于该产品批是从连续生产的企业采购的,对生产方来说是连续批,而对使用方来说是孤立批,因此适于使用模式 B。根据孤立批抽样方案 GB/T 15239 模式 B的一次抽样表(表 3.4-1)可查得抽样方案为(200,0),由表中还可查得,与极限质量 LQ=2(%)相对应地接收概率最大为0.089,生产方风险为5%时对应的质量水平为0.178%,如果认为接收概率合适,可以使用引方案验收。

	ME	各种独独水平的	拉量		字码	1	种力			1指定概率	P被收的	into.	к	对应极 处的模块	限质量 衣養率*
8-1~5-3	9-4	1	1	1			4	R	0.95	0.90	0.50	0.10	0.65	最大	兼小
>2009	>200 ^E	201~ 150 000 ⁸	201~ 10 000*	201~ 3 200 ^m	L	200	1	2	0.178	0. 266	0. 839	1-95	2. 27	0.089	0.000
		150 001~ 500 000	10 001~ 35 000	3 201 10 000	м	315	3	4	0. 433	0.533	1-17	2-12	2.46	0.124	0.11
		>500 000	35 001~ 150 000	10 001~ 35 000	N	500	5	6	0. 523	0. 630	1-13	1.86	2.10	0.065	0.06
			>150 000	>35 000	P	800	10	11	0.771	0.878	1.33	1.93	2.12	0.075	0.07

- 1) 批量小于201的批实施全检。
 - (1) 根据检索出的抽样方案抽取样本并进行检验。
 - (2) 判断批接收与否,并对批进行处置。

在孤立批抽样方案中对批的处置原则与 GB/T2828.1 相同,相关内容可参照 GB/T2828.1。

第五节 其他抽样检验方法

一、计数抽样检验的其他方法

(一) 序贯抽样检验

序贯抽样检验(Sequential sampling inspection)是多次抽样的进一步发展。Wald于二次大战时为适应贵重军品抽样检验的需要提出的。序贯抽样检验不事先规定抽样次数,每次从批中抽取一个单位产品,检验后按某一确定规则做出接收或拒收该批产品或再抽检的判定。

按预先规定的要求,在抽取某一样本量之前必须做出接收或拒收决定的序贯抽样检验称为截尾序贯抽样检验。我国参照国际标准 ISO 8422:1991 制订了国标 GB 8051—1987《计数截尾序贯抽样检验程序及表》,其最新修订版为 GB/T8051—2002《计数序贯抽样检验程序及表》。

序贯抽样检验的原理是序贯概率比检验(本书不展开)。序贯抽样的优越性在于:在规定的 P0、P1 及相应的 a、 β条件下,序贯抽样的平均抽样个数(ASN) 比一次、二次、多次抽样方案都要少。缺点是需要组织多次测试、试验。所以一般用于贵重产品。

序贯抽样检验是逐个地抽取个体,但事先并不固定它们的样本个数,根据事先规定的规则,直 到可以做出接收或不接收批的决定炎止。。

若令在累积样本量ncum个产品中出现dn个不合格,序贯抽样判定规则如下:抽样方案给出g、hA、hR,若:

dn <g·ncum-hA 接收该批产品:

dn>g • ncum+hR 拒收该批产品;

g • ncum-hA<dn<g • ncum+hR 继续抽检。

用ncm为横坐标,dn为纵坐标,则序贯抽样示意图如图 3.5-1。图中nt为为使检验能在规定的样本量内结束,对批做出接收或拒收的判定而确定的截尾样本量。

令截尾合格判定数 At=nt • hA 截尾不接收数 Rt=At+1 相对于抽取的累积样本和,计算累积不合格(品)数,将(ncum, dn 在图上打点,如果点子落在接受域内,产品批接收;若点子落在拒收域内,产品批不接收;若点子落在不定域内,则继续抽检,当抽取的累积样本和为 nt 时,累积不合格(品)数 dt≤At,接收;dt≥Rt,不接收。

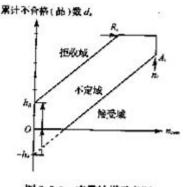


图 3.5-1 序贯抽样示意图

[例 3.5-1] 若双方规定合格质量水平为 5%,相应的生产方风险 α =5%,极限质量水平为 16%,使用方风险为 10%,根据计数序贯抽样检验程序及表 GB/T 8501-2002,查得:

hA=1.75

hR=2.247

g=0.0957

nt=98

因此接收线为 0.0957ncm-1.75

拒收线为 0.0957ncum+2.247

截尾线为 At=0.0957×98=9, Rt=At+1=10。

序贯抽验图为图 3.5-2。当n。皿=15, dn=4 时,点子落在拒收域,则拒收该批产品。

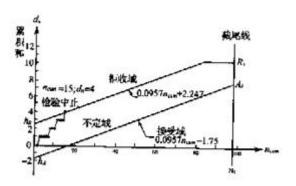


图 3.5-2 序贯抽样方案的验收图

(二)连续抽样检验

连续抽样检验是指对连续提交的在制品的检验,主要用于正在通过检验点并不组成批交检的单位产品,包括成品、半成品、元器件、原材料、数据或其他实物的抽检,例如:产品在传送带或

生产线上通过检验点,或装在搬箱货车以及其他手工或机器装卸搬运设备上通过检验点的在制品的 检验,对于在制品的要求是生产过程和原材料质量稳定情况下生产的,且检查为非破坏性的。

连续抽样检验方案由两个参数(i, f)组成,其中i为连续合格品数,f为抽样比率。其抽检特点是:首先对在稳定生产条件下生产的,不断通过检验点的在制品进行全数检验,如果在生产稳定条件下至少发现i个产品连续合格,且在复检中未发现不合格时,则采取抽样检验,抽样比率为f,即每j=1/f个单位产品中抽取一个,随后根据抽检结果,也即生产过程质量的波动情况调整抽样比率。在质量好的情况下,降低抽检比率,或在质量逐渐变坏的情况下进行全检。

国家标准 GB/T 8052—2002《单水平和多水平计数连续抽样检验程序及表》适用于连续抽样检验。

(三)跳批抽样检验

跳批计数抽样检验程序适用于连续批系列的检验,当一系列具有规定数目的批的抽样结果符合规定的准则时,连续批系列的某些批不经检验即可接收,因此在跳批抽样检验中规定了跳检频率,并按规定的频率随机选取批进行检查,使企业在生产过程质量稳定的情况下减少检验量,以节省检验成本。

我国跳批计数抽样检验程序 GB/T 13263-1991 是参照国际标准 IS02859-3 的早期版本设计并于 1991 年发布的。它可作为计数调整型抽样检验中放宽检验的另一种选择,要求 GB/T2828.1 与联合使用。

二、计量抽样检验方案

(一) 概述

与只记录所检个体是否只是有某种特性或属性,如单位产品的合格或不合格的计数方法不同,所谓计量是指在连续尺度下,测量和记录被检个体的特性值。计量抽样检验(sampling inspection by variables)是定量地检验从批中随机抽取的样本,利用样本数据计算统计量,并与判定标准比较,以判断产品批是否合格的活动。

计量抽样检验的优点:计量型数据比计数型数据包含更多的信息,因而,计量抽样检验与计数抽样检验相比,除了能判断批合格与否外,还能提供更多关于被检特性值的加工信息。计量抽样检验应更值得质量管理人员关注的是它可用较少的样本量达到与计数抽样检验相同的质量保证,可给生产者和使用者带来更大的经济效益。

计量抽样检验的局限性:使用计量抽样检验必须针对每一个特性制定一个抽样方案,因此在产品所检特性较多时,使用计量抽样较为繁琐;另外,在使用计量抽检时,要求每个特性值的分布应服从或近似服从正态分布,因为计量抽样检验方案的设计是基于质量特性值服从正态分布的基础之上的。因此使计量抽样检验的应用受到一定的限制。

二次世界大战中,美军委托哥伦比亚大学的 H. Free man 组织起草了最早的计量型抽样方案,1955 年,G. J. 利伯曼和 G. J. 雷斯尼科夫发展了较完整的计量型抽样方案的统计原理,1957 年美军发布了 MIL-STD-414《计量值检验抽样程序及表》。英国把 MIL-STD-414 标准中的某些查表程序改为图表法,于 1974 年发布了英国军标 BS05-30,国际标准化组织于 1981 年在 MIL-STD-414 的基础上发布了国际标准 ISO 3951—1981。我国参照国际标准于 1986 年设计了 GB/T 6378—1986,并于2002 年修订为 GB/T6378—2002《不合格品率的计量抽样检验程序及图表(适用于连续批的检验)》。

(二) 计量抽样方案的基本原理

在计量抽样检验中,产品特性值 X 是否合格有三种判定方法:

- (1)给定X的上规范限T₁,如X>T₁则为不合格品:
- (2)给定X的下规范限TL, X<TL, 则为不合格品:
- (3)给定X的上、下规范限Tu、TL,如X>Tu或X<TL,则为不合格品。
- 计量抽样检验的判决思想如下:

设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,则超过上限 T_0 的不合格品率:

pu=P(
$$X > T_U$$
)=1- Φ ($\frac{Tu-u}{\sigma}$)

即给定 T_v 后,X超过 T_v 的不合格品率pU取决于 $\frac{Tu-u}{}$

同样, 低于下限 T₁的不合格品率:

p1=P(XL)=1-
$$\Phi$$
($\frac{u-Tl}{\sigma}$)

即给定 T_L 后,X低于 T_L 的不合格品率pL取决于 $\frac{u-Tl}{\sigma}$ 。这里的 $\Phi(u)$ 是标准正态分布的累积分布 函数。

式中 $\frac{Tu-u}{z}$ 或 $\frac{u-Tl}{z}$ 越大,超过上限的T₀的不合格品率pu或低于下限T₁的不合格品pl越小,因 此可规定一个接收常数k。

若
$$\frac{Tu-u}{\sigma}$$
 或 $\frac{u-Tl}{\sigma}$ \geqslant k,认为检验批质量水平符合要求,接收该批产品; 若 $\frac{Tu-u}{\sigma}$ 或 $\frac{u-Tl}{\sigma}$ \lt k 认为检验批质量水平不符合要求,不接收该批产品。

若
$$\frac{Tu-u}{\sigma}$$
或 $\frac{u-Tl}{\sigma}$

在抽样检验中,批质量特性值的均值 μ 和标准差 σ 不一定已知,因此可用样本数据估计总体参 数。

注: 当 σ 未知,用 S 估计总体参数 σ 时,k 值大小与 σ 已知时不等。

其中 \overline{X} 为样本均值, S 为样本标准差。

由此可知Q或Q≥k接收;

Q.或Q.〈k不接收。

「例 3.5-2]某种产品的单位产品质量特性值不超过 200 时为合格品,已知 σ =6,规定 P0=1.0%, P1=8.0%, 确定满足要求的计量抽样方案, 并对批做出判断。

解] $T_U=200$ p0=1 0%p1=8.0 σ =6

根据给定的质量水平 p0、p1, 利用计量抽样表可查得

即抽样方案为〔10,1.81],抽取10个单位产品,计算样本均值,

若 Qu=
$$\frac{Tu-\overline{X}}{\sigma}$$
= $\frac{200-\overline{X}}{6}$ \geqslant 1.81 ,批接收;若 Qu <1.81,批不接收。

三、监督抽样检验

监督抽样检验是由第三方独立对产品进行的决定监督总体是否可通过的抽样检验,其中监督总 体指被监督产品的集合,其可以是同厂家、同型号、同一生产周期生产的产品,也可以是不同厂 家、不同型号、不同生产周期生产的产品集合。监督抽样检验适用于质量监督部门定期或不定期对 经过验收合格的产品总体实施的质量监督抽样检验。

我国有 4 个质量监督抽样方案和一个产品质量监督复查抽样方案 GB/T 16306—1996《产品质 量监督复查程序及抽样方案》。其中 GB/T14162—1993 是适用于每百单位产品不合格数为质量指标 的监督检验标准; GB/T 14437—1997 是以总体不合格品率为质量指标的监督抽样标准; GB/T 15482—1995 用于小总体且以不合格品数为质量指标的监督抽样标准: GB/T 14900—1994 是以产品 质量均值为质量指标的计量监督抽样检验标准。

2006 质量专业理论与实务

质量监督计数抽样检验主要通过规定监督质量水平(监督总体中允许存在的不合格品数或不合格品率或每百单位产品不合格数上限值)、监督抽样检验功效(当监督总体的实际质量水平大于监督质量水平时,监督总体被判为不可通过的概率)、监督检验等级(规定了监督抽样中样本量与检验功效之间的对应关系)来选取监督抽样方案。若抽取样本中发现的不合格(品)数小于不通过判定数,则监督总体可通过,若样本中不合格(品)数大于等于不通过判定数,则监督总体不可通过,若被监督方提出异议,可申请复检,其复检方案为 BG/T 16306—1996。由于监督抽样方案样本量较小,被判为可通过的监督总体有较大漏判风险,因此质量监督部门对监督抽样检验通过的监督总体不负确认总体合格的责任。

习题及答案

- 一、单项选择题
- 1. 对孤立批提出的不可接收的质量要求是()
- A. AQL B. LQ C. ASN D. AQQL
- 2. 加严检验是强制使用的, 主要目的是()
- A. 减少检验量 B. 保护使用方利益 C. 提高产品质量 D. 减低生产方风险
- 3. 根据不同的生产日期从产品批中取们,目的是为了()
- A. 节省取样成本 B. 提高样本代表性 C. 使用取样工作更简便 D. 减少检验量
- 4. 从供方长期采购某种产品,在进行抽样验收时,应针对()提出要求。
- A. 单批质量 B. 过程质量 C. 交检数量 D. 检验量
- 5. 在其它要求相同的情况下,抽样类型不同的抽样方案质量保证能力()
- A. 一次抽样最强 B. 多次抽样最强 C. 基本一致 D. 二次抽样最强
- 6. 抽样检验的检验批由 N 个()组成。
- A. 部分产品 B. 单位产品 C. 样本 D. 样本量
- 7. 在对铸件进行检验时,根据样本中包含的不合格铸件数和根据样本中包含的不合格砂眼数判 断产品批是否合格的判定方式属于()检验。
 - A. 计点和计量 B. 计件和计点 C. 计数和计量 D. 计数和序贯
 - 8. 在 GB/T2828. 1 的检验水平中, 判别能力最强的是()。
 - A. 特殊检验水平 S-1 B. 特殊检验水平 S-4
 - C. 一般检验水平 I D. 一般检验水平III
- 9. 某零件有3个质量特性,根据其重要程度分为A、B和C类不合格,若规定A类不合格的 AQL=0.10(%), C 类不合格的 AQL=2.5(%), 则 B 类的 AQL 值应为()。
 - A. 0. 01 (%) B. 2. 0 (%) C. 2. 5 (%) D. 4. 5 (%)
- 10. 根据 GB/T 2828. 1 转移规则,执行 GB/T2828. 1 的加严检验时,已有累计 5 批不合格,暂停 检验。在改进后,经主管部门同意恢复检验。应使用的抽样方案是()。
 - A. 正常检验 B. 放宽检验 C. 加严检验 D. 顾客与生产方协商选定
- 11. 使用 GB/T 2828. 1, 批量 N=5000, 检验水平 II, AQL=15. 0(%), 查正常检验一次抽样方案为 ()。
 - A. (80, 21) B. (200, 21) C. (315, 1) D. (310, 1)
- 12. 使用计数调整型一次正常抽样方案(125, 1),对批量 N=1000 的产品批进行验收。若样本中 的不合格品数 d=2,则()。
 - A. 拒收该批产品 B. 再抽一个样本进行判断
 - C. 再使用加严检验对该批产品判定 D. 改用二次抽样方案对该批进行判断
 - 13. 计数调整型加严检验设计的主要目的是()
 - A. 提高对生产方交检批的质量要求 B. 保护使用方利益
 - C. 扩大生产方的生产能力 D. 检索抽样方案
 - 14. 抽样方案的接收概率随()变化,形成抽样方案的 0C 曲线。
 - A. 样本量 n B. 批量 N C. 批质量 p D. 生产方风险 α
 - 15. 计数型抽样方案是用()对批做出判断。
 - A. 样本中含有的合格品数 B. 样本中含有的不合格品数或不合格数
 - C. 样本中含有的不合格品数或合格数 D. 批质量水平
 - 16. 计量型抽样方案是用()对批做出判断。
 - A. 样本中含有的不合格品数 B. 样本量

 - D. 样本均值和样本标准差 C. 样本均值
 - 17. 在 GB/T 2828.1 中,以不合格品百分数表示质量水平时,AQL 的范围是()
 - A. 1. 0~100 B. 0. 01~10 C. 0. 01~1000 D. 0. 1~1000
 - 18. 在 GB/T15239 中, 模式 A 适用于()

- A. 生产方和使用方都认为是孤立批的情形
- B. 使用方认为是孤立批的情形
- C. 生产方认为是连续批而使用方认为是孤立批的情形
- D. 生产方认为是孤立批而使用方认为是连续批的情形
- 19. 在 GB/T15239 中,模式 A 适用于()
- A. 生产方认为是孤立批的情形 B. 使用方认为是孤立批的情形
- C. 生产方认为和使用方都认为是孤立批的情形
- D. 生产方认为是连续批而使用方认为是孤立批的情形
- E生产方认为是孤立批而使用方认为是连续批的情形
- 二、多项选择题
- 20. 某企业进行新产品小批试制,决定使用抽样方案验收,应使用()
- A. 孤立批抽样方案 B. 连续批抽样方案 C. LQ 检索的抽样方案 D. AQL 检索的抽样方案
- 21. 减小抽样方案的 AQL 值意味着()
- A. 降低质量要求 B. 可能会提高样本量 C. 提高对过程的质量要求 D. 减小交检批量
- 22. 由正常检验转为放宽检验表示()
- A. 过程质量变坏 B. 检验的经济性提高 C. 过程质量非常好 D. 生产能力提高
- 23. 关于检验水平有()
- A. 一般水平 III 的样本量最小, 检验量严格
- B. 一般检验水平 I 最为常用, 因其样本量最大
- C. 特殊水平的抽样方案风险大,只有特殊检验场合使用
- D. 通常情况使用一般水平 II
- 24. 评价抽样方案经济性的指标有()
- A. AOQL B. AQL C. ATI D. ASN E. LQ
- 25. 在 GB/T 2828.1 中, AQL 用()表示。
- A. 每单位产品不合格数 B. 每百单位产品不合格数 C. 不合格品率
- D. 每百单位产品不合格品数 E. 合格品百分数
- 26. 特殊检验水平主要用于()。
- A. 大批量检验 B. 检验费用高的产品批验收
- C. 生产质量不稳定的批交检 D. 破坏性检验 E. 较高质量保证的场合
- 27. 使用 GB/T 2828.1 抽样检验方案时,在检索方案前进行的准备工作有()。
- A. 确定质量标准和不合格分类 B. 确定 AQL 值和检验水平
- C. 对批进行判断 D. 确定批量和抽样类型 E. 抽取样本进行测量
- 28. 进行抽样检验是否比全检更合理,主要考虑()。
- A. 检验成本 B. 批量大小 C. 检验耗费的时间
- D. 改进工艺的可能性 E. 检验是否具有破坏性
- 29. 当使用方在采购产品时,对交检批提出的质量要求为 pt=1%,则有()。
- A. 当交检批质量水平 p≤pt,接收该批产品
- B. 当交检批质量水平 p>pt, 拒收该批产品
- C. 当交检批质量水平 p≤A, 接收该批产品
- D. 当交检批质量水平 p≥R, 拒收该批产品
- E. 当样本中的 d≥A,接收该批产品
- 30. 在 GB/T 2828.1 中, 规定抽样检验严格程度的有()。
- A. 正常检验 B. 加严检验 C. 特宽检验
- D. 放宽检验 E. 暂停检验
- 31. 在抽样检验中,下列衡量产品质量指标的有()。
- A. AQL B. RQL C. 极差 R
- D. 样本均值 . 生产方风险 α
- 32. 在 $GB/T28\overline{28}$. 1 中,下述对检验水平的论述中,正确的是()。

- A. I、II、III水平的判断力逐级提高
- B. I、II、III水平的判断力逐级下降
- C. 对同一检验水平, N 增加时, n/N 也增加
- D. 对同一检验水平, N 增加时, n/N 减少
- 33. 在 GB/T2828. 1 中,抽检方案的类型有()。
- A. 一次 B. 二次 C. 五次 D. 七次 E. 序贯
- 34. 在 GB/T2828. 1 抽样方案中,对使用方风险影响较大的检索要素是()。
- A. 生产方风险 α B. 使用方风险 β
- C. AQL D. RQL E. 检验水平
- 三、综合分析题

某产品有5个质量特性,根据其重要程度不同分为A、B、C三类不合格,若对批量N=2000件进行全数检验,发现5个产品有不合格项,结果如下:

产品编号	A 类不合格数	B类不合格数	C类不合格数
3	1	0	2
7	0	1	1
12	1	1	0
19	0	1	2
20	0	0	3

则:

- (1) 其中 C 类不合格品数为()。
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (2)每百单位产品 C 类不合格数为()。
- A. O. 2 B. O. 3 C. O. 4 D. O. 8
- (3)B 类不合格品率为()。
- A. 1%B. 1. 5%C. 2%D. 3%
- 四、答案
- $1. \ B \ 2. \ B \ 3. \ B \ 4. \ B \ 5. \ C \ 6. \ B \ 7. \ B \ 8. \ D \ 9. \ B \ 10. \ C \ 11. \ A \ 12. \ A \ 13. \ B \ 14. \ C \ 15. \ C \ 16. \ D \ 17. \ B \ 18. \ A19. \ D$
- 20. A、C 21. B、C22. B、C 23. C、D24. C、D 25. B、D26. B、D 27. A、B、D 28. A、B、C、E29. A、B30. A、B、D31. A、B32. A、D33. A、B、C34. C、E35. A、C
 - 36. (1) A (2) C (3) A

第四章 统计过程控制

第一节 统计过程控制概述

一、统计过程控制的基本概念

生产过程是产品质量形成的关键环节,在确保设计质量的前提下,产品质量很大程度上依赖于生产过程质量。过程控制是指为实现产品过程质量而进行的有组织、有系统的过程管理活动。其目的在于为生产合格产品创造有利的生产条件和环境,从根本上预防和减少不合格品的产生。

过程控制的主要内容包括:

(1) 对过程进行分析并建立控制标准。

分析影响过程质量的因素,确定主要因素,并分析主要因素的影响方式、途径和程度,据此明确主要因素的最佳水平,实现过程标准化;确定产品关键的质量特性和影响产品质量的关键过程,建立管理点,编制全面的控制计划和控制文件。

(2) 对过程进行监控和评价

根据过程的不同工艺特点和质量的影响因素,选择适宜的方法对过程进行监控,如果用首件检验、巡回检验和检查记录工艺参数等方式对过程进行监控;利用质量信息对过程进行预警和评价,如果利用控制对过程波动进行分析、对过程变异进行预警,利用过程性能指数和过程能力批数对过程满足技术要求的过程质量进行评定。

(3) 对过程进行维护和改进

过程控制通过对过程的管理和分析评价,消除过程存在的异常因素,维护过程的稳定性,对过程进行标准化,并在此基础上,逐渐的减少过程固有的变异,实现过程质量的不断突破。

二、统计过程控制

20世纪20年代美国贝尔电话实验室成立了两个研究质量的课题组,一为过程控制组,学术领导人为为休哈特(Walter A. Shewhart);另一为产品控制组,学术领导人为道奇(Harold F. Dodge)。其后,休哈特提出了过程控制理论以及控制过程的具体工具——控制图(control chart)。道奇与罗米格(H. G. Romig)则提出了抽样检验理论和抽样检验表。1931年休哈特出版了他的代表作:《加工产品质量的经济控制 Economical Control of Quality of Manufactured Products》,这标志着统计过程控制时代的开始。

统计过程控制(Statistical Process Control,简称 SPC)是应用统计学技术对过程中的各个阶段进行评估和监控,建立并保持过程处于可接受的并且稳定的水平,从而保证产品与服务符合规定的要求的一种技术。它是过程控制的一部分,从内容上来说主要有两个方面:一是利用控制图分析过程的稳定性,对过程存在的异常因素进行预警;二是计算过程能力指数分析稳定的过程能力满足技术要求的程度,对过程质量进行评价。

近年来,随着科学技术迅猛发展,无论是产品质量渖控制技术都有了很大的突破,从产品质量上来说,产品的不合格率迅速降低,如电子产品的不合格品率由过去的百分之一、千分之一降低到百万分之一(ppm, 10^{-6}),乃到十亿分之一(ppb, 10^{-9})。

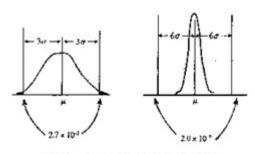


图 4.1-1 36 控制方式与 66 控制方式的比较

在控制技术上,生产控制方式由过去的 3σ 控制方式演进为 6σ 控制方式。 3σ 控制方式的过程均值无偏移不合格率为 $2.7\times10-3$,过程均值偏移 1.5σ 的不合格品率为 66807ppm。而对于 6σ 挖

制方式其过程均值无偏移不合格品率为 0.002×10 -6=2ppb,过程均值偏移 1.5σ 的不合格品率为 3.4ppm。由此可看到,在均值无偏移条件下, 6σ 控制方式的不合格品率仅为 3σ 控制方式的 1.35×10^6 之一,而在均值偏移 1.5σ 条件下,前者的不合格品率也仅为后者的 20000 分之一。

三、统计过程控制的特点

许多质量管理技术是对已出产的产品(包括半成品)进行分析、检验或评估,以找出提高产品质量的途径和方法,这是一种"事后"的补救性的方法。统计质量管理(SPC)则与这种方法不同,它是在生产过程中的各个阶段(工序)对产品质量进行实时的监控与评估,因而是一种预防性方法。贯彻预防性原则是现代质量管理的一个特点。此外与作为全面质量管理的一种重要技术,统计质量控制也强调全员参与团队精神,而不是只依靠少数质量管理人员。最后统计质量控制并不是简单地解决对特定工序用什么样控制图的问题,它强调整个过程,SPC 的重点就在于 P(Process),即过程。

四、统计过程诊断

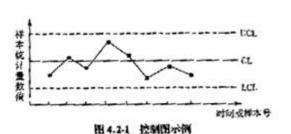
SPC 可以判断过程的异常,及时告警。但早期的 SPC 不能告知此异常是什么因素引起的,发生于何处,即不能进行诊断。而在现场迫切需要解决诊断问题,否则即使要想纠正异常也无从下手。故实际与理论都迫切需要将 SPC 加以发展,现代 SPC 已包含了这部分内容,也即统计过程诊断(Statistical Process Diagnosis 简称 SPD)。

SPD 不但具有早期 SPC 告警进行控制的功能,而且具有诊断功能,故 SPD 是现代 SPC 理论的发展和重要组成部分。SPD 就是利用统计技术对过程中的各个阶段进行监控与诊断,从而达到缩短诊断异常的时间、以便迅速采取纠正措施、减少损失、降低成本、保证产品质量的目的。SPD 是 20世纪 80 年代发展起来的。

第二节 控制图原理

一、控制图的结构

控制图(Control Chart)是对过程质量特性值进行测定、记录、评估,从而监察过程是否处于控制状态的一种用统计方法设计的图。图上有中心线(CL, Central Line)、上控制限(UCL, Upper Controllimit)和下控制限(LCL, Lower Control limit),并有按时间顺序抽取的样本统计量数值的描点序列,参见图 4.2-1。UCL 与 LCL 统称为控制线(Control lines)。若控制图中的



描点落在 UCL 与 LCL 之外或描点在 UCL 与 LCL 之间的排列不随机,则表明过程异常。世界上第一张控制图是美国休哈特 (W. A. Shewhart) 在 1924 年 5 月 16 日提出的不合格品率 p 控制图。控制图有一个很大的优点,即在图中将所描绘的点子与控制界限或规范界限相比较,从而能够直观地看到产品或服务的质量的变化。

二、控制图的重要性

控制图的重要性体现在下列各点:

- (1)是贯彻预防原则的 SPC 的重要工具;控制图可用以直接控制与诊断过程,故为质量管理七个工具的重要组成部分。
- (2) 日本名古屋工业大学调查了 200 家日本中小型企业(但应答的只有 115 家),结果发现平均每家工厂采用 137 张控制图。这个数字对于推行 SPC 有一定的参考意义。
- (3) 当然,有些大型企业应用控制图的张数是很多的,例如美国柯达彩色胶卷公司 (Eastman Kodak) 有 5000 职工,一共应用了 35000 张控制图,平均每个职工 7 张,为什么要应用这么多张控制图呢?因为彩色胶卷的工艺很复杂,在胶卷的片基上需要分别涂上 8 层厚度为 $1\sim2\,\mu\,m$ 的药膜;此外,对于种类繁多的化工原料还要应用 SPC 进行控制。
- (4)我们不追求控制图张数的多少,但可以说,工厂中使用控制图的张数在某种意义上反映了管理现代化的程度。

三、控制图原理

(一)控制图的形成

将通常的正态分布图 (例如图 1. 2-24) 转个方向,使自变量增加的方向垂直向上,将 μ 、 μ +3 σ 和 μ -3 σ 分别标为 CL、UCL 和 LCL,这样就得到了一张控制图。例如,例 4. 2-2 是一张单值 (X) 控制图,图中的 UCL 为上控制限,CL 为中心线,LCL 为下控制限。

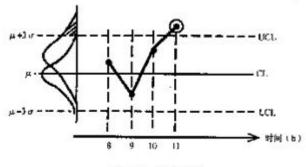


图 4.2-2 X 控制图

(二)控制图原理的第一种解释

为了控制加工螺丝的质量,每隔 1 小时随机抽取一个车好的螺丝,测量其直径,将结果描点在图 4.2-2 中,并用直线段将点子连接,以便观察点子的变化趋势。由图 4.2-2 可看出,前 3 个点子都在控制界限内,但第四个点子却超出了 UCL,为了醒目,把它用小圆圈圈起来,表示第四个螺丝的直径过分粗了,应引起注意。现在对这第四个点子应作什么判断呢?摆在我们面前的有两种可能性:

- (1) 若过程正常,即分布不变,则出现这种点子超过 UCL 情况的概率只有 1%左右。
- (2) 若过程异常,譬如设异常原因为车刀磨损,则随着车刀的磨损,加工的螺丝将逐渐变粗, μ逐渐增大,于是分布曲线上移,发生这种情况的可能性很大,其概率可能为 1%的几十乃至几百 倍。

现在第四个点子已经超出 UCL,问在上述 1、2 两种情形中,应该判断是哪种情形造成的?由于情形 2 发生的可能性要比情形 1 大几十乃至几百倍,故合乎逻辑地认为上述异常是由情形 2 造成的。于是得出结论:点出界就判异!

用数学语言来说,这就是小概率事件原理:小概率事件在一次试验中几乎不可能发生,若发生即判断异常。控制图就是统计假设检验的一种图上作业。在控制图上每描一个点就是作一次统计假设检验。

(三)控制图原理的第二种解释

现在换个角度来研究一下控制图原理。根据来源的不同,影响质量的原因(因素)可分为 5M1E (人员、设备、原材料、工艺方法、测量和环境)。但从对产品质量的影响大小来分,又可分为偶然因素(简称偶因)与异常因素(简称异因,在国际标准和我国国家标准中称为可查明原因)两类。偶因是过程固有的,始终存在,对质量的影响微小,但难以除去,例如机床开动时的轻微振动等。异因则非过程固有,有时存在,有时不存在,对质量影响大,但不难除去,例如车刀磨损等。

偶因引起质量的偶然波动,异因引起质量的异常波动。偶然波动是不可避免的,但对质量的影响一般不大。异常波动则不然,它对质量的影响大,且可以通过采取恰当的措施加以消除,故在过程中异常波动及造成异常波动的异因是我们注意的对象。一旦发生异常波动,就应该尽快找出原因,采取措施加以消除。将质量波动区分为偶然波动与异常波动两类并分别采取不同的对待策略,这是休哈特的贡献。

偶然波动与异常波动都是产品质量的波动,如何能发现异常波动的存在呢?我们可以这样设想:假定在过程中,异常波动已经消除,只剩下偶然波动,这当然是正常波动。根据这正常波动,应用统计学原理设计出控制图相应的控制界限,而当异常波动发生时,点子就会落在界外。因此点子频频出界就表明存在异常波动。控制图上的控制界限就是区分偶然波动与异常波动的科学界限。

根据上述,可以说休哈特控制图即常规控制图的实质是区分偶然因素与异常因素两类因素。

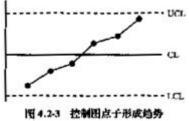
四、控制图在贯彻预防原则中的作用

按下述情形分别讨论:

情形 1:应用控制图对生产过程进行监控,如出现图 4.2-3 的点子上升倾向,显然过程有问题,故异因刚一露头,即可发现,于是可及时采取措施加以消除,这当然是预防。但在现场出现这种情形是不多的。

情形 2: 更经常地是控制图上点子突然出界,显示异常。这时必须查出异因,采取措施,加以消除。

控制图的作用是:及时告警。只在控制图上描描点子,是不可能起到预防作用的。必须强调要求现场第一线的工程技术人员



来推行 SPC,把它作为日常工作的一部分,而质量管理人员则应该起到组织、协调、监督、鉴定与当好领导参谋的作用。

五、统计控制状态

- (1)所有的技术控制都有一个标准作为基准,若过程不处于此基准的状态,则必须立即采取措施,将其恢复到此基准。统计过程控制也是一种控制(统计控制),当然它也要采取一种标准(统计标准)作为其基准,这就是:统计控制状态,或称稳态。
 - (2)统计控制状态,简称控制状态,是指过程中只有偶因而无异因产生的变异的状态。
 - (3) 控制状态是生产追求的目标,因为在控制状态下,有下列几大好处:
- ①对产品的质量有完全的把握(通常,控制图的控制界限都在规范限之内,故至少有99.73%的产品是合格品)。
- ②生产也是最经济的(偶因和异因都可以造成不合格品,但由偶因造成的不合格品极少,在 3 σ 控制原则下只有 2.7‰,主要是由异因造成的。故在控制状态下所产生的不合格品最少,生产最经济。
 - ③在控制状态下,过程的变异最小。
 - (4)推行 SPC 为什么能够保证实现全过程的预防?
- 一道工序达到控制状态称为稳定工序,道道工序都达到控制状态称为全稳生产线,SPC 所以能够保证实现全过程的预防,依靠的就是全稳生产线。

六、两类错误

1. 第一类错误: 虚发警报 (false alarm)

过程正常,由于点子偶然超出界外,根据点出界就判异,于是就犯了第一类错误。通常犯第一类错误的概率记以 a。第一类错误将造成寻找根本不存在的异因的损失。

2. 第二类错误:漏发警报(alarm missing)

过程异常,但仍会有部分产品,其质量特性值的数值大小仍位于控制界限内。如果抽取到这样的产品,打点就会在界内,从而犯了第二类错误,即漏发警报。通常犯第二类错误的概率记以 β。第二类错误将造成不合格品增加的损失。

3. 如何减少两类错误所造成的损失

常规控制图共有三根线,一般基于正态分布控制图的 CL 居中固定,而且与 UCL 与 LCL 互相平行,故只能改动 UCL 与 LCL 二者之间的间隔距离。若此间隔距离增加,则 α 减少, β 增大,反之相反。故无论如何调整上下控制限的间隔,两种错误都是不可避免的。

解决办法是:根据使两种错误造成的总损失最小、的原则来确定 UCL 与 LCL 二者之间的最优间隔距离。经验证明休哈特所提出的 3 σ 方式较好,在不少情况下,3 σ 方式都接近最优间隔距离。

七、3σ原则

3σ原则即是控制图中的CL UCL及LCL由下式确定:

 $UCL = \mu + 3 \sigma$

 $CL = \mu$ (8. 2–1)

(4.2-1))

 $LCL=\mu-3\sigma$

式中, μ、σ为统计量的总体参数。

注意,总体参数与样本统计量不能混为一谈。总体包括过去已制成的产品、现在正在制造的产品以及未来将要制造的产品的全体,而样本只是从已制成产品中抽取一小部分。故总体参数值是不可能精确知道的,只能通过以往已知的数据来加以估计,而样本统计量的数值则是已知的。

还必须注意,规范限不能用作控制界限。规范限用以区分合格与不合格,控制界限则用以区分 偶然波动与异常波动,二者不能混为一谈。

八、常规控制图的分类

常规控制图参见表 4.2-1(国标 GB/T 4091)。

表 4.2-1

常规控制图

分布	控制图代号	控制图名称
	\overline{X} –R	均值-极差控制图
正态分布	\overline{X} -S	均值-标准差控制图
(计量值)	Me-R	中位数-极差控制图
	X-Rs	单值-移动极差控制图
二项分布	р	不合格品率控制图
(计件值)	np	不合格品数控制图
泊松分布	u	单位不合格数控制图
(计数值)	c	不合格数控制图

常规控制图的作法及其应用详见第五节,以正态分布为前提的计量控制图系数记号及数值表见 4.2-2。在有关控制图的标准中,为描述控制图而抽取的样本通常称为子组,因此表 4.2-2 中的子组大小即为样本量。

表4.7.7

计量控制图系数表

r细	均	值控制	æ	1	ŧ	事產	2.36			被差控制图						十位要的物	
th	*2	制服系	R	403	2.其数		拉雅品	(4	心线系	ex .		控制	以系数		控制限系
	A	Az	A3	¢,	1/c4	B ₃	В.	Bs	R,	d ₂	Va,	dj	n,	<i>D</i> 2	n,	D4	m, m
2	2.121	1.690	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.6%	σ	3.207	1.000 1.8
3	1.732	1.023	1.954	0.8962	1.1284	0	2.568	0	2.2%	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574	1.160 1.1
4	1,500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.068	2.059	0.4817	0.280	0	4.6%	0	2.242	1.092 0.7
5	1.30	0.577	1.427	0.9400	1.06%	0	2.089	0	1.964	2.326	0,4299	0.864	0	4.918	0	2.114	1.198 0.6
6	1.225	0.483	1,287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1,874	2.534	0.394	0.848	0	5.078	0	2.004	1.135 0.5
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0425	0.118	1.882	0.113	1,206	2.704	0.399	0.833	0.204	5.204	0.0%	1.924	1.214 0.5
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.251	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.1%	1.364	1.160 0.4
9	1.000	0.337	1.082	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.806	0.547	5.303	0.184	1.816	1.223 0.4
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.609	3.07%	0.3349	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	1.176 0.3
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.630	3.173	0.3152	0.787	0.813	5.535	0.2%	1.744	i
12	0.866	0.266	0.885	0.97%	1.0229	0.354	1.646	0.346	1,610	3.25	0.3099	0.778	0.922	5.594	0.283	1,717	1
13	0.812	0.20	0.890	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693	
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.994	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672	
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.5/2	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.233	5,741	0.347	1.633	
16	0,750	0.232	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.536	3.592	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637	ĺ
17	0.728	0.203	0.799	0.9845	1.0157	0.466	1,534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1,356	5.820	0.378	1.622	
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1,496	3.640	U.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608	î
19	0.088	0.187	0.6%	0.9862	1,0140	0.497	1.98	0.40	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.977	
20	0.671	0.180	0.60	0.9860	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585	
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1,477	0.516	1.459	3,778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575	ĺ
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1,448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1,566	
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1,496	3.156	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.48	1.557	
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0009	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.722	1.759	6.031	0.451	1.548	İ
25	0.500	0.153	0.606	0.9895	1,0105	0.565	1.435	0.559	1.430	3.931	0.2544	0.708	1.805	6.056	0.459	1.541	

$$A = \frac{3}{\sqrt{3}}, \quad A_3 = \frac{3}{\sqrt{3}}, \quad A_4 = \frac{3}{\sqrt{4}\sqrt{6}}, \quad C_4 = \frac{4\left(n-1\right)}{4n-3}, \quad B_5 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{\frac{3}{2\left(n-1\right)}}, \quad R_6 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{\frac{3}{2\left(n-1\right)}},$$

$$B_3 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}, \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$$

第三节 分析用控制图与控制用控制图

- 一、分析用控制图与控制用控制图的含义
- 一道工序开始应用控制图时,几乎总不会恰巧处于稳态,也即总存在异因。如果就以这种非稳态状态下的参数来建立控制图,控制图界限之间的间隔一定较宽,以这样的控制图来控制未来,将会导致错误的结论。因此,一开始,总需要将非稳态的过程调整到稳态,这就是分析用控制图的阶段。等到过程调整到稳态后,才能延长控制图的控制线作为控制用控制图,这就是控制用控制图的阶段。故根据使用的目的的不同,控制图可分为分析用控制图与控制用控制图两类。

(一)分析用控制图

分析用控制图主要分析以下两个方面:

- (1) 所分析的过程是否处于统计控制状态?
- (2) 该过程的过程能力指数 Cp 是否满足要求?荷兰学者维尔达(S. L. Wievda) 把过程能力指数满足要求的状态称作技术稳态。

由于 Cp 值必须在稳态下计算(Cp 的定义及具体计算方法见第四节),故须先将过程调整到统计稳态,然后再调整到技术控制状态。

表 4.3-1 状态分类

统计	空制状态	统计控制状态			
技术控制状态		是	否		
技术状态	是	I	II		
12/八八恋	否	III	IV		

根据状态是否达到统计控制状态与技术控制状态,可以将它们分为如表 4.3-1 所示的四种情况:

- (1) 状态 I: 统计控制状态与技术控制状态同时达到, 是最理想的状态。
- (2) 状态 II: 统计控制状态未达到, 技术控制状态达到。
- (3) 状态III: 统计控制状态达到, 技术控制状态未达到。
- (4) 状态IV: 统计控制状态与技术控制状态均未达到,是最不理想的状态。

显然,状态Ⅳ是现场所不能容忍的、需要加以调整,使之逐步达到状态Ⅰ。

从表 4.3-1 可见,从状态IV达到状态 I 的途径有二:状态IV ⇒状态 II ⇒状态 I 或状态IV ⇒状态III ⇒状态 I,究竟通过哪条途径应由具体的技术经济分析来决定。虽然从计算 Cp 值上讲,应该先达到状态III,但有时为了更加经济,宁可保持在状态 II 也是有的。当然,在生产线的末道工序一般以保持状态 I 为官。

分析用控制图的调整过程即质量不断改进的过程,

(二)控制用控制图

当过程达到了我们所确定的状态后,才能将分析用控制图的控制线延长作为控制用控制图。由于后者相当于生产中的立法,故由前者转为后者时应有正式交接手续。

进入日常管理后,关键是保持所确定的状态。

经过一个阶段的使用后,可能又会出现新的异常,这时应查出异因,采取必要措施,加以消除,以恢复统计过程控制状态。

二、常规控制图的设计思想

常规控制图的设计思想是先定犯第一类错误的概率α,再看犯第二类错误的概率β。

- (1) 按照 3 α 方式确定CL、UCL、LCL, 就等于确定 α 。=0.27%。
- (2) 在统计中通常采用 α =1%,5%,10%三级、但体哈特为了增加使用者的信心把常规控制图的 α 取得特别小,这样 β 就大,这就需要增加第二类判异准则,即既使点子不出界,但当界内点排列不随机也表示存在异常因素。

三、判异准则

判异准则有点出界和界内点排列不随机两类。由于对点子的数目未加限制,故后者的模式原则 上可以有很多种,但在实际中经常使用的只有具有明显物理意义的若干种。在控制图的判断中要注 意对这些模式加以识别。

国标 GB/T4091-2001《常规控制图》中规定了 8 种判异准则。为了应用这些准则,将控制图 等分为 6 个区域,每个区宽 1σ 。这 6 个区的标号分别为 A、B、C、C、B、A。其中两个 A \boxtimes 、B \boxtimes 及 C 区都关于中心线 CL 对称 (图 4.3-1~图 4.3-8)。需要指明的是这些判异准则主要适用于L图和 单值 X 图,且假定质量特性 X 服从正态分布。

准则 1: 一点落在 A 区以外(图 4.3-1)。在许多应用中,准则 1 甚至是惟一的判异准则。准则 1 可对参数μ的变化或参数σ的变化给出信号,变化越大,则给出信号越快。准则1还可对过程中的 单个失控做出反应,如计算错误、测量误差、原材料不合格、设备故障等。在3σ原则下,准则1 犯第一类错误的概率为α0=0.0027。

准则 2: 连续 9 点落在中心线同一侧(图 4.3-2)。此准则是为了补充准则 1 而设计的,以改进控 制图的灵敏度。选择 9 点是为了使其犯第一类错误的概率 α 与准则 1 的 α 0=0.0027 大体相仿。

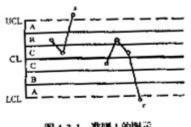


图 4.3-1 准则 1 的图示

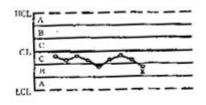


图 4.3-2 准则 2 的图示

出现图 4.3-2 准则 2 的现象, 主要是过程平均值 μ 减小的缘故。

准则 3: 连续 6 点递增或递减(图 4.3-3)。此准则是针对过程平均值的趋势进行设计的,它判定 过程平均值的较小趋势要比准则 2 更为灵敏。产生趋势的原因可能是工具逐渐磨损、维修逐渐变 坏、操作人员技能的逐渐提高等,从而使得参数α随着时间而变化。

准则 4:连续 14 点相邻点上下交替(图 4.3-4)。本准则是针对由于轮流使用两台设备或由两位 操作人员轮流进行操作而引起的系统效应。实际上,这就是一个数据分层不够的问题。选择14点 是通过统计模拟试验而得出的, 也是为使其α大体与准则1的α0=0.0027相当

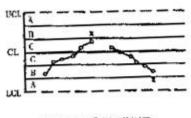


图 4.3-3 准则 3 的图示

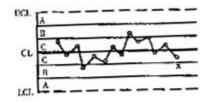


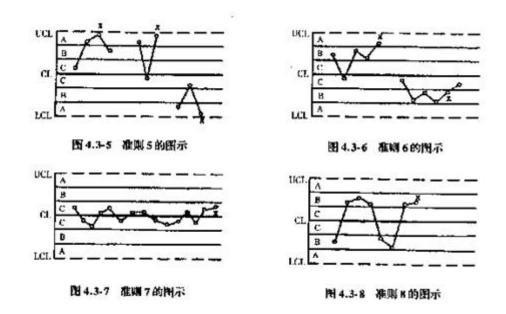
图 4.3-4 准顺 4 的图示

准则 5:连续 3 点中有 2 点落在中心线同一侧的 B 区以外(图 4.3-5)。过程平均值的变化通常可 由本准则判定,它对于变异的增加也较灵敏。这里需要说明的是:三点中的两点可以是任何两点, 至于第3点可以在任何处, 甚至可以根本不存在。出现准则5的现象是由于过程的参数μ发生了变 化。

准则 6:连续 5点中有 4点落在中心线同一侧的 C区以外(图 4.3-6)。与准则 5类似,这第 5点 可在任何处。本准则对于过程平均值的偏移也是较灵敏的,出现本准则的现象也是由于参数 μ 发生 了变化。

准则 7:连续 15 点在 C 区中心线上下(图 4.3-7)。出现本准则的现象是由于参数 σ 变小。对于 这种现象不要被它的良好"外貌"所迷惑,而应该注意到它的非随机性。造成这种现象的原因可能 有数据虚假或数据分层不够等。在排除了上述两种可能性之后才能总结现场减少标准差α的先进经

准则 8:连续 8 点在中心线两侧,但无一在 C 区中(图 4.3-8)。造成这种现象的主要原因也是因 为数据分层不够,本准则即为此而设计的。



四、局部问题对策与系统改进

由异常原因造成的质量变异可由控制图发现,通常由过程人员负责处理,称为局部问题的对策。统计资料表明,这类问题约占过程问题的15%。

由偶然原因造成的质量变异可通过分析过程能力发现,但其改善往往耗费大量资金,需由高一级管理人员决策,称为系统改进。

第四节 过程能力与过程能力指数

一、过程能力

过程能力以往也称为工序能力。过程能力是指过程加工质量方面的能力,它是衡量过程加工内 在一致性的,是稳态下的最小波动。而生产能力则是指加工数量方面的能力,二者不可混淆。过程 能力决定于质量因素,而与公差无关。

当过程处于稳态时,产品的计量质量特性值有 99. 73%落在 μ ±3 σ 的范围内,其中 μ 为质量特性值的总体均值, σ 为质量特性值的总体标准差,也即有 99. 73%的产品落在上述 6σ 范围内,这几乎包括了全部产品。故通常用 6 倍标准差 (6σ) 表示过程能力,它的数值越小越好。

二、过程能力指数

(一)双侧公差情况的过程能力指数

对于双侧公差情况,过程能力指数 Cp 的定义如下:

$$Cp = \frac{T}{6\sigma} = \frac{TU - TL}{6\sigma}$$
 (4.4-1)

式中,T 为技术公差的幅度,TU、TL 分别为上、下公差界限,为质量特性值分布的总体标准差。当 σ 未知时,可用 $\hat{\sigma}$ 1= \overline{R} /d2 或 $\hat{\sigma}$ 2= \overline{s} /c4 估计,其中 R 为样本极差, \overline{R} 为其平均值,s 为样本标准差, \overline{s} 为其平均值,d2、c4 为修偏系数,可查表 4. 2–2。注意,估计必须在稳态下进行,这点在国标 GB/T4091—2001《常规控制图》中有明确的规定并再三强调,不可忽视。

在过程能力指数计算公式中,T 反映对产品的技术要求,而 σ 反映过程加工的一致性,所以在过程能力指数 C_D 中将 6σ 与 T 比较,就反映了过程加工质量满足产品技术要求的程度。

根据 T 与 $6\,\sigma$ 的相对大小可以得到过程能力指数 Cp 如图 4.4-1 的三种典型情况。Cp 值越大,表明加工质量越高,但这时对设备和操作人员的要求也高,加工成本也越大,所以对于 Cp 值的选择应根据技术与经济的综合分析来决定。当 T= $6\,\sigma$,Cp=1,从表面上看,似乎这是既满足技术要求

又很经济的情况。但由于过程总是波动的,分布中心一有偏移,不合格品率就要增加,因此,通常应取 Cp 大于 1。

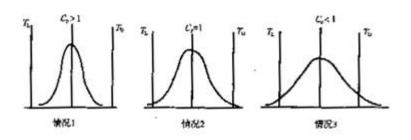


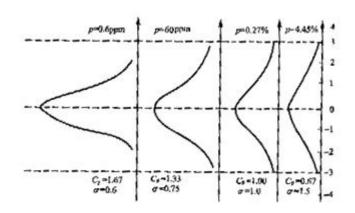
图 4.4-1 各种分布情况下的 C. 值

一般,对于过程能力指数制定了如表 4.4-1 所示的评价参考。从(4.4-1)式可知,当 Cp=1.33,T=8 σ 。此时质量指标值的分布基本上在上下公差界限之内,且留有一定余地,见图 4.4-1 的情况 1 。因此,可以说 Cp \geqslant 1.33 时过程能力充分满足质量要求,国标 GB/T 4091—2001 也 要求 Cp \geqslant 1.33。需要说明的是,随着时代的进步,对于高质量、高可靠性的" $6\,\sigma$ 控制原则"情况,甚至要求 Cp 达到 2.0 以上,所以对 Cp \geqslant 1.67 时认为过程能力过高的说法应视具体情况而定,参见图 4.4-2。

<u> </u>	农生生 过程能力指数 CP 值的计									
Cp 值的范围	级别	过程评价参考								
Cp≥1. 67	Ι	过程能力过高(应视具体情况而定)								
1. 33≤Cp<1. 67	II	过程能力充分,表示技术管理能力已很好,应继续维持								
1.00≤Cp<1.33	III	过程能力充足,但技术管理能力较勉强,应设法提高为 II 级								
0.67≤Cp<1.00	IV	过程能力不足,表示技术管理能力已很差,应采取措施立即改善								
Cp<0.67	V	过程能力严重不足,表示应采取紧急措施和全面检查,必要时可停工整顿								

表 4.4-1 过程能力指数 Cp 值的评价参考

在图 4. 4-2 中还应该补充下列情况,即 Cp=2, σ =0. 5,p=2ppb=2×10-9。事实上,从 Cp=1, σ =1. 0,可得出:Cp=1=T/6 σ =T/6,即 T=6,于是 σ =1/Cp。故对于 Cp=2, σ =1/2=0. 5。注意,过程能力指数与不合格品率是一一对应的。



例 4.4-2 典型 C。值情况下质量特性值正态分布的图形

(二)单侧公差情况的过程能力指数

若只有上限要求,而对下限没有要求,则过程能力指数计算如下:

$$CpU = \frac{TU - \mu}{3\sigma} \qquad (\mu < TU) \qquad (4.4-2)$$

式中, CpU 为上单侧过程能力指数。当μ≥TU 时,记 CpU=0 若只有下限要求,而对上限没有要求,则过程能力指数计算如下:

$$CpL = \frac{\mu - TL}{3\sigma} \qquad (\mu > TL) \qquad (4.4-3)$$

式中, CpL 为下单侧过程能力指数。当µ≤TL 时,记 CpL=0

上面两个式子中的 μ 与 σ 未知时,可用样本估计,例如用 \overline{X} 估计 μ ,用 \mathbf{s} (或 $\hat{\sigma}$ 1, $\hat{\sigma}$ 2) 估计 σ 。

(三)有偏移情况的过程能力指数

当产品质量特性值分布的均值 μ 与公差中心 M 不重合,即有偏移时,不合格品率必然增大,Cp 值降低,故式 (4.4-1) 所计算的过程能力指数不能反映有偏移的实际情况,需要加以修正。记修正后的过程能力指数

$$Cpk=min(CpU, CpL)$$
 (4.4-4)

记分布中心 μ 与公差中心 M 的偏移为 $\epsilon = |M-\mu|$,定义 μ 与 M 的偏移(偏移度)K 为:

$$\mathbf{K} = \frac{2\varepsilon}{T} \tag{0 \leq \mathbf{K} \leq 1}$$

则过程能力指数修正为:

为 Cpk,则公式为:

$$CpK = (1-K)Cp = (1-K) \frac{T}{6\sigma} \approx (1-K) \frac{T}{6\hat{\sigma}} \qquad (4.4-6)$$

这样,当μ=M(即分布中心与公差中心重合无偏移) 时,K=0,CpK=Cp。注意,CpK 也必须在稳态下求得。 可以证明公式(4.4-4)和(4.4-6)是等价的。

(四)Cp和CpK的比较与说明

T. T. T.

图 4.4-3 产品质量分布的均值 μ 与 公差中心 M 不重合的情况

根据上述,无偏移情况的 Cp 表示过程加工的一致性,即"质量能力",Cp 越大,则质量能力越强;而有偏移情况的 CpK 反映过程中心 μ 与公差中心 M 的偏移情况,CpK 越大,则二者偏离越小,是过程的"质量能力"与"管理能力"二者综合的结果。故 Cp 与 CpK 二者的着重点不同,需要同时加以考虑。

将 Cp 与 CpK 二数值联合使用,可对产品质量有更全面的了解,参见表 4.4-2。

表 4.4-2 联合应用 Cp 与 Cpk 所代表的合格品率

Cp Cpk	0. 33	0. 67	1.00	1. 33	1. 67	2. 00
0.33	66. 368%	84. 000%	84. 134%	84. 134%	84. 13447%	84. 13447%
0. 67		95. 450%	97. 722%	97. 725%	97. 72499%	97. 72499%
1.00			99. 730%	99. 865%	99. 86501%	99. 86501%
1. 33				99. 994%	99. 99683%	99. 99683%
1. 67					99. 99994%	99. 99997%
2.00						99. 9999998%

三、过程改进策略

国家标准 GB/T 4091—2001《常规控制图》的过程改进策略如图 4.4-4。

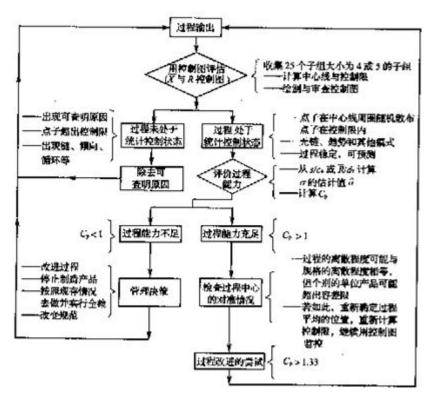


图 4.4-4 过程改进的策略

图 4.4-4 基于以正态分布为前提的计量值控制图。从图中可知,过程改进策略包括判断过程是否处于统计控制状态(即判稳)和评价过程能力两个环节。

四、过程性能指数

美国三大汽车公司(福特 Ford、通用 General Motors、克莱斯勒 Crysler)联合制定了 QS-9000 标准,对于统计方法的应用提出更高的要求,QS-9000 标准的认证是以通过 ISO 9000 的认证为前提。在 QS-9000 中提出 Pp、PpK 的新概念,称之为过程性能指数 (Process Performance Index),又称为长期过程能力指数。因此,有关过程能力指数的下列术语更为完整的表述应为:

Cp——无偏移短期过程能力指数

CpU——无偏移上单侧短期过程能力指数

CpL——无偏移下单侧短期过程能力指数

CpK——有偏移短期过程能力指数

以上4个指数称为C系列过程能力指数。

Pp——无偏移过程性能指数

PpU——无偏移上单侧过程性能指数

PpL——无偏移下单侧过程性能指数

PpK——有偏移过程指数

以上4个指数称为P系列过程性能指数。

QS-9000 对于 PpK 给出下列定义:

PpK=min (PpU, PpL) (4.4-7)

参见表 4.4-3。上式的物理含义是:不论分布位于公差范围内的任何位置,它对于上规范限可计算出一个上单侧过程性能指数 PpU,同时对于下规范限可计算出一个下单则过程性能指数 PpL,选择二者中最小的一个。可以证明,(4.4-7)式与

 $P_{pK} = (1 - K) P_{p}$

(4.4-8)

是等价的。事实上,在(4.4-8)式中偏移度的计算就相当于单侧过程性能指数的计算,而根据分布的位置我们选择过程性能指数的计算就相当于选择 PpU 或 PpL。

为了便于读者查阅,现将上述过程能力指数的符号、名称及计算公式列表如表 4.4-3。

短期过程能力指数与过程性能指数

符号	名 称	日 黄 公 式
C _P	尤偏等短期过程能力指数	$C_p = \frac{T}{6\sigma} = \frac{T_0 - T_0}{6\sigma_{kT}}$
$C_{\rm pll}$	无境琴上单衡短期过程能力指数	$G_{gU} = \frac{T_U - \mu}{3\sigma} \approx \frac{T_U - \overline{X}}{3d_{\overline{X}T}}, (\overline{X} < T_0)$
C_{pL}	无偏移下单侧短期过程他力指数	$C_{\rm pl.} = \frac{\mu - T_{\rm L}}{3\sigma} = \frac{X - T_{\rm L}}{3\sigma_{\rm SI}}, (\bar{X} > T_{\rm L})$
C _{pK}	有值移短期过程能力指数	$C_{gil} = (1 - K) C_{gin} + (1 - K) \frac{T_{ij} - T_{i}}{6\sigma_{gil}} (0_{n_{ij}^{-1}}K < 1)$
Pp	尤偏移过程性能指数	$P_{\rm e} = \frac{T}{6\sigma} \sim \frac{T_{\rm b} - T_{\rm b}}{6\sigma_{\rm LT}}.$
$P_{\gamma 0}$	无偏移上单侧过程性能指数	$P_{gV} = \frac{T_{V} - p}{3a} \Rightarrow \frac{T_{V} - \overline{X}}{3a_{12}}, (\overline{X} < \overline{T}_{0})$
P _{pl} .	无偏移下单侧过极性能指数	$P_{\rm ph} = \frac{\mu - T_h}{3\sigma} \approx \frac{\bar{\chi} - T_h}{3\sigma_{LI}}, \ (\bar{\chi} > T_h)$
Pa	有偏移过科性德指數	$P_{pK} = min \ (P_{pk}, P_{pk})$

注意,C 系列过程能力指数 $\exists P$ 系列过程性能指数的公式类似,二者的主要差别在于:前者的公式中 α 的估计采用 δ_{sr} = R/d_2 或 s/c_4 ,且必须在概念于计算;而后者公式中的 α 的估计采用 δ_{sr} = s,是在实际情况(不一定是稳态)下计算的。

QS-9000 提出 Pp、PpK 的好处是:可以反映出系统当前的实际状态,而不要求在稳态的条件下进行计算。

关于 Pp 与 PpK 的比较与说明如下:

- (1) Pp 和 ppK 的比较与说明和上一节 Cp 和 CpK 的比较与说明类似。只不过 C 系列的过程能力指数是指过程的短期过程能力指数,而 P 系列的过程性能指数则是指过程的长期过程能力指数。Pp 和 PpK 也需要联合应用。
- (2)对于同一个过程而言,通常长期标准差的估计值 $\hat{\sigma}$ LT 大于短期标准差的估计值 $\hat{\sigma}$ ST。因此,过程的质量改进就是逐步减少 $\hat{\sigma}$ LT,使之不断向 $\hat{\sigma}$ ST 逼近。根据 $\hat{\sigma}$ LT 和 $\hat{\sigma}$ ST 的差值(称之为过程稳定系数)

$$d \sigma = \widehat{\sigma} LT - \widehat{\sigma} ST \qquad (4.4-9)$$

或相对差值(称之为过程相对稳定系数)

$$\operatorname{dr} \sigma = \frac{\widehat{\sigma}LT - \widehat{\sigma}ST}{\widehat{\sigma}LT}$$
 (4. 4-10)

可以对过程的实际状况,即对过程偏离稳态的稳定程度进行评估,见表 4.4-4。这里, $\hat{\sigma}$ ST 的数值可以利用下列近似方法得到:

在实际控制图中,选出点子比较正常波动的平稳段,然后利用该段数据作控制图,判稳。若稳,即可根据该稳态控制图计算出近似的 $\hat{\sigma}$ ST。否则,需要调整该平稳段直至控制图达到稳态为止。

表 4.4-4

过程相对稳定系数的评价参考

过程相对稳定系数 dr σ 的范围	评价
dr σ <10%	接近稳定
10%≤dr σ <20%	不太稳定
20%≤dr σ <50%	不稳定
dr σ ≥50%	很不稳定

第五节常规控制图的作法及其应用

一、各类常规控制图的使用场合

现在简单说明各种常规控制图的使用场合:

(1) \overline{X} —R 控制图。对于计量数据而言,这是最常用最基本的控制图。它用于控制对象为长度、重量、强度、纯度、时间、收率和生产量等计量值的场合。

 \overline{X} 控制图主要用于观察正态分布的均值的变化,R 控制图用于观察正态分布的分散或变异情况的变化,而 \overline{X} —R 控制图则将二者联合运用,用于观察正态分布的变化。

- (2) \overline{X} -s 控制图与 \overline{X} -R 图相似,只是用标准差(s)图代替极差(R)图而已。极差计算简便,故 R 图得到广泛应用,但当样本量 n>10,这时应用极差估计总体标准差 σ 的效率减低,需要应用 s 图来代替 R 图。现在由于微机的应用已经普及,图的计算已经不成问题,故 \overline{X} -s 控制图的应用将越来越广泛。
- (3) Me-R 控制图与 $\overline{X}-R$ 图也很相似,只是用中位数 (Me) 图代替均值 \overline{X}) 图。由于中位数的确定比均值更简单,所以多用于现场需要把测定数据直接记入控制图进行控制的场合,这时,为了简便,自然规定 n 为奇数。现在现场推行 SPC,都应用电脑,计算平均值已经不成问题,故 Me-R 控制图的应用也逐渐减少。
- (4) X-Rs 控制图。多用于对每一个产品都进行检验,采用自动化检查和测量的场合;取样费时、昂贵的场合;以及如化工等气体与液体流程式过程,产品均匀的场合。由于它不像前三种控制图那样取得较多的信息,所以用它判断过程变化的灵敏度也要差一些。
- (5)p 控制图。用于控制对象为不合格品率或合格品率等计数质量指标的场合。这里需要注意的是,在根据多种检查项目综合起来确定不合格品率的情况,当控制图显示异常后难以找出异常的原因。因此,使用 p 图时应选择重要的检查项目作为判断不合格品的依据。p 图用于控制不合格品率、交货延迟率、缺勤率,差错率等等。
- (6) np 控制图。用于控制对象为不合格品数的场合。设 n 为样本量, p 为不合格品率,则 np 为不合格品数。故取 np 作为不合格品数控制图的简记记号,这里要求 n 不变。
- (7) c 控制图。用于控制一部机器,一个部件,一定的长度,一定的面积或任何一定的单位中所出现的不合格数目。如布匹上的疵点数、铸件上的砂眼数、机器设备的不合格数或放障次数、电子设备的焊接不良数、传票的误记数、每页印刷错误数和差错次数等等。
- (8) u控制图。当上述一定的单位,也即n保持不变时可以应用c控制图,而当n有变化时则应换算为平均每单位的不合格数后再使用u控制图。例如,在制造厚度为 2mm的钢板的生产过程中,一批样品是 2m²的,下一批样品是 3m²的。这时就应都换算为平均每平方米的不合格数,然后再对它进行控制。
 - 二、应用控制图需要考虑的一些问题

应用控制图需要考虑以下一些问题:

(1) 控制图用于何处?原则上讲,对于任何过程,凡需要对质量进行控制的场合都可以应用控制图。但这里还要求:对于所确定的控制对象——统计量应能够定量,这样才能够应用计量控制图。如果只有定性的描述而不能够定量,那就只能应用计数控制图。所控制的过程必须具有重复性,即具有统计规律。对于只有一次性或少数几次的过程,显然难于应用控制图进行控制。

- (2)如何选择控制对象?一个过程往往具有各种各样的特性,在使用控制图时应选择能够真正代表过程的主要指标作为控制对象。例如,假定某产品在强度方面有问题,就应该选择强度作为控制对象。在电动机装配车间,如果对于电动机轴的尺寸要求很高,这就需要把机轴直径作为我们的控制对象。
- (3)怎样选择控制图?选择控制图主要考虑以下几点:首先根据所控制质量特性的数据性质来进行选择,如数据为连续值的应选择 \overline{X} -R 图, \overline{X} -s 图,X-Rs 图等,数据为计件值的应选择 p 或 np 图,数据为计点值的应选择 c 或 u 图。最后,还需要考虑其他要求。如检出力大小,样本抽取及测量的难易和费用高低,例如,要求检出力大可采用成组数据的控制图,如 \overline{X} 控制图。
- (4)如何分析控制图?如果在控制图中点子未出界,同时点子的排列也是随机的,则认为生产过程处于稳定状态或统计控制状态。如果控制图点子出界或界内点排列非随机,就认为生产过程失控。

对于应用控制图的方法还不够熟悉的工作人员来说,即使在控制图点子出界的场合,也首先应该从下列几方面进行检查:样本的抽取是否随机?测量有无差错?数字的读取是否正确?计算有无错误?描点有无差错?然后再来调查过程方面的原因,经验证明这点十分重要。

- (5)对于点子出界或违反其他准则的处理。若点子出界或界内点排列非随机,应立即查明原因 并采取措施尽量防止它再次出现。
- (6) 控制图的重新制定。控制图是根据稳态下的条件(人员、设备、原材料、工艺方法、环境、测量,即 5M1E) 来制定的。如果上述条件变化,如操作人员更换或通过学习操作水平显著提高,设备更新,采用新型原材料或更换其他原材料,改变工艺参数或采用新工艺,环境改变等,这时,控制图也必须重新加以制定。由于控制图是科学管理生产过程的重要依据,所以经过相当时间的使用后应重新抽取数据,进行计算,加以检验。
- (7) 计量控制图和计数控制图可分为未给定标准值和给定标准值两种情形,两种情形不能混淆。
- (8) 控制图的保管问题。控制图的计算以及日常的记录都应作为技术资料加以妥善保管。对于点子出界或界内点排列非随机的异常情况以及当时的处理情况都应予以记录,因为这些都是以后出现异常时查找原因的重要参考资料。有了长期保存的记录,便能对该过程的质量水平有清楚的了解,这对于今后在产品设计和制定规范方面都是十分有用的。
 - 三、 \overline{X} —R 控制图
 - (一) \overline{X} —R 控制图的特点
 - (1)适用范围广

 \overline{X} 图:若X服从正态分布,则 \overline{X} 也服从正态分布,若X非正态分布,则根据中心极限定理,X近似服从正态分布。关键是这后一点才使得 \overline{X} 图得以广为应用。因此,可以说只要是计量值数据,应用 \overline{X} 图总是没有问题的。

R图:通过在计算机上的统计模拟试验证实:只要 X不是非常不对称的,则 R的分布无大的变化,故适用范围也广。

(2) 灵敏度高

 \overline{X} 图:由于偶然波动的存在,一个样本组的各个 X 的数值通常不会都相等,有的偏大,有的偏小,这样把它们加起来求平均值,偶然波动就会抵消一部分,故标准差减小,从而控制图 UCL 与 LCL 的间隔缩小。但对于异常波动而言,由于一般异常波动所产生的变异往往是同一个方向的,故求平均值的操作对其并无影响。因此,当异常时,描点出界就更加容易了,也即灵敏度高。

R 图: 无此优点。

(二) \overline{X} -R 图的作法

表 4.5-1

预备数据

组号	风尚值					样本均值	样本极差	备注
i	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4	Xi5			i=1, 2, …, m, , m 为样本(子组数)

为了求出估计值,需要收集预备数据如表 4.5-1。共抽取 m 个样本(子组),每个样本的样本量(子组大小)为 n。从表 4.5-1 的数据可求得:

总平均值为:
$$\overline{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \overline{X}i$$

极差为: Ri=Ximax-Ximin

平均极差值为: $\overline{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} Ri$

于是 \overline{X} 图的中心线及控制限为:

$$UCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + A2 \overline{R}$$

$$CL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}}$$
 (4. 5–1)

$$LCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}}$$
 -A2 \overline{R}

式中,A2= $\frac{3}{d_2\sqrt{n}}$,参见表 4.5-2。该表取自表 4.2-2

表 4.5-2

系数 A2

n	2	3	4	5	6	7	8
A2	1.880	1.023	0.729	0. 577	0.483	0.419	0.373

R 图的中心线及控制限为:

UCLR=D4 \overline{R}

CLR= \overline{R}

LCLR=D3 \overline{R}

式中, 系数 D3、D4 分别为:

D3=1-3D3/d2

D4=1+3d3/d2

D3、D4 为与样本量 n 有关的系数,参见表 4.5-3,该表取自表 4.2-2

表 4.5-3

D3、D4 系数表

n	2	3	4	5	6	7	8
D3	0	0	0	0	0	0.076	0. 136
D4	3. 267	2.574	2. 282	2.113	2.004	1. 924	1.864

 $\overline{$ 注 12:表中的 0 表示 LCL 为负值,但 R 不可能为负,故 LCL=0 仅表示为 R 的自然下界,而非下控限。为了更清晰地表示这一点,可将下控限写成:LCL=-。

在 \overline{X} -R 图中,我们应该先作哪一个图?

- (1) 如果先作 \overline{X} 图,则由于这时 R 图还未判稳, \overline{R} 的数据不可用,故不可行。
- (2) 如果先作 R 图,则由于 R 图中只有 \overline{R} 一个数据,可行。等 R 图判稳后,再作 \overline{X} 图。

故作 \overline{X} –R 图应倒过来作,先作 R 图,R 图判稳后,再作 \overline{X} 图。若 R 图未判稳,则不能开始作 \overline{X} 图。国标 GB/T4091—2001 也规定了在 \overline{X} –R 图中必须先作 R 图。不但如此,注意,所有正态分布的控制图都必须倒过来作。

(三) \overline{X} -R 控制图的操作步骤

步骤 1:确定控制对象,或称统计量。

这里要注意下列各点:

- (1)选择技术上最重要的控制对象。
- (2)若指标之间有因果关系,则宁可取作为因的指标为统计量。

- (3) 控制对象要明确,并为大家理解与同意。
- (4) 控制对象要能以数字来表示。
- (5)控制对象要选择容易测定并对过程容易采取措施者。

步骤2:取预备数据。

- (1)取25个子组。
- (2) 子组大小取为多少?国标推荐样本量为4或5。
- (3)合理子组原则。合理子组原则是由休哈特本人提出的,其内容是:"组内差异只由偶因造成,组间差异主要由异因造成"。其中,前一句的目的是保证控制图上、下控制线的间隔距离 6 σ 为最小,从而对异因能够及时发出统计信号。由此我们在取样本组,即子组时应在短间隔内取,以避免异因进入。根据后一句,为了便于发现异因,在过程不稳,变化激烈时应多抽取样本,而在过程平稳时,则可少抽取样本。

如不遵守上述合理子组原则,则在最坏情况下,可使控制图失去控制的作用。

步骤 3:计算 \overline{X} i, Ri。

步骤 4:计算 $\overline{\overline{X}}$, \overline{R} 。

步骤 5:计算 R 图控制线并作图。

步骤 6:将预备数据点绘在 R 图中,并对状态进行判断。

若稳,则进行步骤7;若不稳,则除去可查明原因后转入步骤2重新开始。

步骤 7: 计算 \overline{X} 图控制线并作图。将预备数据点绘在 \overline{X} 图中,对状态进行判断。

若稳,则进行步骤 8;若不稳,则除去可查明原因后转入步骤 4、即重新计算 \overline{X} . \overline{R} 。

步骤 8: 计算过程能力指数并检验其是否满足技术要求。

若过程能力指数满足技术要求,则转入步骤9。

若过程能力指数不满足技术要求,则需调整过程直至过程能力指数满足技术要求为止。

步骤 9:延长 \overline{X} -R 控制图的控制线,作控制用控制图,进行日常管理。

上述步骤1~步骤8为分析用控制图。

上述步骤9为控制用控制图。

(四) \overline{X} -R 控制图示例 [例 4.5-1]某手表厂为了提高手表的质量,应用排列图分析造成手表不合格品的各种原因,发现"停摆"占第一位。为了解决停摆问题,再次应用排列图分析造成停摆的原因,结果发现主要是由于螺栓松动引发的螺栓脱落造成的。为此厂方决定应用控制图对装配作业中的螺栓扭矩进行过程控制。

分析:螺栓扭矩是一计量特性值,故可选用基于正态分布的计量控制图。又由于本例是大量生产,不难取得数据,故决定选用灵敏度高的 \overline{X} -R图。

解:我们按照下列步骤建立 \overline{X} -R图:

步骤 1:取预备数据, 然后将数据合理分成 25 个子组, 参见表 4.5-4。

步骤 2:计算各组样本的平均数 \overline{X} i。例如,第一组样本的平均值为:

$$\overline{X}$$
 1= $\frac{154+174+164+166+162}{5}$ =164. 0

其余参见表 4.5-4 中第(7) 栏。

步骤 3: 计算各组样本的极差 Ri。例如,第一组样本的极差为:

R1=max {X1 j}-min {X1 j}=174-154=20 其余参见表 4.5-4 中第 (8) 栏。

步骤 4: 计算样本总均值 \overline{X} 与平均样本极差 \overline{R} 。由于 Σ \overline{X} i=4081. 8, Σ R=357,故:

$$\overline{\overline{X}} = 163.272, \quad \overline{R} = 14.280$$

步骤 5:计算 R 图的参数。

先计算 R 图的参数。从本节表 4.5-3 可知,当子组大小 n=5,D4=2.114,D3=0,代人 R 图的公式,得到:

UCLR=D4 \overline{R} =2. 114×14. 280=30. 188

耒	4	5-4
1.	┱.	J

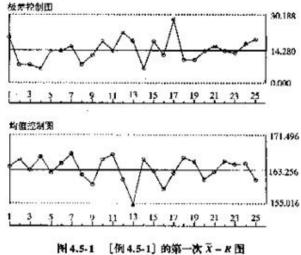
[例 4.5-1]的数据与 \overline{X} -R 图计算表

观测值				•	5			
			/火山火 [正			$\sum_{j=1}^{J} \overline{X}$ i j		
序号	V 1	Х2	V O	V 4	VE	$\sum_{i=1}^{n} I = J$	$\overline{\mathbf{v}}$ \cdot (7)	Ri (8)
77.5	X1 (1		X3	X4 (4)	X5	I=1, 2, ···, 25	\overline{X} i (7)	K1 (6)
	(1	(2)	(3)	(4)	(5)			
			101	4.00	100	(6)	1010	2.0
1	154	174	164	166	162	820	164. 0	20
2	166	170	162	166	164	828	165. 6	8
3	168	166	160	162	160	816	163. 2	8
4	168	164	170	164	166	832	166. 4	6
5	153	165	162	165	167	812	162. 4	14
6	164	158	162	172	168	824	164.8	14
7	167	169	159	175	165	835	167. 0	16
8	158	160	162	164	166	810	162. 0	8
9	156	162	164	152	164	798	159. 6	12
10	174	162	162	156	174	828	165. 6	18
11	168	174	166	160	166	934	166.8	14
12	148	160	162	164	170	804	160.8	22
13	165	159	147	153	151	775	155.0	18
14	164	166	164	170	164	828	165. 6	6
15	162	158	154	168	172	814	162.8	18
16	158	162	156	164	152	792	158. 4	12
17	151	158	154	181	168	812	162. 4	30
18	166	166	172	164	162	830	166. 0	10
19	170	170	166	160	160	826	165. 2	10
20	168	160	162	154	160	804	160.8	14
21	162	164	165	169	153	813	162.6	16
22	166	160	170	172	158	826	165. 2	14
23	172	164	159	165	160	820	164. 0	13
24	174	164	166	157	162	823	164.6	17
25	151	160	164	158	170	803	160.6	19

CLR= \overline{R} =14. 280

LCLR=D3 \overline{R} =----

参见图 4.5-1。可见现在 R 图判稳。故接着再建立 \overline{X} 图。由于 n=5,从表 4.5-2 知 A2=0.577, 再将 $\overline{\overline{X}}$ =163.256, \overline{R} =14.280代入 \overline{X} 图的公式,得到 \overline{X} 图:



$$CL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} = 163.256$$

$$LCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} - A2 \overline{R} = 163.256 - 0.577 \times 14.280 \approx 155.016$$

因为第 13 组 \overline{X} 值为 155. 00 小于 $LCL_{\overline{X}}$,故过程的均值失控。经调,发现这组数据属于过程 中的某种突发原因,而这个原因其后不再出现。因此可以简单地将其剔除。去掉第13组数据,再 重新计算 R 图与 \overline{X} 图的参数。此时,

$$\overline{R}$$
, $=\frac{\sum R}{24} = \frac{357 - 18}{24} \approx 14.125$
 $\overline{\overline{X}}$, $=\frac{\sum \overline{X}}{24} = \frac{4081.4 - 155.0}{24} \approx 163.600$

代入 R 图与 \overline{X} 图的公式,得到 R 图:

UCLR=D4 \overline{R} ' =2.114×14.125 \approx 29.860

CLR= \overline{R} ' \approx 14.125

LCLR=D3 \overline{R} ' =0

从表 4.5-4 可见, R 图中第 17 组 R=30 出界。于是, 舍去第该组数据, 重新计算如下:

$$\overline{R}$$
 " = $\frac{\sum R}{24}$ = $\frac{339 - 30}{23} \approx 13.435$
 $\overline{\overline{X}}$ " = $\frac{\sum \overline{X}}{24}$ = $\frac{3926.4 - 162.4}{23} \approx 163.600$

R 图:

UCLR=D4 \overline{R} " =2. 114×13. 435 \approx 28. 402

 $CLR = \overline{R}$ " =13.435

LCLR=D3 \overline{R} " =—

从表 4.5-4 可见, R 图可判稳。于是计算 \overline{X} 图如下:

 \overline{X} 图:

$$UCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}}$$
 " +A2 \overline{R} " =163. 652+0. 577 × 13. 435 \approx 171. 404

$$CL_{\overline{X}} == \overline{\overline{X}}$$
 " =163.670

$$LCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}}$$
 " -A2 \overline{R} " =163. 652-0. 577×13. 435 \approx 155. 900

将其余 23 组样本的极差值与均值分别打点于 R 图与 \overline{X} 图上,见图 4.5-2 此时过程的变异度与 均值均处于稳态。

步骤 6:与规范进行比较。

对于给定的质量规范 TL=140, TU=180, 利用 \overline{R} 和 $\overline{\overline{X}}$ 计算 CP。

$$\widehat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d2} = \frac{13.435}{2.326} = 5.776$$

$$Cp = \frac{TU - TL}{6\sigma} = \frac{180 - 140}{6 \times 5.776} = 1.15$$

由于 \overline{X} =163.670 与容差中心 M=160 不重合,所以需要计算 CPK。

$$K = \frac{|M - \widehat{\mu}|}{T/2} = \frac{|160 - 163.652|}{(180 - 140)/2} = 0.18$$

 $CPK = (1-K) CP = (1-0.18) \times 1.15 = 0.94$

可见,统计过程状态下的 Cp 为 1.15>1,但是由于 $\hat{\mu}$ 与 M 偏离,所以 CPK<1。因此,应根据对 手表螺栓扭矩的质量要求,确定当前的统计过程状态是否满足设计的、工艺的和顾客的要求,决定 是否以及何时对过程进行调整。若需调整,那么调整数应重新收集为据,绘制 \overline{X} -R图步骤

7:延长统计过程状态下的 \overline{X} -R图的控制限,进入控制用控制图阶段,实现对过程的日常控 制。

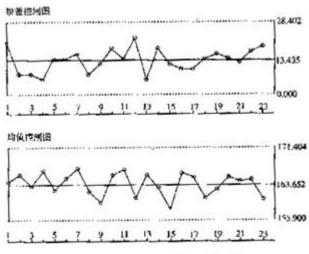


图 4.5-2 [例 4.5-1] 的第 2 次 X-R 图

四、 \overline{X} -S图

(例 4.5-2]为充分利用子组信息,对(例 4.5-1]选用 \overline{X} -S图。

解: 步骤如下:

步骤 1: 依据合理分组原则,取得 25 组预备数据,参见表 4.5-5。

工士幼畑払担佐

表 4.5-5			手表的				
序号			观测值			\overline{X} i	标准差 Si
77.4	X1	Х2	Х3	X4	Х5	Λ 1	你性左 31
1	154	174	164	166	162	164. 0	7. 211
2 3	166	170	162	166	164	165. 6	2.966
3	168	166	160	162	160	163. 2	3. 633
4	168	164	170	164	166	166. 4	2.608
4 5	153	165	162	165	167	162. 4	5. 550
6	164	158	162	172	168	164.8	5. 404
7	167	169	159	175	165	167. 0	5. 831
8 9	158	160	162	164	166	162.0	3. 162
9	156	162	164	152	164	159. 6	5. 367
10	174	162	162	156	174	165. 6	8.050
11	168	174	166	160	166	166.8	5. 020
12	148	160	162	164	170	160.8	80. 75
13	165	159	147	153	151	155. 0	7.071
14	164	166	164	170	164	165. 6	2.608
15	162	158	154	168	172	162.8	7. 294
16	158	162	156	164	152	158. 4	4. 775
17	151	158	154	181	168	162. 4	12. 219
18	166	166	172	164	162	166. 0	3. 743
19	170	170	166	160	160	165. 2	5. 020
20	168	160	162	154	160	160.8	5. 020
21	162	164	165	169	153	162. 6	5. 941
22	166	160	170	172	158	165. 2	6. 099
23	172	164	159	165	160	164. 0	5. 148
24	174	164	166	157	162	164.6	6. 229
25	151	160	164	158	170	160.6	7. 057

步骤 2:计算各子组的平均值 \overline{X} 和标准差 Si。

各子组的平均值与表 4.5-4 相同,而标准差需要利用有关公式计算,例如,第一子组的标准差为:

$$S1 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{5} (X_{1j} - \overline{X}1)^{2}}{5 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(154 - 164)^{2} + (174 - 164)^{2} + (164 - 164)^{2} + (166 - 164)^{2} + (162 - 164)^{2}}{5 - 1}}$$

$$= 7.211$$

其余参见表 4.5-5 中的标准差栏。

步骤 3:计算所有观测值的总平均值 \overline{X} 和平均标准差 \overline{S} 。得到 \overline{X} =163. 256 \overline{S} =5. 644 步骤 4:计算 s 图的控制限,绘制控制图。

先计算 s 图的控制限。从表 4.2-2 可知,当子组大小 n=5 时,B4=2.089,B3=0,代人 s 图公式,得到:

UCLs=B4 \overline{S} =2.089×5 644=11.790

 $CLs = \overline{S} = 5.644$

 $LCL_S=B3\overline{S}=-$

相应的 s 控制图见图 4.5-3。

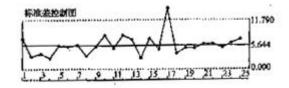


图 4.5-3 表 4.5-5 中 25 个子组的标准差控制性

可见,图在第 17 点超出了上控制限,应查找异常的原因,采取措施加以纠正。为了简单起见,我们将第 17 子组剔除掉。利用剩下的 24 个子组来重新计算 \overline{X} -s 控制图的控制限。得到:

$$\overline{X}$$
 =163, 292, \overline{S} =5, 370

B4=2.089, B3=0, 代入 s 图的控制限公式, 得到:

UCLs=B4 \overline{S} =2. 089×5. 370=11. 218

 $CLs = \overline{S} = 5.370$

 $LCL_S=B3\overline{S}=-$

参见图 4.5-4 的标准差控制图。可见,标准差 s 控制图不存在变差可查明原因的八种模式,那么,可以利用 \overline{S} 来建立 \overline{X} 图。由于子组大小 n=5,从表 4.5-5 知,A3=1.427,将 $\overline{\overline{X}}$ =163.292, \overline{S} =5.370 代人 \overline{X} 图的控制限公式,得到:

 $UCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + 43\overline{S} = 163.292 + 1.427 \times 5.370 \approx 170.955$

$$CL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} = 163.292$$

$$LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{X}}$$
 -A3 \overline{S}

=163. 292-1. 427×5. 370≈155. 629 相应的均值控制图见图 4. 5-4。

由图 4.5-4 的均值控制图可知,第 13 组 \overline{X} 值为 155.00 小于 $UCL_{\overline{X}}$,故过程 的均值失控。调查其原因发现是夹具松 动造成的,已经很快进行了纠正,在采 集第 14 个子组的数据时,该问题已获解 决。故可以去掉第 13 子组的数据,重新

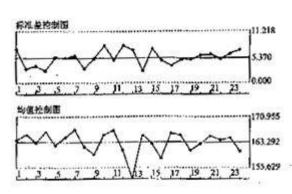


图 4.5-4 胸除第 17 子组后得到的 X - x 控制图

计算 R 图与 \overline{X} 图的参数。此时, \overline{X} =163.652, \overline{S} =5.265 代入 R 图与 \overline{S} 图的控制限公式,得到:

s 图:

UCLS=B4 \overline{S} =2. 089 × 5. 265=10. 999

 $CLs = \overline{S} = 5.265$

 $LCL_S=B3\overline{S}=-$

参见图 4.5-5 的标准差控制图。可见,标准差 s 控制图不存在变差可查明原因的八种模式,那么,可以利用 \overline{S} 来建立 \overline{X} 图。由于子组大小 n=5,从表 4.5-5 知,A3=1.427,将 $\overline{\overline{X}}$ =163.652, \overline{S} =5.265 代入 \overline{X} 图的控制限公式,得到:

$$UCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + 43\overline{S} = 163.652 + 1.427 \times 5.265 \approx 171.165$$

$$CL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} = 163.652$$

 $LCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} - A3 \overline{S} = 163.652 - 1.427 \times 5.265 \approx 156.139$

参见图 4.5-5 的均值控制图。

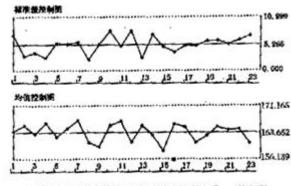


图 4.5-5 再去掉第 13 个子组后得到的 第一 2 控制图

由图 4.5-5 的均值控制图可知,没有出现变差可查明原因的八种模式。即标准差控制图和均值控制图都没有出现可查明原因的八种模式,说明装配作业中螺栓扭矩的生产过程处于统计控制状态。

步骤 5: 与容差限比较, 计算过程能力指数。

已知手表螺栓扭矩的容差限为:TL=140,Tu=180。利用得到的统计控制状态下的 $\overline{\overline{X}}$ =163.652, $\overline{\overline{S}}$ =5.265 来计算过程能力指数:

$$\widehat{\sigma} = \frac{\overline{S}}{c4} = \frac{5.265}{0.940} = 5.601$$

$$Cp = \frac{TU - TL}{6\sigma} = \frac{180 - 140}{6 \times 5.601} = 1.19$$

由于 $\overline{\overline{X}}$ =163. 652 与容差中心 M=(TU+TL)/2=160 不重合,所以,有必要计算有偏移的过程能力指数,

$$K = \frac{|M - \widehat{\mu}|}{T/2} = \frac{|160 - 163.652|}{(180 - 140)/2} = 0.18$$

 $CpK = (1-K)Cp = (1-0.18) \times 1.19 = 0.9758$

可见,统计控制状态下的过程能力指数为 1.19,大于 1,但是,由于存在分布中心与容差中心的偏移,故有偏移的过程能力指数不足 1。因此,应该根据对手表螺栓扭矩的质量要求,确定当前的统计控制状态是否满足设计的、工艺的、顾客的要求,决定是否以及何时对过程进行调整。若需进行调整,那么调整后,应重新收集数据,绘制 \overline{X} -s 控制图。

由于 \overline{X} -R控制图以平均极差 \overline{R} 为 σ 的估计值, \overline{X} -s 控制图以平均子组标准差 \overline{S} 为 σ 的估计值,所以,运用 \overline{X} -R 控制图与运用 \overline{X} -s 控制图分析同一个问题,得到的过程能力指数一般略有不同。因为子组极差 R 只利用了子组中的最大值和最小值的信息,而子组标准差 s 充分利用了子组中所有的信息,所以,当 \overline{X} -R 控制图与 \overline{X} -s 控制图的分析结果不同时,尽管 R 图计算上比 s 图简单,但仍建议以 \overline{X} -s 控制图的结果为准。

步骤 6: 延长统计控制状态下的 \overline{X} -s 控制图的控制限,进入控制用控制图阶段,实现对过程的日常控制。

五、X-Rs 图

[例 4.5-3]表 4.5-6 给出了连续 10 批脱脂奶粉的样本"水分含量百分比"的实验室分析结果。将一个样本的奶粉作为一批的代表,在实验室对其成分特性进行分析测试,如脂肪、水分、酸度、溶解指数、沉积物、细菌、以及乳清蛋白。希望将该过程的产品水分含量控制在 4%以下。由于发现单批内的抽样变差可以忽略,因此决定对每批只抽取一个观测值,并以连续各批的移动极差作为设置控制限的基础。

表 4.5-6

连续 10 个脱脂奶粉样本的水分含量百分比

批号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X: 水分含量	2.9	3. 2	3.6	4.3	3.8	3. 5	3.0	3. 1	3.6	3.5
Rs: 移动极差		0.3	0.4	0.7	0.5	0.3	0.5	0.1	0.5	0.1

 $\overline{X} = 3.45\%$ $\overline{R} = 0.38\%$

移动极差(R)控制图:

 $CL_{Rs} = \overline{R} \text{ s} = 0.38$

 $UCL_{Rs} = D4 \overline{R} = 3.267 \times 0.38 = 1.24$

 $LCL_{Rs}=D3\overline{R}=0\times0.38$ (因为n小于7,故不标出LCL)

系数 D3 和 D4 的值由表 4.2-2 中按 n=2 行查得,由于该移动极差图已呈现出统计控制状态,于是可进行单值控制图的绘制。

单值 X 控制图:

 $CL = \overline{X} = 3.45$

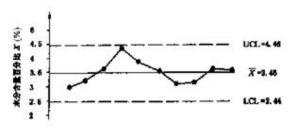
UCL= \overline{X} +E2 \overline{R} =3. 45+(2. 66×0. 38)=4. 46

LCL= \overline{X} -E2 \overline{R} =3, 45-(2, 66×0, 38)=2, 44

系数 E2 的值由表 4.2-2 中 n=2 时的 A3 给出。控制图绘制于图 4.5-6 中。该控制图表明过程处于统计控制状态。

七、Me-R 图

〔例 4.5-4〕某机器生产电子盘片。规定的厚度为 0.007~0.016cm。每隔半小时抽取样本量为 5 的样本(子组),记录其中心厚度(cm),如表 4.5-7 所示。拟建立一个中位数图以达到控制质量的目的。中位数值和极差值也一并在表 4.5-7 中给出。



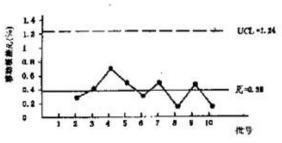


图 4.5-6 表 4.5-6 数据的单值 X 控制图

子组号 i			厚度			中位数 Mei	极差 Ri
1组与1	X1	X2	Х3	X4	Х5	下位数 Me1	恢左 KI
1	14	8	12	12	8	12	6
2	11	10	13	8	10	10	5
3	11	12	16	14	9	12	7
4	16	12	17	15	13	15	5
5	15	12	14	10	7	12	8
6	13	8	15	15	8	13	7
7	14	12	13	10	16	13	6
8	11	10	8	16	10	10	8
9	14	10	12	9	7	10	7
10	12	10	12	14	10	12	4
11	10	12	8	10	12	10	4
12	10	10	8	8	10	10	2
13	8	12	10	8	10	10	4
14	13	8	11	14	12	12	6
15	7	8	14	13	11	11	7

表 4.5-7 云母盘片厚度的控制数据单位:0.001cm

子组的中位数平均值和极差平均值计算如下:

$$\overline{Me}$$
=子组中位数平均值= $\frac{12+10+12+...+11}{13}$ =11.47

$$\overline{R}$$
 =平均极差= $\frac{6+5+7+...+7}{15}$ = 5.73

极差图计算如下:

R 图:

 $CL_R = \overline{R} = 5.73$

 $UCL_R=D4 \overline{R} = 2.114 \times 5.73 = 12.11$

 $LCL_R=D3\overline{R}=0\times5.73$ (由于n小于7,故不标出LCL)

系数 D3 和 D4 的值可由表 4.2-2 中 n=5 行查得。由于该极差图已呈现出统计控制状态,于是能按此求出中位数控制图的控制线。

中位数控制图:

 $CL_{Me} = \overline{M}e = 11.47$

 $UCL_{Me} = \overline{M}e + A4\overline{R}$

 $=11.47+(0.69\times5.73)=15.42$

 $LCL_{Mo} = \overline{M}e - A4 \overline{R}$

 $=11.47-(0.69\times5.73)=7.52$

系数 A4=m3 A2, 其值由表 4.2-2 中 n=5 行 查得,中位数图如图 4.5-7 所示。从图中显然 可见,该过程呈现了统计控制状态。

八、p图

(1)p 图是控制过程的不合格品率 p 的控制图。P 图的统计基础是二项分布。

若过程的参数 P 未知,则需对其估计。由 第一章知:

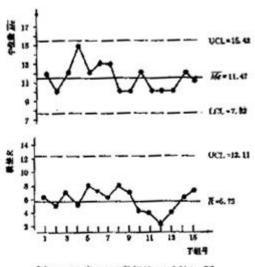


图 4.5-7 表 4.5-7 数据的 Me 图与 R 图

$$\hat{P} \approx \overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{m} di}{\sum_{i=1}^{m} ni}$$
(4. 5-3)

式中 m 是子组数,ni 是第 i 个子组的大小,di 为第 i 个样本的不合格品数, \hat{P} 为 P 的估计值, \overline{P} 为样本不合格品率的平均值。

于是 p 控制图的控制线为:

$$\label{eq:UCLp} \begin{split} &\text{UCLp=}\,\overline{P} + 3\,\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{ni}} \\ &\text{CLp=}\,\overline{P} \\ &\text{LCLp=}\,\overline{P} - 3\,\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{ni}} \end{split}$$

(2) 关于 ni 的两点说明

①公式(4.5-3)中,若每个子组大小 ni 都相等,将其记为 n,若 p0(给定标准值)或 \overline{P} (未给定标准值)很小,则要选样本量充分大,使得每个子组平均有一个不合格品,通常取

$$\frac{1}{p0} \langle \mathbf{n} \langle \frac{5}{p0} \quad \vec{\mathbf{x}} \frac{1}{\overline{p}} \langle \mathbf{n} \langle \frac{5}{\overline{p}}$$
 (4. 5-5)

②公式(4.5-4)中, 若 ni 不全相等,则 p 控制图的 LCLp 和 UCLp 是凹凸状,对此 GB/T4091—2001 给出两种解决方法。

方法 1 如果 ni 变化不大,则采用单一的等于平均子组大小的一组控制线。实际上,当 ni 变化在其目标值 25%以内,可采用该方法。

方法 2 当 ni 变化较大时,可采用标准化变量的方法。例如不点绘 p 值,而改为点绘标准化 Zi 值,当给定标准值 p0 时:

Zi=
$$\frac{p-p0}{\sqrt{p0(1-p0)/ni}}$$
 (4.5-6)

而当未给定标准值时:

$$Zi = \frac{p - \overline{p}}{\sqrt{\overline{p}(1 - \overline{p})/ni}}$$
 (4.5-7)

这样,中心线和控制线与 ni 无关,即:

[例 4.5-5]在一个生产收音机晶体管的制造公司,决定建立不合格品率 p 图。已经收集和分析了 1 个月的数据。每天生产结束后,在当天的产品中随机抽取一个样本,并检验其不合格品数。数据 如表 4.5-8 所示。

表 4.5-8	收音机晶体管的 p	夂	(初始数据)
1X 4. U U	1X H 7/11H PP H H J P	131	\ \\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\

子组号	检验数	不合格品数	不合格品率	UCL	LCL
1	158	11	0. 070	0. 117	0. 003
2	140	11	0. 079	0. 210	0. 000
3	140	8	0. 057	0. 120	0. 000
4	155	6	0. 039	0. 177	0. 003
5	160	4	0. 025	0. 116	0. 004
6	144	7	0. 049	0. 119	0. 001
7	139	10	0. 072	0. 120	0. 000
8	151	11	0. 073	0. 118	0. 002
9	163	9	0. 055	0. 116	0. 004
10	148	5	0. 034	0. 119	0. 001
11	150	2	0. 013	0. 118	0. 002
12	153	7	0. 046	0. 118	0. 002
13	149	7	0. 047	0. 118	0. 002
14	145	8	0. 055	0. 119	0. 001
15	160	6	0. 038	0. 116	0. 004
16	165	15	0. 091	0. 115	0. 005
17	136	18	0. 132	0. 121	0. 000
18	153	10	0. 065	0. 118	0. 002
19	150	9	0.060	0. 118	0. 002
20	148	5	0. 034	0. 119	0. 001
21	135	0	0. 000	0. 121	0. 000
22	165	12	0. 073	0. 115	0. 005
23	143	10	0. 070	0. 120	0. 000
24	138	8	0. 058	0. 121	0. 000
25	144	14	0. 097	0. 119	0. 001
26	161	20	0. 124	0. 116	0. 004
总计	3893	233			

表 4.5-8 给出了每个子组的不合格品率。月平均不合格品率计算如下:

$$\overline{P} = \frac{\text{不合格品总数}}{\text{被检产品总数}} = \frac{233}{3893} = 0.060$$

由于子组大小各不相同,故对每个子组根据下式分别计算其 UCL 和 LCL:

$$\frac{p-\overline{p}}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})/n}i}$$

式中:ni 为子组大小。

表 4.5-8 也给出了这些数值。可以看出,为每个子组标绘其 UCL 和 LCL 是相当耗时的工作。但是,从表 4.5-8 中能观察到,子组号 17 和 26 的不合格品率已超出了相应的上控制限。应当将这两个子组从数据中剔除,并及时查找导致这两组数据值偏大的原因,以便采取纠正措施防止其再次发生。此后根据保留下来的 24 个子组值计算出修正后的平均不合格品率:

$$\overline{P} = \frac{195}{3596} = 0.054$$

利用修正后的 \overline{P} 值,计算每个子组的修正后的UCL和LCL值,于是可以发现,所有的不合格品率都位于其相应的控制限以内。因此,修正后的 \overline{P} 值就可作为建立控制图的标准不合格品率。即 p0=0.054。

正如上面所提及的,对子组大小各异的每个子组标绘其上、下控制限的是费时而枯燥的过程。但是,由于各子组大小对平均子组大小的偏离并非很大,而平均子组大小为 150,所以可以用子组大小 n=150 作为平均子组大小,来标绘修正后的 p 图 (用 p0=0.054)的上控制限。

于是,修正后的 p 图控制线计算如下:

CL=p0=0.054

UCLp=p0+3
$$\sqrt{\frac{p0(1-p0)}{ni}}$$
 =0. 054+3 $\sqrt{\frac{0.054 \times 0.946}{150}}$ =0. 109
LCLp=p0-3 $\sqrt{\frac{p0(1-p0)}{ni}}$ =0. 054-3 $\sqrt{\frac{0.054 \times 0.946}{150}}$ =----

由于 LCL 不可能为负数,故不标出。修正后的 p 图见图 4.5-8,过程处于统计控制状态。

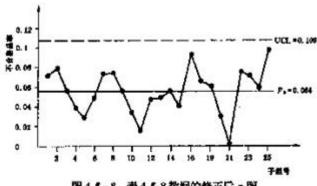


表 4.5-8 数据的帐正后 p 图

八、c图

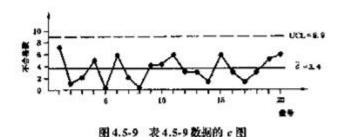
[例 4.5-6]一录像带制造商希望控制录像带中的不合格疵点数。录像带按 4000m 的长度生产, 连续对来自某个过程的 20 卷录像带(每卷长 350m)进行表面检查,得出不合格疵点数的数据。对此 生产过程的一个终端进行了研究。

为了控制该生产过程,打算用 c 图点绘不合格疵点数。表 4.5-9 给出 20 卷录像带的有关数 据,作为建立 c 图的预备数据。

表 4.5-9 录像带的预备数据

子组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	总计
不合格疵点数	7	1	2	5	0	6	2	0	4	4	6	3	3	1	6	3	1	3	5	6	68

下面计算中心线和控制限,并将结果标绘干图 4.5-9 中。



$$CL_{c} = \overline{c} = \frac{7 + 1 + ... + 6}{20} = 3.4$$

$$UCL_{c} = \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}} = 3.4 + 3\sqrt{3.4} = 8.9$$

$$LCL_{c} = \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}} = 3.4 + 3\sqrt{3.4} = ---$$

(由于下控制限不可能为负值,故不标出下控制限。)

九、u图

[例 4.5-7]在某轮胎生产厂,每半小时抽检 15 个轮胎,记录下总不合格数和单位产品不合格数。决定建立 u图(单位产品不合格数图)来研究过程的控制状态。表 4.5-10 给出了有关数据。表 4.5-10 轮胎厂的单位产品不合格数(每个子组检查的单位产品数 n=15)

表 4.5-10 轮胎厂的单位不合格数(每个子组检查的单位产品数 n=15)

I	子组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	总计
	C不合格数	4	5	3	6	2	1	5	6	2	4	7	5	2	3	55
Ī	U单位不合格数	0. 27	0.33	0. 20	0.40	0. 13	0.07	0.33	0.40	0.13	0.27	0.47	0.33	0.13	0.20	

根据表 4.5-10, 按以下方式计算 u 值的平均值。

用总不合格数(表 4.5-10 中 c 值行)除以被检产品总数(如 14×15):

$$\overline{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{55}{14 \times 15} = 0.26$$

 $CL_u = \overline{u} = 0.26$

$$UCL_u = \overline{u} + 3\sqrt{\overline{u}/n} = 0.26 + 3\sqrt{0.26/15} = 8.9$$

$$LCL_u = \overline{u} - 3\sqrt{\overline{u}/n} = 0.26 + 3\sqrt{0.26/15} = ---$$

(由于下控制限不可能为负数,故不标出下控制限。)

图 4.5-10 中标绘出了数据点和控制线。此控制图表明过程处于统计控制状态。

注意,由于子组大小为常数,故这里也可采用 c 图代替 u 图。

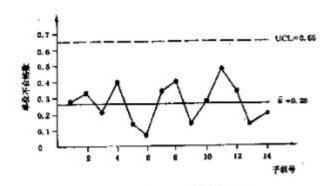


图 4.5-10 表 4.5-10 数据的 u 图

习题及答案

一、单项选择题

- 1. 控制图的主要用来()。
- A. 识别异常法动 B. 判断不合格品 C. 消除质量变异 D. 减少质量变异
- 2. 在啤酒厂检测啤酒的酒精含量,应采用()。
- A. p 控制图 B. np 控制图
- C.c 控制图 D.X-Rs 控制图
- 3. 若对检验费用高的产品进行控制,最宜选取的控制图为()。
- A. \overline{X} -R 控制图 B. X-Rs 控制图
- C. p 控制图 D. c 控制图
- 4. 某厂加工手表齿轮轴,为控制其直径,应采用()。
- A. 不合格品率 p 控制图 B. 均值-极差 \overline{X} -R 控制图
- C. 不合格数 c 控制图 D. 不合格品数 np 控制图

- 5. 在控制图的应用中,由于界内点排列不随机导致的判异使()。
- A. α 不变, β 减小 B. α 增大, β 减小 C. α 减小, β 减小 D. 减小, β 增大
- 6. 过程性能指数()进行计划。
- A. 要求在没有偶然因素下 B. 要求在未出现重大故障状态下
- C. 要求必须在稳态条件下 D. 不要求在稳态条件下
- 7. 当产品质量特性值分布的均值与公差中心不重合时()。
- A. 不合格品率增大,过程能力指数不变 B. 不合格品率增大,过程能力指数增大
- C. 不合格品率增大,过程能力指数减小 D. 不合格品率不变,过程能力指数减小
- 8. 移动极差是()。
- A. 连续两个数据的较大都 B. 连续两个数据的较小者
- C. 连续两个数据的差 D. 连续两个数据差的绝对值
- 9. 对于同一过程而言,通常长期标准差的估计值()短期标准差的估计值。
- A. 大于 B. 小于 C. 等于 D. 不大于
- 10. 过程改进策略包括判稳和()两个环节
- A. 计算过程能力指数 B. 计算过程性能指数
- C. 评价过程能力 D. 评价过程性能
- 二、多项选择题
- 11. 质量因素引起的波动分为偶然波动和异常波动,下述说法中正确的是()。
- A. 偶然波动可以避免 B. 偶然波动不可以避免
- C. 采取措施不可以消除异常波动 D. 采取措施可以消除异常波动
- 12. 在()情况下,控制图需重新制定。
- A. 点子出界 B. 环境改变
- C. 改变工艺参数或采用新工艺 D. 人员和设备变动
- E. 更换原材料、零部件或更换供应商
- 13. 关于常规控制图要求总体特性值服从的分布,以下正确的是()。
- A. 计点值控制图总体特性值服从泊松分布
- B. 计件值控制图总体特性值服从二项分布
- C. 计数值控制图总体特性值服从正态分布
- D. 计量值控制图总体特性值服从正态分布
- 14. 常规计数控制图包括()。
- A. np 控制图 B. p 控制图 C. LR 控制图
- D. c 控制图 E. u 控制图
- 15. 如果所控制对象只有合格品与不合格品两种结果,则可以采用()。
- A. X 控制图 B. np 控制图 C. R 控制图 D. p 控制图
- 16. 对双侧规范情况下过程能力指数公式 $C=T/6 \sigma$ 的正确理解是()。
- A. 必须在稳态下估计 σ B. σ反映过程加工质量
- C. T 由操作人员改变 D. σ越小越好
- E. 不合格品数 np 控制图
- 17. 下述控制图采用一张控制图的是()。
- A. 计点值控制图 B. 计件值控制图 C. 计量值控制图 D. 稳态下的控制图
- 18. 关于 \overline{X} -R 图的优点,以下说法正确的是()。
- A. \overline{X} 图适用范围广 B. R 图适用范围广 C. X 图灵敏度高 D. E 图灵敏度高
- 19. 由偶然原因造成的质量变异()。
- A. 由 TQC 小组决策如何改善 B. 改善成本高
- C. 可以通过分析过程能力发现 D. 只是偶然出现 E. 称为局部问题
- 三、综合分析题
- 20. 设电阻规范下限为 95Ω , 规范上限为 105Ω 。

- (1)一批电阻阻值取自正态总体N(100, 2^2),记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的累积分布函数,则合格品率为()。
 - A. $\Phi(2.5) \Phi(2.5)$ B. $\Phi(2.5) + \Phi(2.5)$
 - C. 2Φ (2. 5) D. 2Φ (2. 5) -1
 - (2)过程能力指数为()。
 - A. 3/5 B. 5/6 C. 6/5 D. 5/3
- (3)现设电阻规范上、下限不变,另一批电阻阻值取自正态总体 N(101,12),则过程能力指数 Cpk 为()。
 - A. 2/3 B. 1 C. 4/3 D. 2
 - 4. 在此状态下说明技术管理能力()。
 - A. 过高 B. 很好 C. 较勉强 D. 很差
 - 四、答案
 - 1. A 提示: 控制图的作用在于识别异常波动
 - 2. D 提示: 啤酒厂检验啤酒的酒精含量, 属于在常委会体流程式工艺线上检验
 - 3. B 提示: X-Rs 图的适用范围包括检验费用高的产品
 - 4. B 提示: 手表齿轮直径是计量值数据,排除 p 图、c 图和 np 图后选 B
 - 5. A 提示: 控制图在 3σ 原则下 α =0. 0027 很小,导致 β 较大,在 α 不变的情况下减小 β 是将界内点排列不随机列为异常链的目的
 - 6. D 提示: Pp 不要求过程在稳态下进行计算是它的显著特点
 - 7. C 提示: $\mu ≠ T_M$ 。不合格品率增大(图 4. 4-3),需要以Cpk代替Cp, 由公式 4. 4-6, 过程能力指数减小
 - 8. D 提示: 移动极差既然属于极差, 就必然是非负数, 只有 D 肯定是非负数
 - 9. A 提示: 过程长期标准差的估计值是在系统不一定处于稳态下求得的,所以通常它大于过程 在稳态下求得的短期标准差估计值
 - 10. C 提示: 根据图 4.4-4。注意"计算"与"评价"含义不同
 - 11. BD 提示: 根据控制图原理的第二种解释
 - 12. BCDE 提示: 根据 5M1E 的内容
 - 13. ABD 提示: 依表 4. 2-1
 - 14. ABDE 提示: 计数值控制图包括计件值控制图和计点值控制图见表 4.2-1
 - 15. BD 提示: 控制对象属于计件类型
 - 16. AB 提示: Cp 的前提是稳态, σ表示过程离散程度,反映了产品加工质量,所以选 AB。T 是已确定的技术标准,不能由操作人员改变,所以否定 C, σ越小,过程能力指数越大,当大到一定程度,未必在经济上可行,所以否定 D
 - 17. AB 提示: 计点值控制图和计件值控制图有一张图, 计量值控制图有两张图, 而"稳态下的控制图"含盖面太宽
 - 18. ABC 提示: R 图灵敏度低于 S 图, 所以否定 D
 - 19. BC 提示;依系统改进的有关知识

20. (1) AD 提示: X~N (100,
$$2^2$$
), $\frac{X-100}{2}$ ~N (0, 1) 从而 P (95 \leqslant X \leqslant 105) =P ($\frac{95-100}{2}$ \leqslant $\frac{X-100}{2}$ \leqslant $\frac{105-100}{2}$) = Φ (2. 5) - Φ (-2. 5) = 2Φ (2. 5) - 1

- (2) B 提示: T=105-95=10 σ=2, 故 Cp=T/6σ=5/6
- (3) C 提示: T=10, σ=1, 故 Cp=T/6σ=5/3, K=2ε/t=1/5 因而 Cpk= (1-K) Cp=4/3
- (4)B 提示: 参见表 4.4-1

第五章可靠性基础知识

可靠性是质量的一个重要的组成内容。可靠性技术是提高产品质量的一种重要手段,它本身已形成一门独立的学科。二次世界大战之后,为了迅速提高武器装备的性能,采用的新技术、新材料越来越多,特别是使用了大量的电子元器件,从而使武器装备日趋复杂,加之装备使用环境的严酷,使当时的武器装备故障频繁,在朝鲜战争中美军的军用电子装备的故障最为严重。于是美国国防部在1952年成立了电子设备可靠性咨询组(AGREE)。经过五年的研究,该组于1957年发表了《军用电子设备可靠性》的研究报告,从而确定了可靠性工程发展的方向,成为美国可靠性工程发展的奠基性文件,标志着可靠性已成为一门独立的学科。半个世纪以来,可靠性工程经历了50年代的起步阶段,60年代的发展阶段,70年代的成熟阶段和80年代的更深更广的发展阶段,以及90年代以来进入向综合化、自动化、智能化和实用化发展的阶段,使可靠性工程成为一门提高产品质量的重要的工程技术学科。可靠性工程已从电子产品可靠性发展到机械和非电子产品的可靠性;从硬件的可靠性发展到软件的可靠性,从重视可靠性统计试验发展到强调可靠性工程试验,通过环境应力筛选及可靠性强化试验来暴露产品故障,进而提高产品可靠性:从可靠性工程发展为包括维修性工程、测试性工程、保障性工程在内的可信性工程;从军事装备的可靠性发展到民用产品的可靠性。

第一节可靠性的基本概念及常用度量

一、故障(失效)及其分类

产品或产品的一部分不能或将不能完成预定功能的事件或状态称为故障。对于不可修复的产品如电子元器件和弹药等也称失效。故障的正式定义为终止即丧失完成规定的功能。在本章中,在多数场合,故障一词也可用失效代替。不过实际上,故障与失效除了使用产品的对象有所区别外,还有一个小的区别。严格地说,故障是指产品不能执行规定功能的状态,故障通常是产品本身失效后的状态,但也可能在失效前就存在。故障的表现形式,如三极管的短路或开路、灯丝的烧断等称为故障(失效)模式。引起产品故障的物理、化学或生物等变化的内在原因称为故障(失效)机理。

产品的故障分类有多种。按故障的规律可分为偶然故障和耗损故障。偶然故障是由于偶然因素引起的故障,其重复出现的风险可以忽略不计,只能通过概率统计方法来预测。耗损故障是通过事前检测或监测可预测到的故障,是由于产品的规定性能随时间增加而逐渐衰退引起的。耗损故障可以通过预防维修,防止故障的发生,延长产品的使用寿命。按故障引起的后果可分为致命性故障和非致命性故障。前者会使产品不能完成规定任务或可能导致人或物的重大损失、最终使任务失败,后者不影响任务完成,但会导致非计划的维修。按故障的统计特性又可分为独立故障和从属故障。前者是指不是由于另一个产品故障引起的故障,后者是由另一产品故障引起的故障。在评价产品可靠性时只统计独立故障。

二、可靠性

产品在规定的条件下和规定的时间内,完成规定功能的能力称为可靠性。可靠性的概率度量称 为可靠度。这里的产品指的是新版 IS09000 中定义的硬件和流程性材料等有形产品以及软件等无形 产品。它可以大到一个系统或设备,也可以小至一个零件。产品终止规定功能就称为失效,也称为 故障。产品按从发生失效后是否可以通过维修恢复到规定功能状态,可分为可修复产品和不可修复 产品。如汽车属于可修复产品,日光灯管属不可修复产品。习惯上,终止规定功能,对可修复产品 称为故障,对不可修复产品称为失效。可靠性定义中的"三个规定"是理解可靠性概念的核心。 "规定条件"包括使用时的环境条件和工作条件。产品的可靠性和它所处的条件关系极为密切,同 一产品在不同条件下工作表现出不同的可靠性水平。一辆汽车在水泥路面上行驶和在砂石路上行驶 同样里程,显然后者故障会多于前者,也就是说使用环境条件越恶劣,产品可靠性越低。"规定时 间"和产品可靠性关系也极为密切。可靠性定义中的时间是广义的,除时间外,还可以是里程、次 数等。同一辆汽车行驶1万公里时发生故障的可能性肯定比行驶1千公里时发生故障的可能性大。 也就是说,工作时间越长,可靠性越低,产品的可靠性和时间的关系呈递减函数关系。"规定的功 能"指的是产品规格书中给出的正常工作的性能指标。衡量一个产品可靠性水平时一定要给出故障 (失效)判据,比如电视机图像的清晰度低于多少线就判为故障要明确定义,否则会引起争议。因 此,在规定产品可靠性指标要求时一定要对规定条件、规定时间和规定功能给予详细具体的说明。 如果这些规定不明确,仅给出产品可靠度要求是无法验证的。

产品的可靠性可分为固有可靠性和使用可靠性。固有可靠性是产品在设计、制造中赋予的,是产品的一种固有特性,也是产品的开发者可以控制的。而使用可靠性则是产品在实际使用过程中表现出的一种性能的保持能力的特性,它除了考虑固有可靠性的影响因素之外,还要考虑产品安装、操作使用和维修保障等方面因素的影响。

产品可靠性还可分为基本可靠性和任务可靠性。基本可靠性是产品在规定条件下无故障的持续时间或概率,它反映产品对维修人力的要求。因此在评定产品基本可靠性时应统计产品的所有寿命单位和所有故障,而不局限于发生在任务期间的故障,也不局限于是否危及任务成功的故障。任务可靠性是产品在规定的任务剖面内完成规定功能的能力。评定产品任务可靠性时仅考虑在任务期间发生的影响完成任务的故障。因此要明确任务故障的判据。提高任务可靠性可采用冗余或代替工作模式,不过这将增加产品的复杂性,从而降低基本可靠性。因此设计时要在两者之间进行权衡。三、维修性

产品在规定的条件下和规定的时间内,按规定的程序和方法进行维修时,保持或恢复执行规定状态的能力称为维修性。规定条件指维修的机构和场所及相应的人员、技能与设备、设施、工具、备件、技术资料等。规定的程序和方法指的是按技术文件规定采用的维修工作类型、步骤、方法等。能否完成维修工作当然还与规定时间有关。

维修性是产品质量的一种特性,即由产品设计赋予的使其维修简便、迅速和经济的固有特性。 产品不可能无限期地可靠工作,随着使用时间的延长,总会出现故障。此时,如果能通过迅速而经济地维修恢复产品的性能,产品又能继续工作。

由于产品的可靠性与维修性密切相关,都是产品的重要设计特性,因此产品可靠性与维修性工作应从产品论证时开始,提出可靠性与维修性的要求,并在开发中开展可靠性与维修性设计、分析、试验、评定等活动,把可靠性与维修性要求落实到产品的设计中。

四、保障性

系统(装备)的设计特性和计划的保障资源满足平时和战时使用要求的能力称为保障性。保障性是装备系统的固有属性,它包括两方面含义,即与装备保障有关的设计特性和保障资源的充足和适用程度。

设计特性是指与保障有关的设计特性,如与可靠性和维修性等有关的,以及保障资源要求装备所具有的设计特性。这些设计特性可以通过设计直接影响装备的硬件和软件。如使设计的装备便于操作、检测、维修、装卸、运输、消耗品(油、水、气、弹)补给等设计特性。从保障性角度看,良好的保障设计特性是使装备具有可保障的特性或者说所设计的装备是可保障的。

保障资源并非设计特性,它是保证装备完成平时和战时使用的人力和物力。从保障性的角度 看,充足的并与装备匹配完善的保障资源说明装备是能得到保障的。

装备是有可保障的特性和能保障的特性才是具有完整保障性的装备。

上面介绍的保障性虽是指的武器装备,但对于民用产品而言保障性同样也是一个重要的质量特性。在民用产品的开发过程中同样也应使所设计开发的产品具有可保障的特性和能保障的特性,使产品在顾客的使用中操作简便. 装卸方便、出现故障有显示、故障产品能及时修复、维修有备件、消耗品有供应等,产品只有具备这种良好的保障性才能使产品的各种功能和性能得到充分的发挥,顾客才会满意。

五、软件可靠性

近30年来,随着微电子和计算机技术渗透到各个技术领域,同时,计算机在改造传统产业、实现管理和控制自动化方面也起着重要作用,绝大部分复杂系统的运行是离不开计算机的,因此,我们通常所说产品的可靠性有两个部分构成,即硬件可靠性及软件可靠性,由软件故障所造成的系统失效的事件屡见不鲜,但软件可靠性比硬件可靠笥的研究起步要晚得多,试验及分析手段也不如硬件可靠性来得成熟。目前国际电工委员会已发布了两部与软件可靠性有关的标准,它们是IEC60300-3-6《软件可信性应用指南》及IEC61713《软件生存期的软件可信性应用指南》,这两个标准可做为从事软件可靠性及相关工作的指导性文件。

六、可用性和可信性

可用性是在要求的外部资源得到保证的前提下,产品在规定的条件下和规定的时刻或时间区间内处于可执行规定功能状态的能力。它是产品可靠性、维修性和维修保障的综合反映,这里的可用

性定义是固有可用性的定义,外部资源(不包括维修资源)不影响产品的可用性。反之,使用可用性则受外部资源的影响。可用性的概率度量称为可用度。可用性通俗地说是"要用时就可用"。实际上,可靠性和维修性都是为了使顾客手中的产品随时可用。可靠性是从延长其正常工作时间来提高产品可用性,而维修性则是从缩短因维修的停机时间来提高可用性。可用性是顾客对产品质量的又一重要的需求。

可信性是一个集合性术语,用来表示可用性及其影响因素:可靠性、维修性、维修保障。可信性仅用于非定量条款中的一般描述,可信性的定性和定量具体要求是通过可用性、可靠性、维修性、维修保障的定性和定量要求表达的。

七、可靠度函数、累积故障(失效)分布函数

产品可靠度是产品在规定条件下规定时间完成规定功能的概率,描述的是产品功能随时间保持的概率,即产品可靠度是时间的函数,一般用 R(t)表示,产品的可靠度函数定义为:

$$R(t) = P(T > t)$$

式中:T--产品发生故障(失效)的时间,有时也称为寿命:

t——规定的时间。

因此,产品在规定条件下规定的时间内,不能完成规定功能的概率,也是时间的函数,一般用F(t)表示,F(t)称为累积故障分布函数,即

$$F(t)=P(T \leq t)$$

关于产品所处的状态,为了研究的方便一般假定为要么处于正常工作状态,要么处于故障状态产品发生故障和不发生故障是两个对立的事件,因此

$$R(t) + F(t) = 1$$

累积故障分布函数和可靠度函数可以通过大量产品的试验进行估计。设有 100 个产品作寿命试验,试验发生的故障数随时间的变化统计见表 5.1-1。将试验数据作成直方图,可得图 5.1-1。假设将测试产品数逐渐增加,时间间隔逐渐缩短并趋于 0,即可得到一条光滑的曲线,这条曲线即为累积故障分布函数 F(t)。

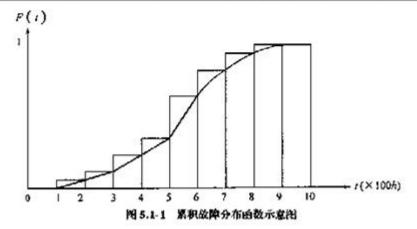
故障密度函数 f(t) 是累积故障分布函数的导数。它表示在 t 时刻后的一个单位时间内产品故障的概率,即

f(t) =
$$\frac{dF(t)}{dt}$$
 $\overrightarrow{\mathbb{D}}F(t) = \int_0^t f(u)du$ $\overrightarrow{\mathbb{D}}R(t) = \int_t^\infty f(u)du$

表 5.1-1

试验故障统计表

时间 (小吋)	故障数 (个)	家組故障数 (个)	时间 (小时)	故障数 (个)	果到故障数(个)
0100	0	0	100600	6	10
100-200	1	1	600700	3	13
200-300	1	2	700-800	2	15
300 400	1	3	800 900	0	16
400-500	1	4	9001000	U	16



因此,累积故障分布函数 F(t),可靠度函数 R(t)和故障密度函数 f(t)三者之间的关系如图 5.1-2。产品的累积故障分布完全可以通过大量的样品的试验获得。一旦知道了分布规律就可以应 用概率统计理论来研究产品可靠性。产品的累积故障分布可以是指数分布、威布尔分布或对数正态分布等,但最简单的分布是指数分布。

理论上可以证明:一个由若干组成部分构成的产品,不论组成部分故障是什么分布,只要出故障后即予维修,修后如新,则较长时间后,产品的故障分布就渐近于指数分布。

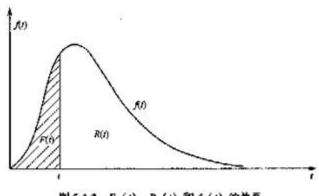


图 5.1-2 F(t). R(t) 和 f(t) 的关系

八、可靠性与维修性的常用度量

(一) 可靠度

产品在规定的条件下和规定的时间内,完成规定功能的概率称为可靠度,一般用 R(t)表示。 若产品的总数为 N0,工作到 t 时刻产品发生的故障数为 r(t),则产品在 t 时刻的可靠度的观测值为:

R (t) =
$$\frac{N_0 - r(t)}{N_0}$$
 (5.1-1)

[例 5. 1–1]设 t=0 时,投入工作的 10000 只灯泡,以天作为度量时间的单位,当 t=365 天时,发现有 300 只灯泡坏了,求一年时的工作可靠度。

解:已知 N0=10000, r(t)=300, 故:

R (365) =
$$\frac{10000 - 300}{10000} = 0.97$$

(二)故障(失效)率

工作到某时刻尚未发生故障(失效)的产品,在该时刻后单位时间内发生故障(失效)的概率,称之为产品的故障(失效)率,也称瞬时故障(失效)率。故障率一般用λ(t)表示。

一般情况下, λ(t)可用下式进行计算:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta r(t)}{N_c(t)\Delta t} \tag{5.1-2}$$

式中: $\Delta r(t)$ ——t 时刻后, Δt 时间内的发生故障的产品数;

 Δ t——所取时间间隔:

Ns(t)——在 t 时刻没有发生故障的产品数。

对于低故障的元器件常以 10-9/h 为故障率的单位, 称之为菲特(Fit)。

当产品的故障服从指数分布时,故障率为常数,此时可靠度为:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$
 (5. 1-3)

(例 5.2-2]在[例 5.2 1]中,若一年后又有1只灯泡坏了,求故障率是多少?

解:已知 Δ t=1, Δ r(t)=1, NR(t)=9700

$$\lambda(t) = \frac{1}{9700 \times 1} = \frac{1}{9700} \approx 0.000103/$$

(三)平均失效(故障)前时间(MTTF)

设 N0 个不可修复的产品在同样条件下进行试验,测得其全部失效时间为 t1, t2, …tN0。其平均失效前时间(MTTF)为:

$$MTTF = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i$$
 (5. 1-4)

由于对不可修复的产品,失效时间即是产品的寿命,故 MTTF 也即为平均寿命。当产品的寿命服从指数分布时,

$$MTTF = \int_0^\infty e^{-\lambda t} = \frac{1}{\lambda}$$
 (5. 1-5)

[**例 5.1-3**] 设有 5 个不可修复产品进行寿命试验,它们发生失效的时间分别是 1000h, 1500h, 2000h, 2300h,问该产品的 MTTF 观测值?

解:MTTF=(1000+1500+2000+2200+2300)/5=9500/5=1800h

(四)平均故障间隔时间(MTBF)

一个可修复产品在使用过程中发生了 NO 次故障,每次故障修复后又重新投入使用,测得其每次工作持续时间为 t1, t2, ···tN0, 其平均故障间隔时间 MTBF 为:

MTBF=
$$\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i = \frac{T}{N_0}$$
 (5. 1-6)

其中, T 为产品总的工作时间。

对于完全修复的产品,因修复后的状态与新产品一样,一个产品发生了 NO 次故障相当于 NO 个新产品工作到首次故障。因此:

$$MTBF = MTTF = \int_0^\infty R(t)dt \qquad (5. 1-7)$$

当产品的寿命服从指数分布时,产品的故障率为常数 λ ,则MTBF=MTTF= $1/\lambda$ 。

[**例 5. 2-4**]设有一电子产品工作 1 万小时,共发生故障 5 次,问该产品的 MTBF 的观测值?解:MTBF=10000/5=2000h

(五)贮存寿命

产品在规定条件下贮存时,仍能满足规定质量要求的时间长度称为贮存寿命。

产品出厂后,不工作,在规定的条件下贮存,产品也有一个非工作状态的偶然故障率,非工作的偶然故障率一般比工作故障率小得多,但贮存产品的可靠性也是在不断下降的。因此,贮存寿命是产品贮存可靠性的一种度量。

(六)平均修复时间(MTTR)

在规定的条件下和规定的时间内,产品在任一规定的维修级别上,修复性维修总时间与在该级 别上被修复产品的故障总数之比。

简单地说就是排除故障所需实际直接维修时间的平均值,(这里不包括维修保障的延误时间,例如等待备件等)。其观测值是修复时间 t 的总和与修复次数之比:

$$MTTR = \sum t i/n \qquad (5.1-8)$$

式中:ti---第 i 次修复时间;

n---修复次数。

九、浴盆曲线

大多数产品的故障率随时间的变化曲线形似浴盆,如图 5.2-1 所示,故将故障率曲线称为浴盆曲线。产品故障机理虽然不同,但产品的故障率随时间的变化大致可以分为三个阶段;

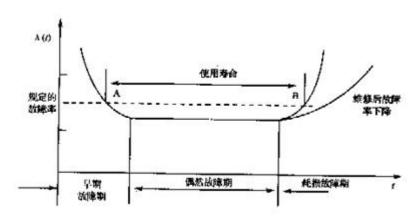


图 5.1-3 产品典型的故障率曲线

(一) 早期故障期

在产品投入使用的初期,产品的故障率较高,且具有迅速下降的特征。

这一阶段产品的故障主要是设计与制造中的缺陷,如设计不当、材料缺陷、加工缺陷、安装调整不当等,产品投入使用后很容易较快暴露出来。可以通过加强质量管理及采用筛选等办法来减少甚至消灭早期故障。

(二)偶然故障期

在产品投入使用一段时间后,产品的故障率可降到一个较低的水平,且基本处于平稳状态,可以近似认为故障率为常数,这一阶段就是偶然故障期。在这个时期产品的故障主要是由偶然因素引起的,偶然故障阶段是产品的主要工作期间。

(三)耗损故障期

在产品投入使用相当长的时间后,产品就会进入耗损故障期,其特点是产品的故障率迅速上升,很快出现产品故障大量增加直至最后报废。这一阶段产品的故障主要是由老化、疲劳、磨损、腐蚀等耗损性因素引起的。通过对产品试验数据分析,可以确定耗损阶段的起始点,在耗损起始点到来之前停止使用,对耗损的零件、部件予于维修、更换,可以降低产品的故障率,延长产品的使用寿命。从图 5.1-3 还可看出,产品的使用寿命与产品规定条件和规定的可接受的故障率有关。规定的允许故障率高,产品的使用寿命就长,反之,使用寿命就短。

另外,并非所有产品的故障率曲线都可以分出明显的三个阶段。高质量等级的电子产品其故障率曲线在其寿命期内基本是一条平稳的直线。而质量低劣的产品可能存在大量的早期故障或很快进入耗损故障阶段。

十、可靠性与产品质量的关系

产品质量是产品的一组固有特性满足顾客和其他相关方要求的能力。顾客购买产品时对产品一组固有特性的要求是多方面的,其中包括性能特性、专门特性、及时性、适应性等。性能特性用性能指标表示,如发动机的输出功率,电视机的屏幕尺寸等,它可以通过各种测量仪器及设备对性能的每一个参数逐一进行直接测试,顾客很容易就能对产品是否合格做出评价,也能对不同品牌的同类产品进行性能对比,从而判断出不同品牌产品的优劣。及时性指的是产品的开发和供应者能否及时提供给顾客需要的产品,也就是产品的交货期,这也是顾客能直观地做出决策的。同样,产品适应性也是顾客可以直观得出结论的。在质量特性中惟独专门特性是顾客最关心,但也是顾客难于直观判断的。所谓专门特性包括可靠性、维修性和保障性等。可靠性与性能的最大区别是:性能是确定性的概念,"看得见,测得到",而产品可靠性是不确定性概念,事先"看不见","测不到",产品出不出故障是偶然或随机的,无法通过仪器设备测一下就能知道。对某一具体产品在没

有使用到寿命终了或出故障之前,它的真实寿命或可靠性是不知道的,只有通过同品牌产品进行大 量试验和使用,经统计分析和评估才能获得该品牌产品的可靠性。总之,产品可靠性是产品性能随 时间的保持能力,换句话说,要长时间的保持性能就是不要出故障,不出故障或出了故障能很快维 修好是产品很重要的质量特性。要使产品高可靠、好维修就要在产品开发中开展可靠性、维修性设 计、试验与管理工作。这也是质量专业技术人员为什么必须熟悉可靠性基础知识的重要原因。

第二节基本的可靠性设计与分析技术

一、可靠性设计基本内容

产品的可靠性是设计出来的,生产出来的,也是管理出来的。产品开发者的可靠性设计水平对 产品固有的可靠性影响是重大的,因此可靠性设计与分析在产品开发过程中具有很重要的地位。可 靠性设计的主要技术有:

- (1)规定定性定量的可靠性要求。有了可靠性指标,开展可靠性设计才有目标,也才有开展可 靠性工作的动力:有了可靠性指标也才能对开发的产品可靠性进行考核,以避免产品在顾客使用中 因故障频繁而使开发商和顾客利益受到损失。最常用的可靠性指标是平均故障间隔时间,即 MTBF。其次是使用寿命,本书不展开论述。
- (2) 建立可靠性模型。用于预计或估计产品可靠性的一种模型叫可靠性模型。建立产品系统 级、分系统级或设备级的可靠性模型,可用于定量分配、估计和评价产品的可靠性。

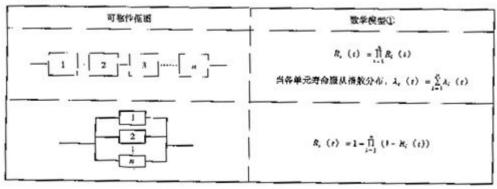
可靠性模型包括可靠性方框图和可靠性数学模型。

产品典型的可靠性模型有串联模型和并联模型。串联模型是指组成产品的所有单元中任一单元 发生故障都会导致整个产品故障的模型。并联模型是指组成产品所有单元同时工作时,只要有一个 单元不发生故障,产品就不会发生故障,亦称工作贮备模型。

对于复杂产品的一个或多个功能模式,用方框表示的各组成部分的故障或它们的组合如何导致 产品故障的框图叫可靠性框图。串、并联模型的可靠性框图和数学模型见表 5.2-1。

①式中 Ri(t)与 $\lambda i(t)$ ——第 i 单元的可靠度与故障率; Rs(t)与 $\lambda s(t)$ ——产品的可靠度、故障率。

表 5.2-1



产品的可靠性框图表示产品中各单元之间的功能逻辑关系,产品原理图表示产品各单元的物理 关系,两者不能混淆。例如某振荡器电路由电感和电容组成,从原理图上看两者是并联关系,但从 可靠性关系看两者只要其中一个发生故障,振荡器都不能工作,因此是串联模型。

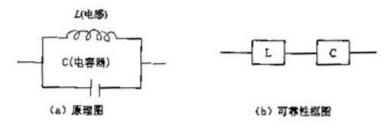


图 5.2-1 探祷电路原理图与可靠性程图

(例 5. 2-1]已知图 5. 3-1 中电感和电容的故障率 λ L= λ C=10⁻⁸/h,求振荡器的MTBF。解: λ S= λ L+ λ C=2 \times 10⁻⁸/h

MTBFs=
$$\frac{1}{\lambda s} = \frac{1}{2 \times 10^{-8}} = 5 \times 10^{7} h$$

(例 5.2-2)假设一个产品是由 10 个部件组成,若每一个部件工作 10000 小时的可靠度都为 0.9,求产品工作 10000 小时的可靠度。

Rs=
$$\prod_{i=1}^{10} Ri(t)$$

R(10000) = $\prod_{i=1}^{10} Ri(10000)$ =0. 9¹⁰=0. 348

由〔例 5. 2-2〕可以看出,组成串联系统的单元越多,产品的可靠度越低。因此,提高产品可靠性的一个重要途径是在满足性能要求前提下尽量简化设计,产品越简单越可靠,同时提高组成产品的各单元的可靠性。

- (3)可靠性分配。可靠性分配是为了将产品总的可靠性的定量要求分配到规定的产品层次。通过分配使整体和部分的可靠性定量要求协调一致。它是一个由整体到局部,由上到下的分解过程。可靠性分配有许多方法,如评分分配法、比例组合法、动态规划法等。
- (4) 可靠性预计。可靠性预计是在设计阶段对系统可靠性进行定量的估计,是根据相似产品可靠性数据、系统的构成和结构特点、系统的工作环境等因素估计组成系统的部件及系统的可靠性。系统的可靠性预计是一个自下而上,从局部到整体的系统综合过程。可靠性预计结果可以与要求的可靠性相比较,估计设计是否满足要求,通过可靠性预计还可发现组成系统的各单位中故障率高的单元,找到薄弱环节,加以改进。可靠性预计有许多方法,如元器件计数、应力分析法、上下限法等。电子产品可靠性预计通常采用元器件计数和应力分析法。
- (5)可靠性设计准则。可靠性设计准则是把已有的、相似产品的工程经验总结起来,使其条理 化、系统化、科学化,成为设计人员进行可靠性设计的所遵循的原则和应满足的要求。

可靠性设计准则一般都是针对某种产品的,但也可以把各种产品的可靠性设计准则的共性内容,综合成某种类型的可靠性设计准则,如直升机可靠性设计准则等。当然,这些共性可靠性设计准则经剪裁、增补之后又可成为具体产品专用的可靠性设计准则。

可靠性设计准则一般应根据产品类型、重要程度、可靠性要求、使用特点和相似产品可靠性设计经验以及有关的标准、规范来制定。

- (6) 耐环境设计。产品使用环境对产品可靠性的影响十分明显。因此,在产品开发时应开展抗振动、抗冲击、抗噪音、防潮、防霉、防腐设计和热设计。
- (7)元器件选用与控制。电子元器件是完成产品规定功能而不能再分割的电路基本单元,是电子产品可靠性的基础。要保证产品的可靠性对所使用的元器件进行严格控制是极为重要的一项工作。制定并实施元器件大纲是控制元器件的选择和使用的有效途径。
- (8) 电磁兼容性设计。对电子产品来说,电磁兼容设计是不可缺少的。它包括静电抗扰性,浪涌及雷击抗扰性,电源波动及瞬间跌落抗扰性,射频电磁场辐射抗扰性等。

(9) 降额设计与热设计。元器件、零部件的故障率是与其承受的应力紧密相关的,降低其承受的应力可以提高其使用中的可靠性,因此设计时应将其工作应力设计在其规定的额定值之下,并留有余量。产品特别是电子产品周围的环境温度过高是造成其故障率增大的重要原因。因此应利用热传导、对流、热辐射等原理结合必要的自然通风、强制通风、以致水冷及热管等技术进行合理的热设计,以降低其周围的环境温度。热设计软件是一种有效工具。

二、可靠性分配

在产品设计阶段,将产品的可靠性定量要求按规定的准则分配到规定的产品层次的过程称之为"可靠性分配"。可靠性分配的常用方法有评价分配法、比例分配法等。以下以评价分配法为例针对串联电子系统介绍可靠性分配的操作过程。

评分分配法是一种常用的分配方法。在产品可靠性数据缺乏的情况下,可以请熟悉产品、有工程实际经验的专家,按照影响产品可靠性的几种主要因素进行评分,然后根据评分的结果给各分系统或部件分配可靠性指标。

选择故障 λ 为分配参数,主要考虑四种影响因素——复杂度、技术成熟度、重要度及环境条件。每一种因素的分值在 $1\sim10$ 之间。

复杂度:根据组成分系统的元部件数量以及它们组装调试的难易程度评定。最复杂的评 10 分, 最简单的评 1 分。

技术成熟度:根据分系统的技术水平和成熟程度评定。技术成熟度低评 10 分,技术成熟度高评 1 分。

重要度:根据分系统重要度评定。重要度最低的评10分,重要度最高的评1分。

环境条件:根据分系统所处环境条件评定。经受恶劣条件的评 10 分,环境条件最好的评 1 分。这样分配给第 i 个分系统的故障率 λ i 为:

$$\lambda i = Ci \lambda s$$
 (5. 2-1)

式中:Ci---第 i 个分系统的评分系数;

λ s——系统规定的故障率指标。

$$Ci = \omega i / \omega \qquad (5.2-2)$$

式中: ω i——第 i 个分系统的评分数;

ω — 系统的评分数。

$$\omega i = \prod_{j=1}^{4} \gamma i j \tag{5. 2-3}$$

式中: y i j ---- 第 i 个分系统第 j 个因素的评分数;

i=1 代表复杂度:

j=2 代表技术成熟度;

j=3 代表重要度;

j=4 代表环境条件。

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} \omega i \tag{5. 2-4}$$

式中: i=1, 2, …, n——分系统的数量。

[例 5.2-3]假设由部件 A、部件 B、部件 C、部件 D 组成的串联电子系统,其可靠性指标为 MTBF=500h,试用评分分配法将可靠性指标分配到各部件。

$$\Gamma s=1/MTBF=1/500=0.002/h$$

请5位相关的专家进行评分,并通过计算,得出表5.2-2的结果。

衣	5 5. 2-2		円罪	性分配表				
部件	复杂度	技术成熟度	重要度	环境条件	各部件评分	各部件评	分配给各部件	分配给各部件
					数	分系数	的故障率λi	的 MTBF
					ωi	Ci	$(\times 10^{-4})$	
A	8	9	6	8	3456	0.462	9. 24	1082.3
В	5	7	6	8	1680	0. 225	4. 5	2222. 2
С	5	6	6	5	900	0. 120	2. 4	4166.7
D	6	6	8	5	1440	0. 193	3. 86	2590. 1
合计:						1	20	500

三、可靠性预计

根据产品各组成部分的可靠性预测产品在规定的工作条件下的可靠性所进行的工作称之为可靠民生预计。可靠性预计的常用方法有元器件计数法,应力分析法等。以下我们以元器件计数法为例介绍可靠性预计的基本步骤。

元器件计数法适用于产品设计开发的早期。它的优点是不需要详尽了解每个元器件的应用及 它们之间的逻辑关系就可迅速估算出产品的故障率,但预计结果比较粗糙。元器件计数法公式为:

$$\lambda_{S} = \sum_{i=1}^{n} Ni\lambda_{ci} \pi_{Q_i}$$
 (5. 2-5)

式中: \(\lambda\) s——产品总的故障率;

λGi——第i种元器件的通用故障率;

пQi——第 і 种元器件的通用质量系数;

Ni——第 i 种元器件的数量;

n——产品所用元器件的种类数目。

应力分析法适用于电子产品详细设计阶段,已具备了详细的文件清单、电应力比、环境温度等信息,这种方法比元器件计数法的结果要准确些。应力分析法分三步求出。第一步先求出各种元器件的工作故障率 λ p:

$$\lambda p = \lambda b \cdot \pi_E \cdot K$$
 (5. 2-6)

式中: λ p——元器件工作故障率;

λb——元器件基本故障率;

π Ε——环境系数;

K——降额因子,其值小于等于 1,由设计根据使用范围例如 GJB/Z 35—93 选定应力等级后决定。

第二步求产品的工作故障率 λ s:

$$\lambda_{S} = \sum_{i=1}^{n} Ni\lambda_{pi} \tag{5.2-7}$$

式中: λ pi——第 i 中元器件的工作故障率;

Ni——第 i 种元器件的数量;

n——产品中元器件的种类数。第三步求产品的 MTBF:

$$MTBF = \frac{1}{\lambda s}$$

基本故障率 λ b、环境系数 π E 等可查国军标 GJB 299B(但由于近年来元器件可靠性提高很快,GJB 299B 数据有的已太保守)。

四、故障模式、影响及危害分析 (FMECA)

故障模式、影响及危害性分析(FMECA)是对产品所有可能的故障,并根据对故障模式的分析,确定每种故障模式对产品工作的影响,找出单点故障,并按故障模式的严酷度及其发生概率确

定其危害性。所谓单点故障指的是引起产品故障的,且没有冗余或替代的工作程序作为补救的局部 故障。FMECA 包括故障模式及影响分析 (FMEA) 和危害性分析 (CA)。

故障模式和影响分析(FMEA)是在产品设计过程中,通过对产品各组成单元潜在的各种故障模式及其对产品功能的影响进行分析,提出可能采取的预防改进措施,以提高产品可靠性的一种设计分析方法。

危害性分析(CA)是把 FMEA 中确定的每一种故障模式按其影响的严重程度类别及发生概率的综合影响加以分析,以便全面地评价各种可能出现的故障模式的影响。CA 是 FMEA 的继续,根据产品的结构及可靠性数据的获得情况,CA 可以是定性分析也可以是定量分析。

FMECA 分析方法可用于整个系统到零部件任何一级,一般根据要求和可能在规定的产品层次上进行。

故障模式是指元器件或产品故障的一种表现形式。一般是能被观察到的一种故障现象。如断裂、接触不良、短路、腐蚀等。

故障影响是指该故障模式会造成对安全性、产品功能的影响。故障影响一般可分为:对局部、高一层次及最终影响三个等级。如分析飞机液压系统中的一个液压泵,它发生了轻微漏油的故障模式,对局部即对泵本身的影响可能是降低效率,对高一层次即对液压系统的影响可能是压力有所降低,最终影响即对飞机可能没有影响。

严酷度是指某种故障模式影响的严重程度。一般分为四类:

I类(灾难性故障),它是一种会造成人员死亡或系统(如飞机)毁坏的故障。

Ⅱ类(致命性故障),这是一种导致人员严重受伤,器材或系统严重损坏,从而使任务失败的故障。

Ⅲ类(严重故障)这类故障将使人员轻度受伤、器材及系统轻度损坏,从而导致任务推迟执行、或任务降级、或系统不能起作用(如飞机误飞)。

IV(轻度故障),这类故障的严重程度不足以造成人员受伤,器材或系统损坏,但需要非计划维修或修理。

- (一)FMECA 实施步骤
- (1) 掌握产品结构和功能的有关资料。
- (2)掌握产品启动、运行、操作、维修资料。
- (3)掌握产品所处环境条件的资料。

这些资料在设计的初始阶段,往往不能同时都掌握。开始时,只能作某些假设,用来确定一些很明显的故障模式。即使是初步 FMECA,也能指出许多单点失效部位,且其中有些可通过结构的重新安排而消除。随着设计工作的进展,可利用的信息不断增多,FMECA 工作应重复进行,根据需要和可能应把分析扩展到更为具体的层次。

- (4)定义产品及其功能和最低工作要求。一个系统的完整定义包括它的主要和次要功能、用途、预期的性能、环境要求、系统约束条件和构成故障的条件等。由于任何给定的产品都有一个或多个工作模式,并且可能处于不同的工作阶段,因此,系统的定义还包括产品工作的每个模式及其持续工作期内的功能说明。每个产品均应有它的功能方框图,表示产品工作及产品各功能单元之间的相互关系。
 - (5)按照产品功能方框图画出其可靠性方框图。
 - (6) 根据所需要的结构和现有资料的多少来确定分析级别,即规定分析到的层次。
 - (7) 找出故障模式,分析其原因及影响。
 - (8) 找出故障的检测方法。
 - (9) 找出设计时可能的预防措施,以防止特别不希望发生的事件。
 - (10)确定各种故障模式对产品产生危害的严酷程度。
 - (11)确定各种故障模式的发生概率等级。

故障模式发生的概率等级一般可分为:

A级(经常发生),产品在工作期间发生的概率是很高的,即一种故障模式发生的概率大于总故障概率的0.2。

B级(很可能发生),产品在工作期间发生故障的概率为中等,即一种故障模式发生的概率为总故障概率的0.1~0.2。

C 级 (偶然发生),产品在工作期间发生故障是偶然的,即一种故障模式发生的概率为总故障概率的 $0.01\sim0.1$ 。

D级(很少发生),产品在工作期间发生故障的概率是很小的,即一种故障模式发生的概率为总故障概率的 0.001~0.01。

E级(极不可能发生),产品在工作期间发生故障的概率接近于零,即一种故障模式发生的概率小干总故障概率的 0,001。

(12)填写 FMEA 表,并绘制危害性矩阵,如果需要进行定量 FMECA,则需填写 CA 表。如果仅进行 FMEA,则第(11)步骤和绘制危害性矩阵不必进行。

以上所述概括了进行 FMECA 所需要的基本输入信息,在此基础上进一步参照相关标准来完成分析工作,可参照的标准有国家标准 GB7826-87《系统可靠性分析技术 失效模式和效应分析 (FMEA)程序》,国际电工委员会标准 IEC 60812Ed. 2(2003)56/797 及国家军用标准 GJB1391 《故障模式、影响及危害性分析程序》。在这些标准中都提供了相应的表格供分析者使用。

五、故障(失效)树分析(FTA)

与 FMECA 类似,故障树分析(FTA)是分析产品故障原因和结果之间关系的另一重要的可靠性分析工具、故障树分析于 1961 年首次用于分析"民兵"导弹发射控制系统,后来推广应用到核能、航空、航天工业等许多领域。在执行涉及健康及安全标准时,对重大事故(例如火灾)等也应作 FTA 分析。

故障树表示产品的那些组成部分的故障模式或外界事件或它们的组合导致产品的一种给定故障模式的逻辑图。它用一系列事件符合、逻辑符号和转移符号描述系统中各种事件之间的因果关系。

故障树分析的一般要求如下:

(1) 故障树分析的准备工作分析

分析者必须熟悉设计说明书、设计图、运行规程、维修规程和其它有关资料。掌握系统的设计意图、结构、功能和环境情况。根据系统复杂程度和要求,必要时应进行系统的 FMEA 或 FMECA 以帮助确定事件及各级故障事件,根据系统的任务要求和对系统的了解确定分析目的,根据系统任务功能确定系统故障判据。

(2) 故障树的建造

完成(1)中的准备工作后,即可从确定的项事件出发,遵循建造故障树的基本规则和方法建造出所需要的故障树。

(3) 故障树的定性分析

故障树的定性分析主要包括以下内容:故障树的规范化;故障树的简化及模块分解;计算故障树的最小割集。

(4) 故障树的定量分析

根据故障树中各低事件的发生概率,计算出项事件发生概率。

(5) 编写故障树分析报告

由于故障树分析已经成为系统可靠性分析的重要工具,并被可靠性工程师门广泛地使用,国内外也发布了相应的标准。这些标准有:国家标准 GB/T7829-1987《故障树分析程序》,国家军用标准 GJB768《故障楹分析》,国际电工委员会标准 IEC 61025Ed.1-1990-10《故障树分析》。

六、维修性设计

产品的维修性是设计出来的,只有在产品设计开发过程开展维修性设计与分析工作,才能将维修性设计到产品中。维修性设计的主要方法有定性和定量两种方法。维修性的定性设计是最主要的,只要设计人员有维修性的意识和工程经验就能将维修性设计进产品。维修性定性设计主要有简化设计、可达性设计、标准化互换性与模块化设计、防差错及识别标志设计、维修安全设计、故障检测设计、维修中人素工程设计等。

(1)简化设计是在满足性能要求和使用要求的前提下,尽可能采用最简单的结构和外形,以降低对使用和维修人员的技能要求。简化设计的基本原则是尽可能简化产品功能,合并产品功能和尽量减少零部件的品种和数量。

- (2)可达性设计是当产品发生故障进行维修时容易接近需维修部位的设计。可达性设计的要求"看得见"——视觉可达;够得着——实体可达,比如身体的某一部位或借助工具能够接触到维修部位,同时留有足够的维修操作空间。合理设置维修窗口和维修通道是解决"看得见、够得着"的重要途径。可达性设计的原则有:
- ①统筹安排,合理布局。故障率高,维修空间需求大的部位尽量安排在系统的外部或容易接近的部位:
 - ②为避免各部件维修时交叉作业与干扰,可用专柜、专舱或其他形式布局;
 - ③尽量做到检查或维修任一部件时,不拆卸和不移动或少拆卸和少移动其他部件;
 - ④产品各部件的拆装要简便,拆装时零部件的进出路线最好是直线或平缓的曲线;
 - ⑤产品的检查点、测试点、检查窗、润滑点、添加口等维修点都应布局在便于接近的位置上;
 - ⑥需要维修和拆装的机件周围要有足够的空间;
 - ⑦维修通道口或舱口的设计应使维修操作尽可能简单方便;
- ⑧维修时一般应能看见内部的操作,其通道除能容纳维修人员的手和臂外,还应留有适当的间隙以供观察。
- (3)标准化、互换性与模块化设计。标准化设计是近代产品设计的特点,设计时尽量采用标准件有利于零部件的供应储备和调剂,使产品的维修更为简便。

互换性设计指同种产品之间在实体上,功能上能够彼此互相替换的性能。互换性设计可简化维 修作业和节约备品费用,提高产品的维修性。

模块化设计是实现部件互换通用、快速更换修理的有效途径。模块是指从产品中单独分离出来,具有相对独立功能的结构整体。

- (4) 防差错及识别标志设计。防差错设计就是要保证在结构上只允许装对了才能装得上,装错了或者装反了就装不上,或者发生差错时就能立即发现并纠正。识别标志设计就是在维修的零部件、备品、专用工具、测试器材等上面做出识别,以便于区别辨认,防止混乱,避免因差错而发生事故,同时也可以提高工效。
- (5)维修安全性设计。维修安全性设计是指能避免维修人员伤亡或产品损坏的一种设计。例如,在可能发生危险的部件上,应提供醒目的标记、警告灯、声响警告等辅助预防手段。对盛装高压气体、弹簧、带有高电压等储有很大能量且维修时需要拆卸的装置,应设有备用释放能量的结构和安全可靠的拆装设备、工具,以保证拆装安全。同时在维修性设计时应考虑防机械损伤、防电击、防火、防爆和防毒等,以保证维修人员的安全。
- (6)故障检测设计。产品故障检测诊断是否准确快速、简便对维修有重大影响。因此在设计时 应充分考虑测试方式、检测设备、测试点配置等一系列问题,以此来提高故障的定位的速度。
- (7)维修中的人素工程设计。维修中的人的因素工程(简称人索工程)是研究在维修中人的各种因素,包括生理因素,心理因素和人体的几何尺寸与产品的关系,以提高维修工作效率,减轻维修人。

第三节 可靠性试验

可靠性试验是对产品的可靠性进行调查、分析和评价的一种手段。它不仅是为了用试验数据来 说明产品是否符合可靠性定量要求,可以接收或拒收、合格与不合格等,更主要的目的是通过对产 品的可靠性试验发现产品设计、元器件、零部件、原材料和工艺方面的缺陷,以便采取有效的纠正 措施,使产品可靠性增长。

可靠性试验可以是实验室的试验,也可以是现场试验。现场试验是产品在典型使用现场所进行的一种试验,因此,必须记录现场的环境条件、维修、以及测量等各种因素的影响。实验室试验是在规定的受控条件下的试验。它可以模拟现场条件,也可以不模拟现场条件。产品在不同的环境下使用就会得出不同的可靠性,但是也不可能针对每种情况分别建立起实验与使用现场之间的直接关系。在一般情况下,实验室可靠性试验应该以各种已知方式与产品的实际使用条件建立起相互关系,从而确定典型的试验剖面或试验条件。

可靠性试验一般可分为工程试验和统计试验。工程试验包括环境应力筛选试验和可靠性增长试验:统计试验包括可靠性鉴定试验和可靠性验收试验。

一、环境应力筛选试验

环境应力筛选试验是通过在产品上施加一定的环境应力,以剔除由不良元器件、零部件或工艺 缺陷引起的产品早期故障的一种工序或方法。这种早期故障通常用常规的方法和目视检查等是无法 发现的。环境应力不必准确模拟真实的环境条件,但不应超过产品设计能耐受的极限,其大小应根 据产品总体要求确定。对电子产品施加的环境应力最有效的是随机振动和温度循环应力。

不论是产品开发阶段,还是批生产阶段早期,环境应力筛选在元器件、组件、部件等产品层次上都应 100%的进行。在批生产阶段后期,对组件级以上的产品可根据其质量稳定情况抽样进行。

环境应力筛选试验不能提高产品的固有可靠性,但通过改进设计和工艺等可以提高产品的可靠 性水平

二、可靠性增长试验

可靠性增长试验是一个在规定的环境应力下,为暴露产品薄弱环节,并证明改进措施能防止薄弱环节再现而进行的试验。规定的环境应力可以是产品工作的实际环境应力、模拟环境应力或加速变化的环境应力。

可靠性增长试验是通过发现故障、分析和纠正故障、以及对纠正措施的有效性而进行验证以提高产品可靠性水平的过程。一般称为试验——分析——改进。增长试验包含对产品性能的监测、故障检测、故障分析及其以减少故障再现的设计改进措施的检验。

试验本身并不能提高产品的可靠性,只有采取了有效的纠正措施来防止产品在现场工作期间出现重复的故障之后,产品的可靠性才能真正提高。

产品开发和生产过程中都应促进自身的可靠性增长。预期的增长应表现在各开发阶段和生产过程中都有相应的增长目标值。因此,应制定一个完整的可靠性增长计划,计划应包括对产品开发增长的计划曲线。增长计划曲线的制定主要应根据同类产品预计过程中所得的数据,通过分析以便确定可靠性增长试验的时间,并且使用监测试验过程的方法对增长计划进行管理。

目前针对可靠性增长管理、试验及分析方法已有一系列相关的标准颁布,如国家标准 GB/T15174-1994《可靠性增长大纲》、国家军用标准 GJB1407《可靠性增长试验》、国际电工委员会标准 IEC61014《可靠性增长大纲》等。

三、随加速寿命试验

随着科学技术的发展、高可靠长寿命的产品愈来愈多,许多电子元器件在正常的工作条件下其 寿命可达数百万小时以上。这种情况在工作条件下进行寿命试验已变得不现实,因此,在不改变产品的失效机理的条件下,通过提高工作环境的应力水平来加速产品的失效,尽快地暴露产品设计过程中的缺陷,发现故障模式,称这种超过正常应力水平下的寿命试验为加速寿命试验。

加速寿命试验有如下三种常见的试验类型。

- (1)恒定应力加速寿命试验。在恒定应力加速寿命试验中,根据产品的失效机理选定一组逐渐升高的应力水平,它们都高于正常应力水平,在每个应力水平上投放一定量的受试样品进行寿命试验,直到每个应力水平均有一定数量的样品出现失效为止。
- (2) 步进应力加速寿命试验。先选定一组高于正常应力水平的加速应力水平,将受试样品在选定加速水平下由低向高逐渐提高应力水平,在每个水平上进行规定时间长度的寿命试验。这里规定时间长度一般视试验进行情况而定,一般原则是要在不同的加速应力水平上有一定量的累积失效样品。
- (3) 序进应力加速寿命试验。序进应力加速寿命试验与步进应力加速寿命试验原理基本相同,只是应力的改变是随时间连续变化的而非跳跃式增加。

以上所述的三种常见的试验类型下的数据分析方法不在这里展开讨论。

三、可靠性测定试验

可靠性测定试验的目的是通过试验测定产品的可靠性水平。电子产品的寿命多为指数分布,其测定试验是从 t=0 时刻起投入若干产品进行寿命试验,其中一种试验是累计试验到规定的时间 T* 停止试验叫定时截尾试验。另一种是试验中出现的故障数到规定的,个故障数时停止试验,叫定数截尾试验。

设定时截尾试验时间为 T*, 出现的故障数为 r, 于是 MTBF 的点估计值 $\hat{\theta}$ 为

$$\widehat{\theta} = \frac{T^*}{r} \tag{5.3-1}$$

给定置信水平 γ , θ 的相应单边置信下限 θ L 为

$$\theta L = \frac{2r}{\chi^2 r (2r+2)} \widehat{\theta}$$
 (5.3-2)

式中: χ^2 (2r+2)是自由度为 2r+2 的 χ^2 分布的 χ 分位点。

[例 5. 3–1]某产品作累积试验时间为 3 万小时的定时截尾试验,共出现 5 次故障,求 γ =95%时的 θ L。,

$$\widehat{\theta} = \frac{T *}{r} = \frac{30000}{5} = 6000$$
h

给定 γ =95%, 可查 χ^2 (2r+2)= χ^2 _{0.95}(12)=21.026

故
$$\theta L = \frac{2r}{\chi^2 r(2r+2)} \widehat{\theta} = \frac{100}{21.026} \times 6000 = 2853.6 \text{h}$$

四、可靠性鉴定试验

为了验证开发的产品的可靠性是否与规定的可靠性要求一致,用具有代表性的产品在规定条件 下所作的试验叫可靠性鉴定试验,并以此作为是否满足要求的依据。

可靠性鉴定试验是一种验证试验。验证试验就其方法而言是一种抽样检验程序,与其他抽样验收的区别在于,它考虑的是与时间有关的产品质量特性,如平均故障间隔时间(MTBF)。因此,产品可靠性指标的验证工作原理是建立在一定寿命分布假设的基础上。目前使用最多的是指数分布假设情形下的统计试验方案。

寿命服从指数分布的定时截尾可靠性鉴定试验有标准的试验方案。例如:美国军标 MIL-STD781D,我国军用标准 GJB 899 都对试验方案有详细的规定。当受试的产品累积试验时间达到方案规定的时间 T*时即停止试验,把试验中出现的故障数 y 与方案中的判别标准相比,当故障数大于或等于拒收数 Re 时即做出拒收判断,若小于拒收数 Re 时即做出接收判断。常用的定时截尾试验方案见表 5.3-1。

表 5.3-1

常用的定时截尾试验方案

	方案特	征参数	鉴别比	试验时间	判别标准(失效次数)
方案	判断风险	验标称值			
序号	9/	6	$d=\theta_0/\theta_1$	(θ₁的倍数)	拒收数(r≥)(大于或等于)
	α	β			
1	10%	10%	1. 5	45. 0	37
2	10%	20%	1. 5	29. 9	26
3	20%	20%	1. 5	21. 1	18
4	10%	10%	2.0	18.8	14
5	10%	20%	2.0	12. 4	10
6	20%	20%	2. 0	7.8	6
7	10%	10%	3. 0	9. 3	6
8	10%	20%	3. 0	5. 4	4
9	20%	20%	3. 0	4.3	3
10	30%	30%	1. 5	8. 1	7
11	30%	30%	2.0	3. 7	3
12	30%	30%	3.0	1. 1	1

表中的 θ 0、 θ 1、d、 α 、 β 均为统计试验的一些基本参数,它们的具体含义为:

- θ 0——MTBF 检验的上限值。它是可以接收的 MTBF 值。当试验产品的 MTBF 真值接近 θ 0 时,指数分布标准型试验方案,以高概率接收该产品。
- θ 1——MTBF 检验的下限值。当试验产品的的 MTBF 真值接近 θ 1 时,指数分布标准型试验方案 以高概率拒收该产品。
 - d——鉴别比。对指数分布试验方案

d: $\theta 0/\theta 1$

- α ——生产方风险。当产品 MTBF 的真值等于 θ 0 时,产品被拒收的概率。也叫第一类错误。这是由抽样引起的。如本来该批产品的 MTBF 已达到 θ 0,但由于仅抽样部分产品做试验,刚好抽到样品的 MTBF 值较小,而使整批合格产品被判为不合格而拒收,致使生产方受到损失。
- β ——使用方风险。当产品 MTBF 的真值等 θ 1 时,产品被接收的概率。也叫第二类错误。同样是由于抽样造成的。

由表中还可以看出风险越高,试验的时间越短,反之亦然。如果要在试验时间比较短的情况下做出接收或拒收判断,而生产方和使用方都愿意承担比较高的风险,此时就可以采用高风险试验方案, $\alpha=\beta=30\%$ 。方案 11 的鉴别比 d=2,试验时间为 3. 7 θ 1,拒收判据为故障数大于或等于 3 次。而方案 12 的鉴别 d=3,试验时间为 1. 1 θ 1,拒收判据为故障数大于或等于 1 次。由此可见,同样风险的情况下,鉴别比越小,试验时间越长。

这类试验只要求累计试验时间,投入试验的产品数可视情况自定。一般抽 2~3 个以上产品,以便核对故障率的一致性。

方、可靠性验收试验。用已交付或可交付的产品在规定条件下所做的试验,以验证产品的可靠 性不随生产期间工艺、工装、工作流程、零部件质量的变化而降低,其目的是确定产品是否符合规 定的可靠性要求。

验收试验也是一种统计试验,可采用序贯试验方案、定时或定数截尾试验方案。验收试验所采用的试验条件要与可靠性鉴定试验中使用的综合环境相同。所用的试验样品要能代表生产批,同时应定义批量的大小。所有抽样的产品应通过产品技术规范中规定的试验和预处理。在可靠性试验开始前,应进行详细的性能测试,验证可接受的性能基准并在标准的环境条件下进行,以便获取重现的结果。

第五节 可信性管理

产品可信性是通过一系列工程活动、设计和制造到产品中去的,而这些活动的进行需要恰当的组织和管理。开展可信性活动的指导思想是预防故障,尽早发现故障,及时纠正故障,并验证纠正措施有效性和验证可信性指标。可信性管理就是从系统的观点出发,通过制定和实施一项科学的计划,去组织、控制和监督可信性活动的开展,以保证用最少的资源实现顾客所要求的产品可信性。

- 一、可靠性管理应遵循的基本原则
- (1)可信性工作必须从头开始,从产品开发开始就将性能、可信性、进度、费用等进行综合权 衡要把传统的先出样机,再解决可信性问题,转变为把性能设计与可信性设计同步进行,大力推行 并行工程,以取得产品的最佳效能和获得最低的寿命周期费用。
- (2)产品的可信性管理是产品系统工程管理的重要组成部分,可信性工作必须统一纳入产品设计、研制、生产、试验、费用等计划,与其他工作密切协调地进行,所需费用应予以保证。
- (3)可信性工作必须遵循预防为主,早期投入的方针,将预防、发现和纠正可靠性维修性设计及元器件、原材料和工艺等方面的缺陷作为工作的重点,采用成熟的健壮的设计、分析和试验技术,以保证和提高产品固有可靠性。
- (4)可靠性管理应重视和加强可靠性信息工作和故障报告、分析和纠正措施系统,充分有效地利用可靠性维修性信息和可靠性试验结果以改进和完善设计。
- (5)贯彻可靠性维修性等标准和有关的法规,制定并实施产品开发的可靠性保证大纲,使各项可靠性工作按规定有效地开展。
- (6)严格技术状态管理。产品开发的组织应加强技术状态管理工作,制定技术状态控制办法,明确技术状态更改程序,提高技术状态管理的规范化、程序化水平,保证技术状态的一致性和可追

踪性。对产品技术状态提出更改必须经过严格的审批,涉及文件更改需经提出单位的批准。对批准 的更改要得到正确实施,技术状态与实物要做到文文一致,文实相符。

- (7)坚持一次成功的思想。把需要进行的工作考虑周全,尽可能减少缺陷和疏漏,以免留下隐患。
- (8)严格进行可信性评审,充分利用同行专家的经验,通过严格评审把设计和工艺的缺陷和不足尽可能早地得到暴露,以便及时地纠正措施,坚持阶段可信性评审不通过不能转入下一研制阶段。

二、管理的基本职能、对象和方法

管理的基本职能是计划、组织、监督、控制和指导。管理的对象是产品开发、生产、使用过程中与可信性有关的全部活动,但重点是产品开发阶段的设计和试验活动。由于设计、试验和生产过程是相互关联、彼此匹配的统一整体,任何一个环节的失误都将导致产品可信性受到影响。所以,管理工作要贯穿于开发生产使用的全过程,强调从头抓起(即产品开发一开始就抓),从管理的上层抓起(即从领导开始抓),要有一个全面的可信性策划。产品的可信性取决于它的薄弱环节抓住没有,所以制定可信性策划时要特别重视抓住关键的薄弱环节,突出重点,以提高可信性系统工程工作的有效性。

管理工作是运用反馈控制原理去建立和运行一个管理系统,通过这个管理系统的有效运转,保证可信性要求的实现,管理的基本方法是计划、组织、监督和控制。

计划:开展可信性管理首先要分析确定目标,选择达到可信性要求必须进行的一组可信性工作,制定每项工作实施要求,估计完成这些工作所需的资源,确定完成该项工作的时间和负责人(或单位)。

组织:要确定可信性工作的总负责人和建立管理机构。要有一批专职的和兼职的可信性工作人员,明确相互职责、权限和关系,形成可靠性工作的组织体系和工作体系,以完成计划确定的目标和工作。对各类人员进行必要的培训和考核,使他们能够胜任所承担的职责,完成规定的任务。

监督:利用报告、检查、评审、鉴定和认证等活动,及时取得信息,以监督各项可信性工作按 计划进行。同时,利用转承制合同、订购合同、现场考察、参加评审和产品验收等方法,对转承制 单位和供应单位进行监督。

控制:通过制定和建立各种标准、规范和程序,指导和控制各项可信性活动的开展。设立一系列检查、控制点,使开发过程处于受控状态。建立可信性信息系统,及时分析和评价产品可信性状况,制定改进措施并对其有效性进行监控。

三、建立故障报告、分析和纠正措施系统(FRACAS)

产品可靠性是用故障出现的频率加以度量的。对产品可靠性的分析、评价和改进都离不开故障信息。建立故障报告、分析和纠正措施系统(FRACAS)的目的是保证故障信息的正确性和完整性、并及时利用故障信息对产品进行分析、改进,以实现产品的可靠性增长。

(一)故障报告

产品任何功能级在规定的检验和试验期间发生的故障均应向规定级别的管理部门报告。故障报告应以故障卡片、文件等书面形式进行,以便审查和存档。

产品开发单位根据产品特点和大纲要求,建立一个闭环的故障报告系统,保证开发过程中发生的所有硬件故障和软件错误,均能按规定格式和要求进行记录,并在规定的时间内向规定的管理级别进行报告。

故障报告系统可充分利用已有的信息管理系统,以避免不必要的重复。故障报告工作要及时、正确。故障报告应具有良好的可追踪性。

故障报告的内容应包括:识别故障件的信息、故障现象、试验条件、机内测试(BIT)指示、发生故障的产品工作时间、故障观测者、故障发生时机以及观测故障时的环境条件等。

(二)故障分析

(1)故障调查、核实。故障发生后,负责检验和试验的现场负责人,应及时通知有关人员进行现场调查,对故障进行核实。尽可能不破坏故障现场,保持故障状态。

- (2)工程分析。在故障核实后,可以对故障产品进行测试、试验、观察分析,以确定故障部位。必要时,分解产品,进行理化分析,应力强度分析,以判断缺陷的性质,弄清故障产生的机理。
- (3)统计分析。收集同类产品生产数量、试验、使用时间、已产生的故障数,估算该类故障出现的频率。

通过故障分析查明故障原因和责任,以便有针对性地采取纠正措施。

(三)故障纠正

在查明故障原因的基础上,研究并提出纠正措施。纠正措施要经过分析、计算和必要的试验验证,证明是可行的并且是有效的。故障纠正措施经评审通过后,方可付诸实施。按技术状态控制要求或图样管理制度对设计和工艺进行修改。

故障纠正活动完成后,应编写故障分析报告,汇集故障分析和纠正过程中形成的各种数据和资料,并立案归档。对故障件应妥善保管,以便进一步研究、分析。

对未能查明原因的故障和虽查明原因,未做处理的故障,应说明理由,并立案归档,以便追查 和进一步做工作。

完成上述工作后,故障报告活动可以终止。整个故障报告、分析和纠正措施系统是一个闭环系统,如图 5.4-1 所示。

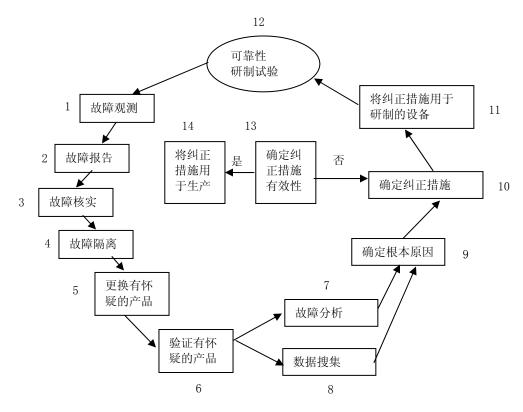


图 5.4-1 闭环故障报告分析和纠正措施系统

四、可信性评审

可信性评审是运用及早告警原理和同行评议的原则,对可信性设计等有关可信性工作进行监控的一种管理手段,是尽早发现设计缺陷最经济和最有效的方法。它在产品开发过程中设置若干关键的控制节点,组织非直接参加设计的同行专家和有关方面的代表,对设计、试验等可信性工作进行详细的审查,以便及时地发现潜在的设计缺陷,加速设计的成熟、降低决策风险。可信性设计评审是最重要的一种评审,可信性设计评审的作用有:

(1)评价产品设计是否满足合同规定的要求,是否符合设计规范及有关标准和准则;

- (2) 发现和确定薄弱环节和可信性风险较高的区域,研讨并提出改进建议;
- (3)研制、开发、监督、检查及保障资源是否恰当;
- (4) 检查可信性保证大纲的全面实施;
- (5)减少设计更改,缩短开发周期,降低全寿命周期费用。

可信性设计评审并不改变原有的技术责任制,更不能代替设计师做出决策,只是在设计决策之前增加了一个监控点,以降低决策风险。

设计评审是有计划、有组织、有结论的一种正规审查程序,评审结论具有严肃性和权威性,应引起设计决策者的足够重视和充分注意。对限于条件不能实施的也要做出说明,采纳的改进意见应制定计划由有关部门实施并由管理部门监督跟踪。

可信性评审应分阶段进行,如果设计评审不能通过,原则上不能转入下一阶段的工作。

习题及答案

一、单项选择题

- 1. 为暴露产品薄弱环节,并证明改进措施防止薄弱环节再现,在规定的环境应力下进行的试验()。
 - A. 可靠性鉴定试验 B. 可靠性增长试验 C. 加速寿命试验 D. 可靠性测定试验
 - 2. 计算产品任务可靠性时考虑的故障是()。
 - A. 任务期间影响任务完成的故障 B. 寿命期间所有的故障
 - C. 修理时发现的故障
 - 3. 产品典型的故障率曲线中不包括()阶段。
 - A. 早期故障阶段 B. 报废故障处理阶段 C. 偶然故障阶段 D. 耗损故障阶段
 - 4. 某产品由5个单元组成串联系统,若每个单元的可靠度均为0.95,系统可靠度为()。
 - A. 0. 77 B. 0. 87 C. 0. 97 D. 0. 67
 - 5. 产品可靠性随着工作时间的增加而()。
 - A. 逐渐增加 B. 保持不变 C. 逐渐降低 D 先降低后提高
 - 6. 环境应力筛选应()。
 - A. 100%进行 B. 抽样进行
 - C. 视产品质量情况具体决定试验样本量 D. 条件不具备可部分进行
 - 7. 可靠性鉴定试验是一种()试验。
 - A. 工程试验 B. 性能试验 C. 统计试验 D. 环境试验
 - 8. 可靠性鉴定试验中鉴别比 d=()。
 - A. θ 1/ θ 0 B. θ 0/ θ 1C. θ 1+ θ 0 D. θ 1- θ 0
 - 9. 下述的参数中,属于测试性度量参数的是()。
 - A. 故障率 B. 平均故障间隔时间
 - C. 故障检测率 D. 故障修理时间
 - 10. 常用的维修性度量参数是()。
 - A. MTTF B. MTBF
 - 11. 产品固有可靠性与()无关。
 - C. 管理 D. 使用

С. λ

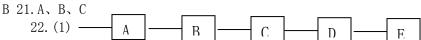
- 12. 下述关于质量与可靠性的表述中, 正确的是()。
- A. 质量是产品可靠性的重要内涵
- B. 可靠性是产品质量的重要内涵
- C. 可靠性与产品质量无关
- D. 产品可靠, 质量自然就好
- 二、多项选择题

A. 设计 B. 制造

13. 影响 FMEA 工作效果的因素有()。

D. MTTR

- A. 分析者的专业水平 B. 可利用的信息 C. 计算机的应用 D. 分析的时机
- 14. 可靠性是产品的一种固有特性,下面表述正确的有()。
- A. 可靠性是设计出来的 B. 可靠性是计算出来的
- C. 可靠性是管理出来的 D. 可靠性是制造出来的
- 15. 产品可靠性定义中的规定时间可用()度量。
- A. 小时 B. 天数 C. 里程 D. 次数 E. 安培
- 16. 可靠性试验一般分为工程试验和统计试验,下述属于工程试验的是()。
- A. 环境应力筛选试验 B. 可靠性鉴定试验 C. 产品性能试验
- D. 可靠性验收试验 E. 可靠性增长试验
- 17. 产品维修性定义中与()有关。
- A. 规定的条件 B. 规定的时间 C. 规定的程序和方法
- D. 规定的维修地点 E. 规定费用
- 18. 产品保障性()有关。
- A. 与保障的设计特性 B. 与计划的保障资源
- C. 与性能设计特性 D. 与可靠性和维修性
- 19. 一般产品浴盆曲线的三个阶段是()。
- A. 早期故障期 B. 偶然故障期 C. 耗损故障期
- D. 贮存故障期 E. 平稳故障期
- 20. 最常用的可靠性模型有()。
- A. 串联 B. 并联 C. 旁联 D. 互联 E. 混联
- 21. 产品可靠性是()。
- A. 设计出来的 B. 生产出来的 C. 管理出来的
- D. 检验出来的 E. 试验出来的
- 三、综合分析题
- 22. 一个由单元 A、单元 B、单元 C、单元 D 和单元 E 组成的串联电子系统,五个部件的故障率分别为:
 - λ A=0.0006/h, λ B=0.002/h, λ C=0.0015/h, λ D=0.0005/h, λ e=0.0004/h
 - (1) 画出系统的可靠性方框图
 - (2)写出系统的可靠性数学模型。
 - (3) 求系统的故障率。
 - (4) 求系统平均故障间隔时间 MTBF。
 - (5) 求系统工作 200 小时小的可靠度。
 - (6) 指出系统可靠性的最薄弱环节。
 - 四、答察
 - 1. B 2. A 3. B 4. A 5. C 6. A 7. C 8. B 9. C 10. D11. D 12. B
 - 13. A, B, D 14. A, C, D 15. A, B, C, D 16. A, E 17. A, B, C 18. A, B, D19. A, B, C 20. A,



- (2) $R_S = R_A R_B R_C R_D R_E = e^{-(\lambda A + \lambda B + \lambda C + \lambda D + \lambda E)}$
- (3) $\lambda_{S} = \lambda_{A} + \lambda_{B} + \lambda_{C} + \lambda_{D} + \lambda_{E} = 0.005/h$
- $(4) MTBF=1/\lambda s=1/0.005=200H$
- (5) R (200) = $e^{-\lambda st}$ = $e^{-0.005 \times 200}$ = e^{-1}
- (6)比较 5 个单元的故障率,由于 B 单元的故障率最高,比其它高出一个数量级,因此, B 单元是系统中可靠性的最薄弱环节。

第六章 质量改进

企业提供的产品、服务质量的好坏,决定了顾客的满意程度,要提高顾客的满意程度,就必须不断的进行质量改进。通过改进过程中各环节的工作,一方面,出现了问题,就应立即采取纠正措施;另一方面,通过寻找改进的机会,也可预防问题的出现。同时,持续的质量改进是质量管理的基本特点,也是 2000 版 ISO 9000 族标准版中提出的质量管理八项基本原则之一。

第一节 质量改进的概念及意义

一、质量改进的概念

质量改进(Quality Improvement)是通过改进过程来实现的,日语改进写做"改善",读做 KAIZEN,这个单词已成为不少国家语言中的新单词。要弄清质量改进的概念,可以从了解质量改进与质量控制之间的关系人手。

质量控制与质量改进是不同的,之间虽存一定的关系,但并不等同,两者之间主要有以下区别 和联系:

(1) 定义的区别

GB/T 19000—2000 标准对质量改进与质量控制的定义分别为:

质量改进是质量管理的一部分,致力于增强满足质量要求的能力。

质量控制是质量管理的一部分,致力于满足质量要求。

质量控制是消除偶发性问题,使产品质量保持在规定的水平,即质量维持;而质量改进是消除 系统性的问题,对现有的质量水平在控制的基础上加以提高,使质量达到一个新水平、新高度。

(2) 实现手段的区别

当产品或服务质量不能满足规定的质量要求时,质量改进可以提高质量水平,满足质量要求; 当产品质量已满足规定要求时,质量改进的作用是致力于满足比规定要求更高的要求,从而不断提 高顾客的满意程度。

质量改进是通过不断采取纠正和预防措施来增强企业的质量管理水平,使产品的质量不断提高;而质量控制主要是通过日常的检验、试验调整和配备必要的资源,使产品质量维持在一定的水平。

(3)两者的联系

质量控制与质量改进是互相联系的。质量控制的重点是防止差错或问题的发生,充分发挥现有的能力;而质量改进的重点是提高质量保证能力。首先要搞好质量控制,充分发挥现有控制系统能力,使全过程处于受控状态。然后在控制的基础上进行质量改进,使产品从设计、制造、服务到最终满足顾客要求,达到一个新水平。没有稳定的质量控制,质量改进的效果也无法保持。

著名质量专家朱兰的三部曲(质量策划、质量控制和质量改进)表现了质量控制与质量改进的关系,如图 6.1-1 所示。

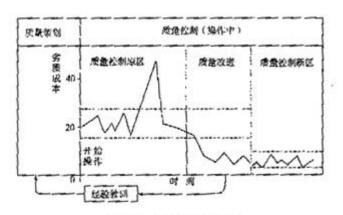


图 6.1-1 朱兰三部曲示意图

二、质量改进的必要性

目前,我国企业更迫切需要开展质量改进,以提高产品的质量水平,提高顾客的满意程度,不断降低成本,增强市场竞争力。单从技术的角度看,质量改进的必要性体现在以下几个方面。

- (1) 在我们使用的现有技术中,需要改进的地方很多,如:
- ①新技术、新工艺、新材料的发展,对原有的技术提出了改进要求。
- ②技术与不同企业的各种资源之间的最佳匹配问题,也要求技术必须不断改进。
- (2) 优秀的工程技术人员也需不断学习新知识,增加对过程中一系列因果关系的了解。
- (3)技术再先进,方法不当、程序不对也无法实现预期目的。在重要的地方,即使一次质量改进的效果很不起眼,但是日积月累,将会取得意想不到的效果。

如果从生产设备、工艺装备、检测装置、人力资源等不同角度考察,再加上顾客质量要求的变化,同样会发现质量改进的必要性。

三、质量改进的重要性

质量改进是质量管理的重要内容,其重要性体现在以下几方面:

- (1) 质量改进具有很高的投资收益率。俗话说"质量损失是一座没有被挖掘的金矿",而质量改进正是要通过各种方法把这个金矿挖掘出来。因此,有些管理人员甚至认为:"最赚钱的行业莫过于质量改进"。
 - (2) 可以促进新产品开发,改进产品性能,延长产品的寿命周期。
- (3)通过对产品设计和生产工艺的改进,更加合理、有效地使用资金和技术力量,充分挖掘企业的潜力。
 - (4)提高产品的制造质量,减少不合格品的产生,实现增产增效的目的。
 - (5)通过提高产品的适用性,从而提高企业产品的市场竞争力。
 - (6) 有利于发挥企业各部门的质量职能,提高工作质量,为产品质量提供强有力的保证。

第二节 质量改进的步骤和内容

质量改进是一个过程,要按照一定的规则进行,否则会影响改进的成效,甚至会徒劳无功。

一、质量改讲的基本过程——PDCA 循环

任何一个质量改进活动都要遵循 PDCA 循环的原则,即策划(Plan)、实施(Do)、检查(Check)、 处置(Act)。PDCA 的四个阶段如图 6.2-1 所示:

(一) PDCA 的内容

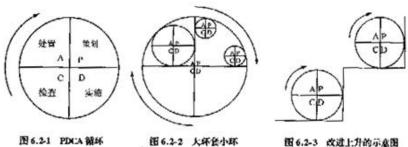
第一阶段是策划:制定方针、目标、计划书、管理项目等;

第二阶段是实施:按计划实地去做,去落实具体对策;

第三阶段是检查:对策实施后,把握对策的效果;

第四阶段是处置:总结成功的经验,实施标准化,以后就按标准进行。对于没有解决的问题,转入下一轮 PDCA 循环解决,为制定下一轮改进计划提供资料。

- (二)PDCA 的特点
- (1)四个阶段一个也不能少。
- (2) 大环套小环,在某一阶段也会存在制定实施计划、落实计划、检查计划的实施进度和处理的小 PDCA 循环,如图 6.2-2 所示。
- (3)每循环一次,产品质量、工序质量或工作质量就提高一步,PDCA 是不断上升的循环,见图 6.2-3 所示:



二、质量改进的步骤、内容及注意事项

质量改进的步骤本身就是一个 PDCA 循环,可分为若干步骤完成,过去我们习惯的说法是"四阶段、八步骤",随着 ISO 9000 标准的颁布实施, "四阶段、七步骤"的说法逐渐成为通行的模式。

质量改进的步骤为:

- (1)选择课题;
- (2) 掌握现状;
- (3)分析问题原因:
- (4)拟定对策并实施;
- (5) 确认效果;
- (6) 防止再发生和标准化:
- (7)总结。

这七个步骤的内容和注意事项具体为:

(一)选择课题

企业需要改进的问题会有很多,经常提到的不外乎是质量、成本、交货期、安全、激励、环境 六方面。选择课题时,通常也围绕这六个方面来选,如降低不合格品率、降低成本、保证交货期 等。

- 1. 活动内容
- (1) 明确所要解决的问题为什么比其他问题重要。
- (2)问题的背景是什么,到目前为止的情况是怎样的。
- (3)将不尽如人意的结果用具体的语言表现出来,有什么损失,并具体说明希望改进到什么程度。
 - (4) 选定课题和目标值。如果课题过大,可将其分解成若干个小课题,逐一改进解决。
 - (5) 正式选定任务负责人。若是改进小组就确定组长和组员。
 - (6)如有必要,对改进活动的费用做出预算。
 - (7)拟定改进活动的时间表,初步制定改进计划。
 - 2. 注意事项
- (1)在我们周围有着大小数不清的问题,为确认最主要的问题,应该最大限度地灵活运用现有的数据,从众多的问题中选择一个作为课题,并说明其理由。
- (2)解决问题的必要性必须向有关人员说明清楚,否则会影响解决问题的有效性,甚至半途而废、劳而无功。
- (3) 设定目标值的根据必须充分,合理的目标值是经济上合理、技术上可行的。设立的目标值要具有挑战性、通过改进是能够达到的,以激励改进小组的信心、提高积极性。
- (4)要制定改进计划,明确解决问题的期限。预计的效果再好,不拟定具体的时间往往会被拖延,被那些所谓"更重要、更紧急"的问题代替。
 - (二)掌握现状

质量改进课题确定后,就要了解把握当前问题的现状。

- 1. 活动内容
- (1)抓住问题的特征,需要调查若干要点,例如:时间、地点、问题的种类、问题的特征等等。
- (2) 如要解决质量问题,就要从人、机、料、法、环等各种不同角度进行调查。
- (3) 去现场收集数据中没有包含的信息。
- 2. 注意事项
- (1)解决问题的突破口就在问题内部。例如:质量特性值的波动太大,其影响因素也必然存在大的波动。质量特性值的波动和影响因素的波动之间必然存在关系,这是把握问题主要影响原因的有效方法。而观察问题的最佳角度随问题的不同而不同,不管什么问题,必须调查以下四个方面,即:时间、地点、种类、特征。把握问题现状的有效工具是调查表。以提高产品合格品率为例:
 - ①关于时间。

如早晨、中午、晚上,不合格品率有何差异;星期一到星期五(双休日的情况下),每天的合格品率都相同吗?是不是星期一的不合格品率较高?等等。当然还可以以星期、月、季节、季度、年等不同角度观察结果。对调查表中的数据按不同的时间进行分层。

关于对不同时间不合格品的调查,可用不合格原因调查表。

②从导致产品不合格的部位出发。从部件的上部、侧面或下部零件的不合格情况来考虑,可采用不合格位置调查表把握现状。

如:烧制品在窑中位置的不同(门口附近、窗边、炉壁附近、炉的中央等等),产品不合格品率有何不同;还可以依照方位(东、南、西、北)、高度(顶部、底部)等不同角度进行分析;产品几何尺寸较大的情况下,可从前面、中央、后部去考虑;产品形状复杂的情况下,不合格部位是在笔直的部位还是拐角部位等等。

③对种类的不同进行调查。同一个工厂生产的不同产品,其不合格品率有无明显差异;与过去生产过的同类产品相比,其不合格品率有无明显差异。

关于种类还可以从生产标准、等级的角度去分层考虑,是成人用还是儿童用、男用还是女用、 内销还是外销等等。

④可从特征考虑。以产品不合格品项目——针孔(细小的气孔)为例:

发现针孔时,其形状是圆的、椭圆的、带角的还是其他形状的;大多数针孔的排列有无特征; 是笔直地还是弯曲地排列;是连续的还是间断的,等等。再加上何种情况下,针孔的大小会发生怎样的变化;是在全部还是特定的部位出现;针孔附近有无异样的颜色或异物存在。

- (2)不管什么问题,都要调查时间、地点、种类、特征这四个方面,但这并不是说,以上四点调查清楚了,问题现状就清楚了,还要调查其他方面。
- (3)一般来说,解决问题应尽量依照数据进行,其他信息只能供参考。但在没有数据的情况下,就应充分发挥其他信息的作用。

调查者应深入现场,而不仅仅是"纸上谈兵"。在现场可以获得许多数据中未包含的信息。这些信息往往像化学反应中的触媒一样,为解决问题找出思路,从而寻找到突破口。

- (三)分析问题原因
- 1. 活动内容
- 分析问题原因是一个设立假说,验证假说的过程。
- (1)设立假说(选择可能的原因)
- ①搜集关于可能原因的全部信息。
- ②运用"掌握现状"阶段掌握的信息,消去已确认为无关的因素,重新整理剩下的因素。
- (2)验证假说(从已设定因素中找出主要原因)
- ①搜集新的数据或证据,制定计划来确认原因对问题的影响。
- ②综合全部调查到的信息,决定主要影响原因。
- ③如条件允许,可以将问题再现一次。
- 2. 注意事项

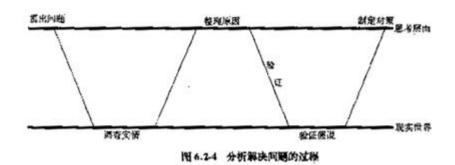
必须科学地确定原因。质量改进的过程中,如果问题的原因是通过问题解决者们的讨论,或是由某个个人决定,由于没有对提出的假说进行验证,这样得出的结论往往会是错误的。

考虑原因时,通常通过讨论其理由,并应用数据或去现场来验证假说的正确性。这时很容易将"设立假说"和"验证假说"混为一谈。验证假说时,不能用建立假说的材料,需要采用新的数据或材料来证明。要有计划、有依据地运用统计方法进行验证,重新收集验证假说的数据。有时,也可以直接到现场验证。

- (1) 因果图是建立假说的有效工具, 图中所有因素都被假设为问题的原因
- ①图中各影响因素应尽可能写得具体。对所有认为可能的原因都进行调查,其效率可能会很低,必须根据收集的数据削减影响因素的数目。可利用"掌握现状"阶段中分析过的信息,将与结果波动无关的因素舍去。要始终记住:因果图最终画得越小(影响因素少),往往越有效。
- ②并不是说因果图中,所有因素引起质量问题的可能性都相同。必要时,根据"掌握现状"阶段得到的信息进一步分析,根据它们可能性的大小排列重要度。
 - (2) 验证假说必须根据重新实验和调查所获得的数据有计划地进行

- ①验证假说就是核实原因与结果间是否存在关系,关系是否密切。常使用排列图、相关及回归分析、方差分析等统计手法。通过大家讨论由多数意见决定是一种民主的方法,但缺乏科学性,只是"主观意识",许多事实表明,最后全员一致同意了的意见是错误的。
- ②以提高产品的质量为例,导致产品质量问题出现的主要原因可能是一个或几个,其他原因也或多或少会对不合格品的出现产生影响。然而,对所有影响因素都采取措施既不现实,也无必要,应首先对主要因素采取对策。所以,首先要分析判断影响问题的主要原因,
- ③利用质量问题的再现性实验(试验)来验证影响原因要慎重进行。某一产品中采用了非标准件而产生不合格品,不能因此断定非标准件就是不合格品的原因。再现的质量问题还必须与"掌握现状"时查明的问题一致,具有同样的特征。有意识地再现质量问题是验证假说的有效手段,但要考虑到人力、时间、经济性等多方面的制约条件。

日本玉川大学著名质量管理专家谷津进教授曾将质量改进这几个步骤的活动形象地用图 6.2-4 表示出来。



这也再一次验证了毛泽东在《实践论》中提出的"理论——实践——再理论——再实践"的英明论断。

(四)拟定对策并实施

原因分析出来以后,就要制定对策,加以实施。

- 1. 活动内容
- (1)将现象的排除(应急对策)与原因的排除(永久对策)严格区分开。
- (2) 采取对策后,尽量不要引起副作用(其他质量问题),如果产生了副作用,应考虑换一种对策或消除副作用。
- (3) 先准备好若干对策方案,调查各自利弊,选择参加者都能接受的方案。
 - 2. 注意事项
- (1)对策有两种,一种是去除现象(应急对策),另一种 是消除引起结果的原因,防止再发生(永久对策)。见图 6.2-5。

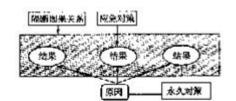


图 6.2-5 应急措施与永久对策

生产出不合格品后,返修得再好也只能是应急对策,不能防止不合格品的再次出现,解决不合格品出现的永久对策是,除去产生问题的根本原因,防止再产生不合格品。因此,一定要严格区分这两种不同性质的对策。

应急对策是一种临时措施,是在问题发生的根本原因尚未找到之前,为消除该问题而采取的临时应急措施;而永久对策是通过现象观察、数据分析等一系列手段,找到问题产生的根本原因之后所取的对策。

(2) 采取对策后,常会引起别的问题,因为质量或过程的许多特性都是相互关联的。为此,必须从多种角度对措施、对策进行彻底而广泛的评价。

- (3) 采取对策时,有关人员必须通力合作。采取对策往往要带来许多工序的调整和变化,如果可能,应多方听取有关人员的意见和想法。当同时存在几个经济合理、技术可行的方案时,此时通过民主讨论不失为一个良好的选择。
 - (五)确认效果

对质量改进的效果要正确确认,确认的失误会误认为问题已得到解决,从而导致问题再次发生。反之,也可能导致对质量改进的成果视而不见,从而挫伤了持续改进的积极性。

- 1. 活动内容
- (1)使用同一种图表(如排列图、调查表等)将采取对策前后的质量特性值、成本、交货期等指标进行比较。
- (2)如果改进的目的是降低不合格品率或降低成本,则要将特性值换算成金额,并与目标值比较。
 - (3) 如果有其他效果,不管大小都要列举出来。
 - 2. 注意事项
- (1)本阶段应确认在何种程度上做到了防止质量问题的再发生。用于改进前后比较的图表最好前后一致,如果现状分析用的是排列图,确认效果时也必须用排列图。这样会更加直观,具有可比性。
- (2)对于企业经营者来说,将质量改进的成果换算成金额是重要的。通过对改进前后比较,会 让企业经营者认识到该项工作的重要性。
- (3) 采取对策后没有出现预期结果时,应确认是否严格按照计划实施的对策,如果是,就意味着对策失败,重新回到"掌握现状"阶段。没有达到预期效果时,应该从以下两个方面来考虑:
 - ①是否按计划实施了,实施方面的问题往往有:
 - a. 对改进的必要性认识不足;
 - b. 对计划的传达或理解有误;
 - c. 没有经过必要的教育培训:
 - d. 实施过程中的领导、组织、协调不够;
 - e. 资源不足。
 - ②计划是否有问题, 计划的问题往往是:
 - a. 现状把握不准;
 - b. 计划阶段的信息有误和/或知识不够,导致对策有误;
 - c. 对实施效果的测算有误;
 - d. 没有把握住实际拥有的能力。
 - (六)防止再发生和标准化
 - 对质量改进有效的措施,要进行标准化,纳入质量文件,以防止同样的问题再次发生。
 - 1. 活动内容
- (1)为改进工作,应再次确认 5W1H,即 What (什么)、Why (为什么)、Who (谁)、Where (哪里)、When (何时做)、How (如何做),并将其标准化,制定成工作标准。
 - (2)进行有关标准的准备及宣贯;
 - (3) 实施教育培训;
 - (4)建立保证严格遵守标准的质量责任制。
 - 2. 注意事项

为防止同样的质量问题再次发生,纠正措施必须标准化,其主要原因是:

- (1)没有标准,问题会再次发生。
- (2)没有明确的标准,新来的员工在作业中很容易出现以前同样的问题。标准化工作并不是制定几个标准就算完成了,必须使标准成为员工思考习惯的一部分。为了贯彻实施标准,必须对员工进行知识和技术的教育和培训。
- ①作业层次的标准化是表示作业顺序的一种方法。单就 How(如何做)规定出的有关内容就可认为是标准了,含有 4W1H(除去"为什么"Why)的话,就可以认为非常完全了。对于完成作业的方

法,没有"为什么"也许是可以接受的,但对于员工却是不可缺少的内容,因为他们需要了解为什么要这么做。

- ②导人新标准时有时会产生差错,其主要原因是标准没有充分地准备和宣贯。实施新标准意味着作业方法将发生改变,这时会引起许多细小的差错。尤其对于将工作划分成许多具体操作,系统性很强的作业现场,一部分工作做了调整,另一部分未做相应调整,于是问题就出现了。因此,导人新标准时,要将原标准撤出作业现场,向员工进行新标准的宣贯。
- ③反复、充分地教育培训对标准的顺利实施是必要的。要就新标准要求的有关内容和技能进行教育培训,否则标准再完备也无法保证严格遵守,无法防止同样的质量问题再次出现。

(七)总结

对改进效果不显著的措施及改进实施过程中出现的问题,要予以总结,为开展新一轮的质量改进活动提供依据。

- 1. 活动内容
- (1)找出遗留问题。
- (2) 考虑解决这些问题后下一步该怎么做。
- (3) 总结本次质量改进活动过程中,哪些问题得到顺利解决,哪些尚未解决。
- 2. 注意事项
- (1)在质量、成本、交货期、安全、激励和环境的改进活动中,将不合格品率降为零或一步就 达到国际先进水平是不可能的,因此,质量改进活动要长期持久地开展下去。开始时就定下一个期 限,到时候进行总结,哪些完成了,哪些未完成,完成到什么程度,及时总结,然后进入下一轮的 质量改进活动中去。
 - (2)应制订解决遗留问题的下一步行动方案和初步计划。

第三节 质量改进的组织与推进

一、质量改进的组织形式

质量改进的组织形式分为正式的和非正式的,这主要取决于改进项目的规模。表 6.3-1 说明了质量改进的组织形式。

	衣 0.3-1	的组织形式	
	实例	指导组织	诊断组织
1.	、降低汽车故障率	正式的可靠性委员会	可靠性工程部门
2,	、降低铸件废品损失	经理加一名顾问的正式会议	质量控制部门
3、	、提高青霉素的产量	工厂经理	工厂经理
4.	改进地毯毛条重量的均匀性	部门经理加一名顾问	一名质量控制工程师
5、	、减少收音机的总装不合格	QC 小组	QC 小组

表 6.3-1 质量改进的组织形式

二、质量改进的组织

质量改进的组织分为两个层次:一是从整体的角度为改进项目配备资源,这是管理层,即质量委员会;一是为了具体地实施改进项目,这是实施层,即质量改进团队,或称质量改进小组、QC小组。

(一)质量委员会

质量改进组织工作的第一步是成立公司的质量委员会(或其他类似机构),委员会的基本职责是推动、协调质量改进工作并使其制度化。质量委员会通常是由高级管理层的部分成员组成,上层管理者亲自担任高层质量委员会的领导和成员时,委员会的工作最有效。在较大的公司中,除了公司一级的质量委员会外,分公司设质量委员会也很普遍。当公司设有多个委员会时,各委员会之间一般是相互关联的,通常上一级委员会的成员担任下一级委员会的领导。

质量委员会的主要职责为:

- (1)制定质量改进方针;
- (2)参与质量改进:
- (3) 为质量改进团队配备资源;

- (4) 对主要的质量改讲成绩进行评估并给予公开认可。
- (二)质量改进团队

质量改进团队不在公司的组织结构图中,是一个临时性组织,团队没有固定的领导。尽管质量 改进团队在世界各国有各种名称,例如 QC 小组,质量改进小组,提案活动小组等等,但基本组织 结构和活动方式大致相同,通常包括组长和成员。

1. 组长的职责

组长通常由质量委员会或其他监督小组指定,或者经批准由团队自己选举。

组长有以下几种不同的职责:

- (1)与其他成员一起完成质量改进任务;
- (2)保证会议准时开始、结束:
- (3) 做好会议日程、备忘录、报告等准备工作和公布;
- (4) 与质量委员会保持联系;
- (5)编写质量改进成果报告。
- 2. 成员的职责
- (1)分析问题原因并提出纠正措施;
- (2) 对其他团队成员提出的原因和纠正措施提出建设性建议;
- (3) 防止质量问题发生,提出预防措施;
- (4)将纠正和预防措施标准化;
- (5)准时参加各种活动。
- 三、质量改进的障碍

虽然质量改进有严密的组织,有一定的实施步骤,并在一些公司取得了成果,但多数公司的情况并不尽如人意,有的是由于企业不知道如何去改进,也有的是由于某些内在因素阻碍了企业将质量改进常年进行下去。在进行质量改进前,有必要先了解一下开展质量改进活动主要会有哪些障碍。

(一)对质量水平的错误认识

有些企业,尤其是质量管理搞得较好的企业,往往认为自己的产品质量已经不错了,在国内已经名列前茅,产品质量没有什么可改进的地方。即使有,投入产出比也太小,没有进行质量改进的必要。但实际情况是,它们与世界上质量管理搞得好的企业无论是实物水平还是质量管理水平都有很大差距。这种错误认识,成了质量改进的最大障碍。

(二)对失败缺乏正确的认识

有些人认为质量改进活动的某些内在因素决定了改进注定会失败,这一结论忽视了那些成功的企业所取得的成果(这些企业的成功证明了这些成果不是遥不可及的)。此外,成功的企业还发表了如何取得这些成果的过程,这就为其他企业提供了可吸取的经验和教训。

(三)"高质量意味着高成本"的错误认识

有些管理人员认为: "提高质量要以增加成本为代价"。这种人一方面认为提高质量只能靠增强检验,或只能使用价格更昂贵的原材料,或只能购进精度更高的设备;另一方面被"质量"一词所具有的双重含义而误导。如果质量的提高是基于产品特性的改进(通过产品开发),从这一点上讲,质量的提高可能会造成成本的增加,因为改进产品特性通常是需要投入资本的。但如果质量的提高是基于长期浪费的减少,成本通常会降低。

(四)对权力下放的错误理解

企业领导们都知道"一个好的管理者应该懂得如何放权"。但是在质量改进上,部分企业却做得不够好,这些企业的管理者试图将自己在质量改进方面的职责全部交给下属来做,使自己能有更多的时间来处理其他的工作;或者他们对下级或基层员工的能力信任度不够,从而在改进的支持和资源保障方面缺乏力度,使质量改进活动难以正常进行。但成功的企业却不这样做,每一个管理者都负责改进的决策工作,并亲自担负某些不能下放的职责。

上层管理者不宜下放的职责有:

上层管理者必须参与质量改进活动,只参与意识教育、制定目标而把其余的工作都留给下属是 不够的。下述管理者的职责是"不官下放的"。

- (1)参与质量委员会的工作:这是上层管理者最基本的参与方式。
- (2)批准质量方针和目标:越来越多的企业已经或者正在制定质量方针和目标,这些方针和目标在公布前必须获得上层管理者的批准。
- (3)提供资源: 只有为质量改进提供必要的资源,包括人、工作条件、环境等,才能保证质量改进的顺利实施。
- (4)予以表彰:表彰通常包括某些庆祝活动,这类活动为上层管理者表示其对质量改进的支持提供了重要的机会。
- (5)修改工资及奖励制度:目前大部分公司的工资及奖励方法不包含质量改进内容,所以要修改这些制度,并让管理者批准。

(五)员工的顾虑

进行质量改进会对企业文化产生深远的影响,远不止表面上精神所发生的变化。例如会增添新的工种;岗位责任中会增添新的内容;企业管理中会增添团队精神这一概念;质量的重要性得到承认,而其他工作的重要性相对降低;公司会要求为实施上述改变而进行培训,等等。总的来说,它是一种巨变,打破了企业原有的平静。

对员工而言,这一系列变化所带来的影响中,他们不愿意的莫过于使他们的工作和地位受到了威胁。比如,降低长期浪费会减少返工的需要,这样从事返工的人就会失去工作,而这类工作的取消又会对主管人员的工作或地位构成威胁。

然而,质量改进是保持竞争力的关键所在。如果不前进,所有的人都保不住饭碗。因此,企业 应该进行改进,只是在改进的同时,要认识到员工的顾虑,需要和他们进行沟通,解释为什么要进 行改进。

四、持续的质量改进

改进过程不是一次性工作,持续开展质量改进活动是非常重要的。古语云,"滴水穿石",公司要获得成功就要持续进行质量改进,这也是 ISO 9000:2000 所强调的质量管理八大原则之一。而持续改进必须做好以下几方面的工作。

(一)使质量改进制度化

要使公司的质量改进活动制度化,应做到:

- (1)公司年度计划应包括质量改进目标,使质量改进成为员工岗位职责的一部分。
- (2) 实施上层管理者审核制度,即 IS09000 质量体系中要求的管理评审,使质量改进进度和效果成为审核内容之一。
 - (3) 修改技术评定和工资、奖励制度, 使其与质量改进的成绩挂钩。

(二)检查

上层管理者按计划、定期对质量改进的成果进行检查是持续进行年度质量改进的一个重要内容。不这样做,质量改进活动同那些受到检查的活动相比,就无法获得同样程度的重视。

- (1)检查结果。根据不同的结果,应该安排不同的检查方式,有些项目非常重要,就要查得仔细些,其余的项目可查得粗些。
- (2)检查的内容。进度检查的大部分数据来自质量改进团队的报告,通常要求质量改进成果报告明确下列内容:
 - ①改进前的废品或其他如时间、效率的损失总量;
 - ②如果项目成功,预计可取得的成果;
 - ③实际取得的成果:
 - ④资本投入及利润:
 - ⑤其他方面的收获(如:学习成果、团队凝聚力、工作满意度等等)。
- (3)成绩评定。检查的目的之一是对成绩进行评定,这种评定除针对项目外,还包括个人,而 在组织的较高层次,评定范围扩大到主管和经理,此时评定必须将多个项目的成果考虑进来。

(三)表彰

通过表彰,使被表彰的员工了解自己的努力得到了承认和赞赏,并使他们以此为荣,获得别人的尊重。

(四)报酬

报酬在以往主要取决于一些传统指标的实现:如成本、生产率、计划和质量等。而为了体现质量改进是岗位职责的一部分,评定中必须加进一项新指标,即持续质量改进指标。质量改进不是一种短期行为,质量改进是组织质量管理的一项新职能,对原有的文化模式造成了冲击,对公司保持其竞争力至关重要,因此必须反映到岗位责任和工资及奖励制度中去。否则,员工工作表现的评定将仍根据其对传统目标的贡献,而使持续质量改进得不到足够的重视而受挫。

(五)培训

培训的需求非常广泛,因为质量改进是公司质量管理的一项重要职能,为所有的人提出了新的任务,要承担这些新的任务,就需要大量的知识和技能培训。

第四节 质量改进的工具与技术

一、因果图

(一)因果图的概念

导致过程或产品问题的原因可能有很多因素,通过对这些因素进行全面系统地观察和分析,可以找出其因果关系。因果图就是一种简单易行的方法。

因果图是一种用于分析质量特性(结果)与可能影响质量特性的因素(原因)的一种工具。它可用于以下几个方面:

- (1)分析因果关系:
- (2) 表达因果关系;
- (3)通过识别症状、分析原因、寻找措施,促进问题解决。

许多可能的原因可归纳成原因类别与子原因,画成形似于鱼刺的图,所以该工具又称鱼刺图,如图 6.4-1 所示。

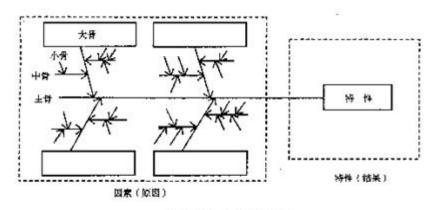


图 6.41 因果图的结构

1953年,日本东京大学教授石川馨第一次提出了因果图,所以因果图又称石川图(Ishikawa chart)。石川教授和他的助手在研究活动中用这种方法分析影响质量问题的因素,由于因果图非常实用有效,在日本的企业得到了广泛的应用,很快又被世界上许多国家采用。因果图不仅仅用在解决产品质量问题方面,在其他领域也得到广泛的应用。

因果图主要用于分析质量特性与影响质量特性的可能原因之间的因果关系,通过把握现状、分析原因、寻找措施来促进问题的解决。

(二)因果图的绘制

绘制因果图不是一件轻而易举的工作,可以说质量问题能否顺利解决,绘制因果图是关键。在 介绍因果图的绘制方法之前,,我们用一个示例来说明因果图的结构。

1. 因果图示例

有关运动员比赛成绩不好的因果图示例如 6.4-2 所示,由于篇幅有限,没有将影响原因具体描述,例如:"睡眠时间不够"表示为"时间";"缺乏有效的训练计划"表示为"计划",实际应用时应该描述完整、准确。

2. 利用逻辑推理法绘制因果图的步骤

第一步,确定质量特性(结果),因果图中的"结果"可根据具体需要选择。

第二步,将质量特性写在纸的右侧,从左至右画一箭头(主骨),将结果用方框框上;接下来列出影响结果的主要原因作为大骨,也用方框框上。

第三步,列出影响大骨(主要原因)的原因,也就是第二层次原因,作为中骨;接着,用小骨列出影响中骨的第三层次的原因,如此类推。

第四步,根据对质量特性影响的重要程度,将认为对质量特性有显著影响的重要因素标出来。 第五步,在因果图上记录必要的有关信息。

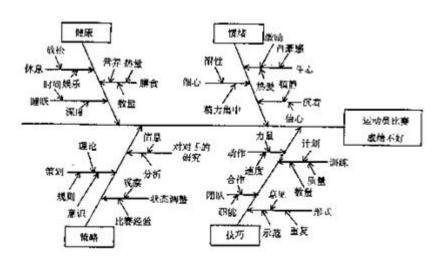


图 6.42 因果图示例

一开始使用这种方法可能感到比较困难,这时,最好的办法就是看一看质量特性有没有波动,如果数据表明存在波动,就要想想为什么会存在波动。

当要画某种不合格的因果图时,比如,可能会从数据中发现每周内不同的日期里,这种不合格发生的次数有所不同,如果这种不合格在星期一发生的次数比其他日期次数多,就可以换个角度考虑,"为什么会产生不合格?","为什么这种不合格在星期一发生的次数比其他日期多"?这样可以找出星期一与其他日期不同的原因,最终发现产生不合格的原因。

用这种思考方法,确定结果和第一层次原因(主骨)、大骨和中骨、中骨和小骨之间的关系,构成了逻辑上的因果关系。

因果分析图完成以后,下一步就是要评价各因素的重要程度。因果图中所有的因素与结果不一定紧密相关,将对结果有显著影响的因素做出标记。

最后,在因果图上标明有关资料,如产品、工序或小组的名称,参加人员名单,日期等等。 以上这种因果图的绘制方法我们称之为"逻辑推理法"。

3. 利用发散整理法绘制因果图的步骤

第一步, 选题, 确定质量特性。

第二步,尽可能找出所有可能会影响结果的因素。

第三步,找出各原因之间的关系,在因果图上以因果关系箭头联接起来。

第四步,根据对结果影响的重要程度,将认为对结果有显著影响的重要因素标出来。

第五步, 在因果图上标上必要的信息。

因果图方法的显著特点是包括两个活动,一个是找出原因,另一个是系统整理这些原因。

查找原因时,要求开放式的积极讨论,最有效的方法是"头脑风暴法",用过去的说法就叫"诸葛亮会"。

绘制因果图时,影响结果的原因必须从小骨到中骨,从中骨到大骨进行系统整理归类。

以上介绍的这种因果图绘制方法可称之为"发散整理法",即先放开思路,进行开放式、发散性思维,然后根据概念的层次整理成因果图的形状。

这两种方法有时可以结合起来使用。

- (三)因果图的注意事项
- 1. 绘制因果图的注意事项
- (1)确定原因时应通过大家集思广益,充分发扬民主,以免疏漏。

必须确定对结果影响较大的因素。如果某因素在讨论时没有考虑到,在绘图时当然不会出现在图上。因此,绘图前必须让有关人员都参加讨论,这样,因果图才会完整,有关因素才不会疏漏。

- (2)确定原因,应尽可能具体质量特性如果很抽象,分析出的原因只能是一个大概。尽管这种图的因果关系,从逻辑上虽说没有什么错误,但对解决问题用处不大。
 - (3)有多少质量特性,就要绘制多少张因果图

比如,同一批产品的长度和重量都存在问题,必须用两张因果图分别分析长度波动的原因和重量波动的原因。若许多因素只用一张因果图来分析,势必使因果图大而复杂,无法管理,问题解决起来也很困难,无法对症下药。

(4) 验证

如果分析出的原因不能采取措施,说明问题还没有得到解决。要想改进有效果,原因必须要细分,直至能采取措施为止。不能采取措施的因果图只能算是练习了。

实际上,注意事项的内容分别要实现"重要的因素不要遗漏"和"不重要的因素不要绘制"两方面要求。正如前面提到过,最终的因果图往往越小越有效。

- 2. 使用因果图的注意事项
- (1)在数据的基础上客观地评价每个因素的重要性每个人要根据自己的技能和经验来评价各因素,这一点很重要,但不能仅凭主观意识或印象来评议各因素的重要程度。用数据来客观评价因素的重要性比较科学又符合逻辑。
 - (2) 因果图使用时要不断加以改进

质量改进时,利用因果图可以帮助我们弄清楚因果图中哪些因素需要检查。同时,随着我们对客观的因果关系认识的深化,必然导致因果图发生变化,例如:有些需要删减或修改,有些需要增加,要重复改进因果图,得到真正有用的因果图,这对解决问题非常有用。同时,还有利于提高技术熟练程度,增加新的知识和解决问题的能力。

二、排列图

(一)排列图的概念

质量问题是以质量损失(不合格项目和成本)的形式表现出来的,大多数损失往往是由几种不合格引起的,而这几种不合格又是少数原因引起的。因此,一旦明确了这些"关键的少数",就可消除这些原因,避免由此所引起的大量损失。用排列图法,我们可以有效地实现这一目的。

排列图是为了对发生频次从最高到最低的项目进行排列而采用的简单图示技术。排列图是建立在巴雷特原理的基础上,主要的影响往往是由少数项目导致的,通过区分最重要的与较次要的项目,可以用最少的努力获取最佳的改进效果。

1897年,意大利经济学家巴雷特(V. Pareto)提出了一个公式,这个公式表明社会上人们收入的分布是不均等的。1907年,美国经济学家洛伦兹(M. C. Lorenz)用图表的形式提出了类似的理论。这两位学者都指出大部分社会财富是掌握在少数人手里。后来,在质量管理领域,美国的朱兰博士(J. M. Juran)运用洛伦兹的图表法将质量问题分为"关键的少数"和"次要的多数",并将这种方法命名为"巴雷特分析法"。朱兰博士指出,在许多情况下,多数不合格及其引起的损失是由相对少数的原因引起的。

排列图按下降的顺序显示出每个项目(例如不合格项目)在整个结果中的相应作用。相应的作用可以包括发生次数、有关每个项目的成本或影响结果的其他指标。用矩形的高度表示每个项目相应的作用大小,用累计频数表示各项目的累计作用。

(二)制作排列图的步骤

第一步,确定所要调查的问题以及如何收集数据。

- (1)选题,确定所要调查的问题是哪一类问题,如不合格项目、损失金额、事故等等。
- (2) 确定问题调查的期间,如自3月1日至4月30日止。

(3)确定哪些数据是必要的,以及如何将数据分类,如:或按不合格类型分,或按不合格发生的位置分,或按工序分,或按机器设备分,或按操作者分,或按作业方法分等等。

数据分类后,将不常出现的项目归到"其他"项目。

(4) 确定收集数据的方法,以及在什么时候收集数据,通常采用调查表的形式收集数据。

第二步,设计一张数据记录表,如表 6.4-1 所示,这是某铸造企业在调查铸件质量问题时的案例。

第三步,将数据填入表中,并合计。

不会結果物

表 6.4-1

第四步,制作排列图用数据表,表中列有各项不合格数据,累计不合格数,各项不合格所占百分比以及累计百分比,如表 6.4-2 所示。

53

不合格填调查表

1

4.9.45%38						
146	凝		IR -			
*	Ði	1	医电阻正正正正正		42	
16	栗		ıt:-		6	
5	H	他在天正 区	EEGA-TE¥EEGA-V	TEE	104	
44	紋	i —				
60	Œ	_	医正形 单		20	
Ж	枪	15 th 27			14	
Ĥ	Ħ				200	
Ŕ 6.4-2	Ħ		排列团数据表	1.00	200	
		不合格数	排列团数据表	(比赛 (东)		
¢ 6.4-2		不合格效 104		. 52		
₹ 6.4-2 不合格	类型		累计不合格数		果計步:李 (G	
於 6.4-2 不合格	· 美型	104	東计不合格数 104	52 21 10	泉計步:寒 (G.	
於 6.4-2 不合格 旁	美型 武 也	104 42	銀计水合标数 104 146	52 21 10	第計世:事(GL 52 73	
を 6.4-2 不合格 等 表 も	(表型 (表)	104 42 26 10	銀計不合格數 104 146	52 2f 10	第計步:本(G. 52 73 83	
を 6.4-2 不合格 等 原 形	类型 此 的 服 型	104 42 30 10	銀汁不合格数 104 146 166	52 21 10	第計世:零(Ga 52 7/3 83 88	

第五步,按数量从大到小顺序,将数据填入数据表中。"其他"项的数据由许多数据很小的项目合并在一起,将其列在最后,而不必考虑"其他"项数据的大小。

200

第六步, 画两根纵轴和一根横轴, 左边纵轴, 标上件数(频数)的刻度, 最大刻度为总件数(总频数); 右边纵轴, 标上比率(频率)的刻度, 最大刻度为 100%。左边总频数的刻度与右边总频率的刻度(100%)高度相等。

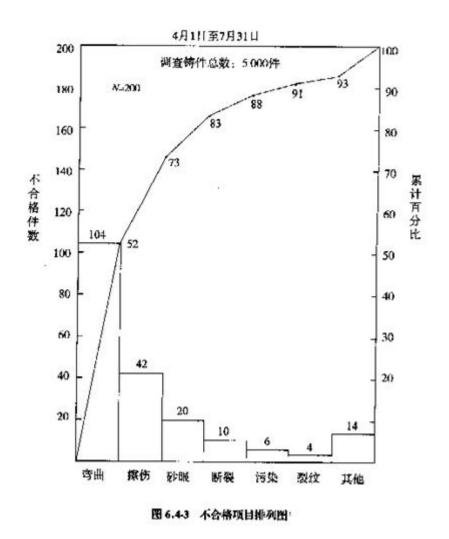
横轴上将频数从大到小依次列出各项。

第七步,在横轴上按频数大小画出矩形,矩形的高度代表各不合格项频数的大小。

第八步,在每个直方柱右侧上方,标上累计值(累计频数和累计频率百分数),描点,用实线连接,画累计频数折线(巴雷特曲线)。

第九步,在图上记人有关必要事项,如排列图名称、数据、单位、作图人姓名以及采集数据的 时间、主题、数据合计数等等。

根据表 6.4-2 的数据制做出的排列图如图 6.4-3:



(三)排列图的

分类

正如前面所述,排列图是用来确定"关键的少数"的方法,根据用途,排列图可分为分析现象用排列图和分析原因用排列图。

1. 分析现象用排列图

这种排列图与以下不良结果有关, 用来发现主要问题。

- (1) 质量: 不合格、故障、顾客抱怨、退货、维修等;
- (2) 成本: 损失总数、费用等;
- (3) 交货期: 存货短缺、付款违约、交货期拖延等;
- (4) 安全: 发生事故、出现差错等。
- 2. 分析原因用排列图

这种排列图与过程因素有关,用来发现主要问题。

- (1)操作者:班次、组别、年龄、经验、熟练情况以及个人本身因素;
- (2) 机器: 机器、设备、工具、模具、仪器:
- (3) 原材料:制造商、工厂、批次、种类;
- (4)作业方法:作业环境、工序先后、作业安排、作业方法。
- (四)排列图的注意事项
- 1. 制作排列图的注意要点

- ①分类方法不同,得到的排列图不同。通过不同的角度观察问题,把握问题的实质,需要用不同的分类方法进行分类,以确定"关键的少数",这也是排列图分析方法的目的。
- ②为了抓住"关键的少数",在排列图上通常把累计比率分为三类:在0%~80%间的因素为 A 类因素,也即主要因素;在80%~90%间的因素为 B 类因素,也即次要因素;在90%~100%间的因素为 C 类因素,也即一般因素。
- ③如果"其他"项所占的百分比很大,则分类是不够理想的。如果出现这种情况,是因为调查的项目分类不当,把许多项目归在了一起,这时应考虑采用另外的分类方法。
 - ④如果数据是质量损失(金额), 画排列图时质量损失在纵轴上表示出来。
 - 2. 使用排列图的注意要点

如果希望问题能简单地得到解决,必须掌握正确的方法。

排列图的目的在于有效解决问题,基本点就是要求我们只要抓住"关键的少数"就可以了。如果某项问题相对来说不是"关键的",我们希望采取简单的措施就能解决。

引起质量问题的因素会很多,分析主要原因经常使用排列图。根据现象制做出排列图,确定了要解决的问题之后,必然就明确了主要原因所在,这就是"关键的少数"。

排列图可用来确定采取措施的顺序。一般地,把发生率高的项目减低一半要比发生问题的项目完全消除更为容易。因此,从排列图中矩形柱高的项目着手采取措施能够事半功倍。

对照采取措施前后的排列图,研究组成各个项目的变化,可以对措施的效果进行验证。利用排列图不仅可以找到一个问题的主要原因,而且可以连续使用,找出复杂问题的最终原因。

(五)排列图和因果图结合使用

要解决质量问题,可将几种方法结合起来使用。将排列图和因果图结合起来特别有效,下面是一个典型的示例:

1. 选题

例如,某制造工序,用排列图确定主要不合格项目,收集了两个月的不合格品数据,并对其进行了分类,发现尺寸不合格数量最大,占不合格品总数的 48%,因此就把重点放在减少尺寸不合格上。

2. 分析和对策

车间所有人员都参与讨论尺寸波动的原因,画出了因果图,并调查了所有零件尺寸的波动情况,以评价各因素对不合格的影响程度,如图 6.4-4 所示。将 6 月 1 日至 7 月 31 日的不合格品进行不合格原因排列图分析,如图 6.4-5 所示。从图 6.4-5 可以发现,装配位置对不合格发生次数影响最大。尽管操作标准中对装配位置有所规定,但装配方法没有用图示表示出来,这使得装配位置不尽一致,导致产品尺寸不合格。于是,车间人员设计了适当的装配方法,用图表示出来,并进行了标准化,加到作业标准中。

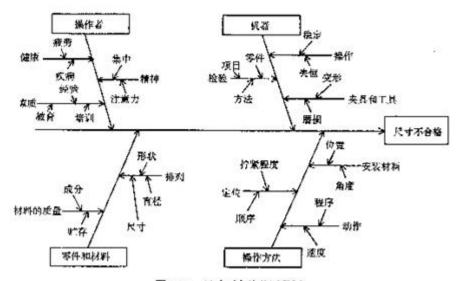
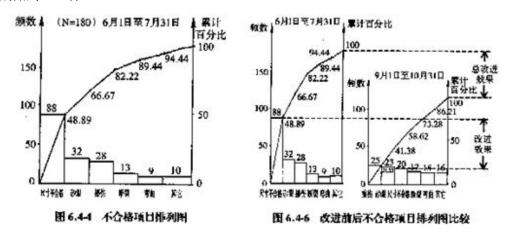


图 6.45 尺寸不合格的因果图

3. 改进的效果

进行改进后,收集9月1日至10月31日的数据,制作排列图比较结果,图6.4-6的两张排列图清晰地表明,经过改进,产品尺寸的不合格减少了,同样两个月时间内,尺寸不合格的零件数由180件减低到116件。



三、直方图

(一) 直方图的概念与作用

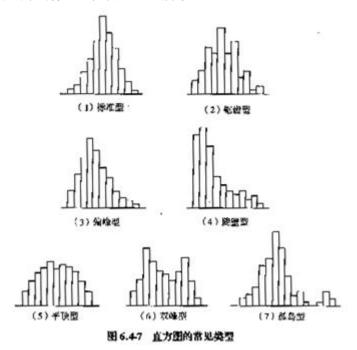
在第一章中讨论过直方图。直方图是对定量数据分布情况的一种图形表示,由一系列矩形(直方柱)组成。它将一批数据按取值大小划分为若干组,在横坐标上将各组为底作矩形,以落入该组的数据的频数或频率为矩形的高。通过直方图可以观测并研究这批数据的取值范围、集中及分散等分布情况。

直方图根据使用的各组数据是频数还是频率分为频数直方图与频率直方图,正如第一章中所指出的,在表示分布时又分为一般直方图与累积直方图两种。作为质量改进的一种工具,在本章中我们主要讨论一般的频数或频率直方图。它们的作法在第一章中已详细讨论过,这里不再重复。

(二)如何使用直方图

1. 直方图的常见类型

通常直方图有以下几种类型:如图 6.4-7 所示。



根据直方图的形状,可以对总体进行初步分析。

- (1)标准型(对称型)。数据的平均值与最大值和最小值的中间值相同或接近,平均值附近的数据的频数最多,频数在中间值向两边缓慢下降,以平均值左右对称。这种形状也是最常见的。
- (2)锯齿型。作频数分布表时,如分组过多,会出现此种形状。另外,当测量方法有问题或读错测量数据时,也会出现这种形状。
- (3)偏峰型。数据的平均值位于中间值的左侧(或右侧),从左至右(或从右至左),数据分布的频数增加后突然减少,形状不对称。当下限(或上限)受到公差等因素限制时,由于心理因素,往往会出现这种形状。
- (4) 陡壁型。平均值远左离(或右离) 直方图的中间值, 频数自左至右减少(或增加), 直方图不对称。当工序能力不足, 为找出符合要求的产品经过全数检查, 或过程中存在自动反馈调整时, 常出现这种形状。
- (5)平顶型。当几种平均值不同的分布混在一起,或过程中某种要素缓慢劣化时,常出现这种形状。
- (6) 双峰型。靠近直方图中间值的频数较少,两侧各有一个"峰"。当有两种不同的平均值相 差大的分布混在一起时,常出现这种形状。
- (7) 孤岛型。在标准型的直方图的一侧有一个"小岛"。出现这种情况是夹杂了其他分布的少量数据,比如工序异常、测量错误或混有另一分布的少量数据。
 - 2. 直方图与公差限的比较

加工零件时,有尺寸公差规定,将公差限用两条线在直方图上表示出来,并与直方图的分布进行比较。典型的五种情况如图 6.4-8 所示。评价总体时可予以参考。

- (1) 当直方图符合公差要求时:
- (a) 现在的状况不需要调整,因为直方图充分满足公差要求。
- (b) 直方图能满足公差要求,但不充分。这种情况下,应考虑减少波动。
- (2) 当直方图不满足公差要求时:
- (c)必须采取措施,使平均值接近规格的中间值。
- (d)要求采取措施,以减少变差(波动)。
- (e)要同时采取(c)和(d)的措施,既要使平均值接近规格的中间值,又要减少波动。

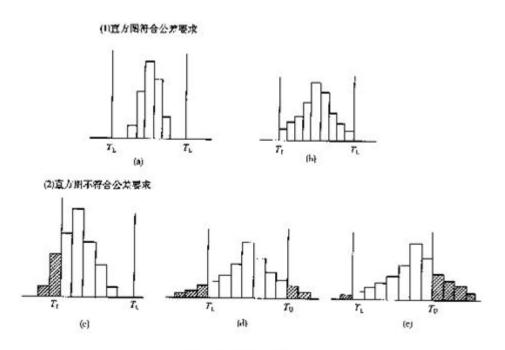


图 6.48 直方图和公差限

四、头脑风暴法

(一)头脑风暴法的概念头脑风暴法,又叫畅谈法、集思法等,是由美国奥斯本(Alex F. Osborn)博士于1941年提出来的。它是采用会议的方式,利用集体的思考,引导每个参加会议的人围绕某个中心议题(如质量问题),广开言路、激发灵感,在自己的头脑中掀起风暴,毫无顾忌、畅所欲言地发表独立见解的一种创造性思考的方法。

(二)头脑风暴法的用途

头脑风暴法可以用来识别存在的质量问题并寻求其解决的办法,还可用来识别潜在质量改进的机会,在质量改进活动中的用途很广。画因果图、树图、亲和图时,就可运用这种方法。使用头脑风暴法可引导小组成员创造性地思考,产生和澄清大量观点、问题或议题。

(三)头脑风暴法的应用步骤

头脑风暴法的应用步骤可分为三个阶段:

- 1. 准备阶段
- (1)准备会场,安排时间。会议时间以一小时为宜,不要超过两小时。时间过长,与会人员会疲倦,少有创意,同时也会失去兴趣。
- (2)确定会议组织者,明确会议议题和目的。要确定头脑风暴会议的组织者,明确阐述会议的目的。应用头脑风暴法目的在于为与会者创造一个激发思想火花的氛围,让与会者都能"眉头一皱,计上心来",积极发表自己的意见和看法,做到"知无不言,言无不尽"。

事先由会议组织者对议题进行调查,将内容作成说明资料,就限定范围、问题细则等,会议的 前一天交给参加者,让大家有充裕的时间来思考。

- (3)准备必要的用具,如大白纸 2~3 张,红色、黑色签字笔各 1 支,记录用纸若干,并选定记录入,在开会时将大家的创意要点迅速记录下来。
 - 2. 引发和产生创造思维的阶段

在这个阶段,首先质量管理的领导者、推进者,应熟悉并重温头脑风暴法的意义、精神实质和做法,组织与会者讨论、产生创意思维。在这个阶段,要注意下列几点:

- (1)与会者都是平等的,无领导和被领导之分;
- (2)与会的成员依次发表意见;
- (3)成员可以相互补充各自的观点,但不能评论、更不能批驳别人的观点;创意或发言内容的正误、好坏完全不要去批评,如果创意或意见被批评,与会者就不会提意见了。开会时,如有批评者,组织者要暗示制止;
- (4)提出奔放无羁的创意,欢迎有不同角度的想法,因为能够脱离习惯上的想法,才能产生突出的创意;
 - (5) 要当场把每个人的观点毫无遗漏地记录下来;
 - (6) 持续到无人发表意见为止;
 - (7)将每个人的意见重复一遍。
 - 3. 整理阶段

将每个人的观点重述一遍,使每个成员都知道全部观点的内容,去掉重复的、无关的观点,对各种见解进行评价、论证,最后进行集思广益,按问题进行归纳。评价论证归纳时要注意以下几点:

(1)是否还有另外更好的方法?

想出新的工作方法或新的改进手段虽然有益,但另一方面要考虑是否还有更为有效的方法,头脑风暴法的目的是考虑现有的手段或方法,来发现新的手段或方法。因此,虽然已有改进创意,但再想想有无更完善的改进。例如,不合格品的利用,考虑降低不良品率时,同时考虑不良品的利用方法也很重要。

(2)是否可借用过去相似的创意?

过去如有相似的创意,可以模仿。会议产生的创意,有时说是新创意,但仔细分析后,可能少不了与过去的某些创意有相似之处,完全独创者不多。所以,创意经常会有相类似的地方,过去的创意要多借、多用。

(3)是否可以变更?

如新的创意提出来以后,其中某一部分可否用其他创意的一部分来代替?

(4) 是否可以代替?

如用另外一件代用如何?有同样的功能,可以借来试试。看看有没有其他更简单、成本更低的 代用品,如果有,就值得试试。

万、树图

(一) 树图的概念

树图能将事物或现象分解成树枝状,又称树型图或系统图。树图就是把要实现的目的与需要采取的措施或手段,系统地展开,并绘制成图,以明确问题的重点,寻找最佳手段或措施。

在计划与决策过程中,为了达到某种目的,就需要选择和考虑某一种手段;而为了采取这一手段,又需要考虑它下一级的相应手段(参见图 6.4-9)。这样,上一级手段成为下一级手段的行动目的。如此把要达到的目的和所需的手段按顺序层层展开,直到可以采取措施为止,并绘制成树图,就能对问题有一个全面的认识,然后从图形中找出问题的重点,提出实现预定目标的最理想途径。

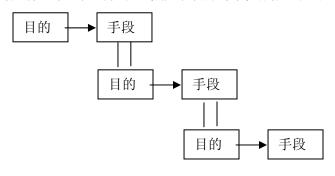


图 6.4-9 树图概念图

(二)树图的分类

在树图法中,所用的树图大体上可以分为两大类:一类是把组成事项展开,称为"构成因素展开型";另一类是把为了解决问题和达到目的或目标的手段、措施加以展开,称为"措施展开型"。

- (三)树图的主要用途
- (1)新产品研制过程中设计质量的展开;
- (2)制定质量保证计划,对质量保证活动进行展开;
- (3)目标、方针、实施事项的展开;
- (4) 明确部门职能、管理职能;
- (5) 对解决企业有关质量、成本、交货期等问题的创意进行展开。
- (四)绘制树图的一般步骤
- 1. 确定具体的目的或目标

要把应用树图最终要达到的目的或目标,明确地记录在卡片上。在确定具体的目的或目标时,应该注意:

- (1) 为了使任何人都能一目了然,必须把目的或目标的名词或短文以简洁的形式表示出来;
- (2) 在为达到目的、目标过程中,如果存在着制约事项,必须予以指明;
- (3)确定目的、目标时,首先要对已经确定的目的、目标,问几个"为什么?",也就是"为什么要实现该目的、目标?";
 - (4) 在确认了更高一级水平的目的、目标之后,还要确认原目的、目标是否恰当。
 - 2. 提出手段和措施

为了达到预定的目的、目标,必须召开会议集思广益,提出必要的手段、措施,并依次记录下来。提出这种手段、措施,有几种方法可供参考:

- (1) 从水平高的手段、措施开始,按顺序边想边提;
- (2)先提出被认为是最低水平的手段、措施,一边编组,一边按顺序提出较高水平的手段、措施;

(3)不管水平的高低,按随意想到的方式,提出手段、措施。

至于采用哪种方法,要视具体情况而定,不能一概而论。

3. 对措施、手段进行评价

要对提出的手段、措施一一进行评价,每项手段、措施是否适当,可行或是否需要经过调查才能确认。在有限制事项时,也要对该限制事项进行评价。

评价用○、△、×表示:

〇:表示可行。

△:表示调查之后才能确认。

×:表示不可行。

但对带有△的手段、措施,必须通过调查,才能明确是○型(可行)还是×型(不可行)。在进行评价时,需要特别注意:

- (1)不要用粗浅的认识进行评价,轻易否定别人提出的手段、措施;对这些手段、措施,要反复推敲、思考和调查,有许多措施初看是不行的,实践证明是可行的。
- (2)愈是离奇的思想和手段,愈容易被否定。但是,实践证明,当离奇的思想和手段实现后,往往效果更大,因此,更要慎重。
 - (3) 在进行评价的过程中,往往又会出现新的设想,要不断补充、完善。
 - 4. 绘制手段、措施卡片

把经过评价后提出的手段、措施,用通俗易懂的语言写在一张张卡片上。

5. 形成目标手段的树状展开图

摊开一张白纸,把绘制的目的、目标卡片放在纸的左侧中间,如有限制事项时,把这一限制事项记在目的、目标卡片的下方。

首先对目的、目标卡片提出问题I。

问题 I:为了实现这个目的、目标,需要采取什么手段、措施?

从绘制的手段、措施的卡片中,找出能回答这一问题的手段、措施卡片,把它安排在提出问题 的

目的、目标卡片的右侧,如果有2张以上的卡片,可以纵向排放,然后,把达到目的、目标与相应采取的手段、措施之间的关系联系起来。但是,这些手段、措施,一般还不能变为具体的行动。因此,为了实现上一水平的手段、措施,还必须对下一水平的手段、措施进行展开。

接着,又要对安排在这种目的、目标之后的各种手段、措施,提出问题 II。

问题Ⅱ:把手段、措施作为目的、目标,为了实现这个目的、目标,又需要采取什么手段、措施?

从绘制的手段、措施卡片中,找出能够回答这一问题的手段、措施卡片,把它安排在提出问题的手段、措施卡片右侧以下,不断重复提问问题 II ,把绘制成的所有手段、措施卡片按顺序排列在成为"目的"的手段、措施卡片的右侧,排列结束后,分别按"目的——手段"的关系,用线连接起来。

在树图绘制过程中,往往不等绘制手段、措施的卡片工作做完,就又会发现一些新的必要的手段、措施,必须一个个补充上去。同时,还要去掉那些不需要的或修改那些不清楚的手段、措施。特别需要注意的是,在树图法的应用过程中,绘制过程是最重要的一环,不能把全部精力仅仅放在整理这些手段、措施上,重要的是要仔细考虑如何更好地系统展开这些手段、措施,防止疏忽和遗漏。

6. 确认目标能否充分地实现

虽然做出了树图,但还需要从"手段"出发,确认上一级水平的"手段"(目的,)是否妥当,也就是说,首先对做出的树图的最低水平(最右端)的手段提出问题Ⅲ。

问题Ⅲ:实现这些手段、措施,能否达到高一级水平的目的、目标?

如果回答"行",那就依次对上一水平的"手段"(目的)提出同样的问题,并且确认所展开的手段、措施能否达到最初所确定的具体目的、目标。如果回答"不行",意味着所展开的手段,没有实现上一水平的"手段"(目的),必须增加所缺少的手段、措施。以上确认完成后,将为达到目

的、目标所必须的所有手段、措施都进行系统地展开,树图即告完成。图 6.4-10 表示以上顺序的图示情况。

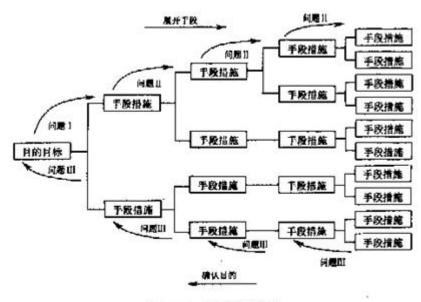


图 6.4-10 树图的绘制方法

7. 制定实施计划

根据上述方案,制定实施计划。这时,要把树图最低水平的手段更加具体化,并决定具体的实施内容、日期和负责人等。

(五) 树图法应用实例

这里就措施展开型树图举一例说明。

〔例 6.4-1]某公司是从事书籍装订布生产的专业厂家,但在作业时,按布幅方向发生断裂的不合格品每月平均有 59 件之多。而一旦发生不合格品,与其相关的作业就必须停机,每一件不合格品就会造成 80~90 米的产品报废。

于是,可以将"把因断裂而造成的不良降低到最小"设定为目标,进而分解为"不断裂"和"减少因断裂而产生的损失"两个目标,根据各种不同的情况,以头脑风暴法形成对策,在评价对策的基础上,作成图 6.4-11 所示的树图。对末端对策进行详细评价,确定了具体的实施事项,并逐一实施。结果,从对策实施后 6 个月,平均每月的损失减少了 13.2 件,而每件产品的损失也只有 35~45 米,只有原来的一半。

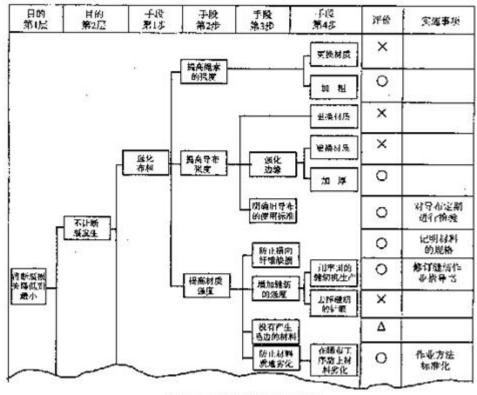


图 6.4-11 降低断裂损失的树树

六、过程决策程序图(PDPC)

(一)过程决策程序图(PDPC)法的概念企业管理中,要达到目标或解决问题,总是希望按计划推进原定各实施步骤。质量管理中遇到的问题往往也是这样。但是,随着各方面情况的变化,当初拟定的计划不一定行得通,往往需要临时改变计划。特别是解决困难的质量问题,修改计划的情况更是屡屡发生。为应付这种意外事件,就提出一种有助于使事态向理想方向发展的解决问题的方法,称为过程决策程序图(Process Decision Program Chart)法,简称 PDPC 法。

PDPC 法是运筹学中的一种方法,其工具就是 PDPC 图。所谓 PDPC 法,是为了完成某个任务或达到某个目标,在制定行动计划或进行方案设计时,预测可能出现的障碍和结果,并相应地提出多种应变计划的一种方法。这样,在计划执行过程中遇到不利情况时,仍能按第二、第三或其他计划方案进行,以便达到预定的计划目标。

制定计划时,不一定能把所有可能发生的问题全部考虑进去。实施时,随着工作的进展,原来没有考虑的问题逐渐暴露出来,或者原来没有想出的办法、方案已逐步形成。这时必须根据新的问题,再重新考虑措施,增加新的方案或活动,因此,PDPC 图不是一成不变的,而要根据具体情况,每隔一段时间修改一次。

- 1. PDPC 法的特征
- (1) PDPC 法不是从局部,而是从全局、整体掌握系统的状态,因而可作全局性判断。
- (2) 可按时间先后顺序掌握系统的进展情况。
- (3)可密切注意系统进程的动向,在追踪系统运转时,能掌握产生非理想状态的原因。同时, 从某一输入出发,依次追踪系统的运转,也能找出"非理想状态"。
 - (4) 当出现过去没有想到的情况时,可不断补充、修订计划措施。
 - 2. PDPC 法的概念

PDPC 法的概念如图 6.4-12 所示。

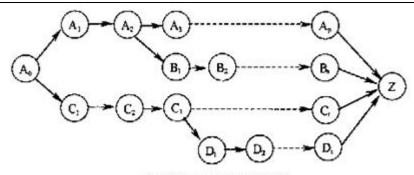


图 6.4-12 PDPC 法的概念图

(二)使用 PDPC 法的步骤

PDPC 法的基本步骤如下:

- (1) 召集所有有关人员(要求尽可能地广泛地参加)讨论所要解决的课题。
- (2)从自由讨论中提出达到理想状态的手段、措施。
- (3)对提出的手段和措施,要列举出预测的结果,以及提出的措施方案行不通,或难以实施时,应采取的措施和方案。
- (4)将各研究措施按紧迫程度、所需工时、实施的可能性及难易程度予以分类,特别是对当前要着手进行的措施,应根据预测的结果,明确首先应该做什么,并用箭条向理想的状态方向连接起来。
- (5)进而,决定各项措施实施的先后顺序,从一条线路得到的情报,要研究其对其他线路是否有影响。
 - (6)落实实施负责人及实施期限。
- (7)不断修订 PDPC 图。按绘制的 PDPC 进行实施,在实施过程中可能会出现新的情况和问题,需要定期召开有关人员会议,检查 PDPC 的执行情况,并按照新的情况和问题,重新修改 PDPC 图。

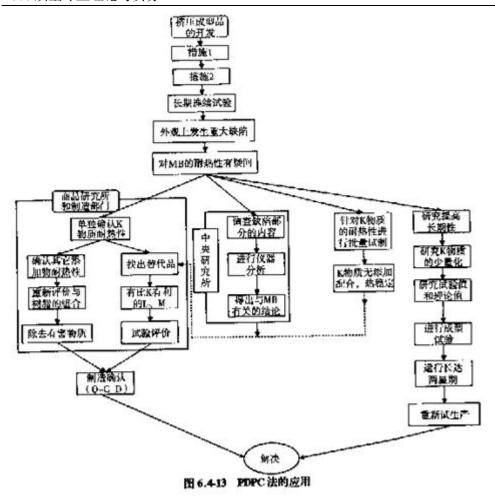
(三)PDPC 法的用途

利用 PDPC 法,可从全局、从整体掌握系统状态以做出全局性判断,可按时间顺序掌握系统的进展情况。在质量管理中,用 PDPC 法有助于在解决问题过程中,恰当地提出所有可能的手段或措施,在实施过程中碰到困难时,能迅速采取对策,其具体用途如下:

- (1)制订方针目标管理中的实施计划。
- (2)制订科研项目的实施计划。
- (3) 对整个系统的重大事故进行预测。
- (4)制订控制工序的措施。
- (四)PDPC 法应用实例

[例 6.4-2]在技术开发方面 PDPC 法的应用很广,现仅举一用于技术开发方面的实例进行说明。日本某厂试制成功的新产品在批量生产阶段,出现了试制阶段没有预料到的重大缺陷,从而绘制出 PDPC 图,如图 6.4-13 所示。

根据各方面的观察,认为出现重大缺陷是与原料 MB 的耐热性有关。因此,需要由负责研究的商品研究所、中央研究所和制造部门等三方共同研究协作,中央研究所负责对缺陷部分进行分析,并对造成缺陷原因的物质进行探索。商品研究所需要根据过去的经验确认 K 物质的耐热性。如果 K 物质的耐热性能良好,那么,就可以认为产生缺陷的原因与 K 物质和其他添加物的组合有关。在这种情况下,就要重新估价 K 物质和基本树脂的结合问题,如存在有害物质就应去除,如果是 K 物质本身的原因,就要寻找替代物,采用比 K 物质价格高的 L、M 物质作为代用品,但是,必须对 L、M 进行试验评价,如果没有任何问题,问题就解决了。另一方面,制造部门从现场的角度依次进行确认。中央研究所的分析结果依次传递到商品研究所和制造部门(图中用虚线标出)。通过三个部门的共同研究结果,查明了产生缺陷的原因,是由于开发阶段确定的 K 物质的添加量过多造成的。减少了 K 物质的添加量,经过二周的连续试验就解决了问题。



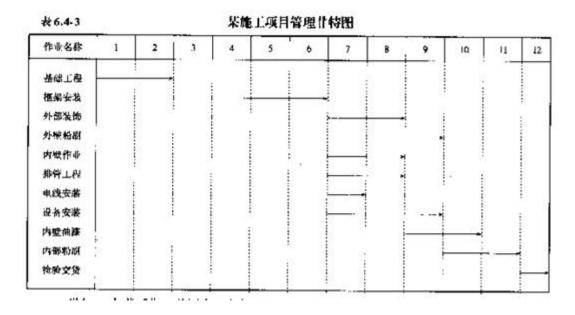
七、网络图

(一)网络图的概念

网络图又称为网络计划技术,它是安排和编制最佳日程计划,有效地实施进度管理的一种科学管理方法,其工具是箭条图,故又称矢线图。

所谓网络图是把推进计划所必须的各项工作,按其时间顺序和从属关系,用网络形式表示的一种"矢线图"。一项任务或工程,可以分解为许多作业,这些作业在生产工艺和生产组织上相互依赖、相互制约,网络图可以把各项作业之间的这种依赖和制约关系清晰地表示出来。通过网络图,能找出影响工程进度的关键和非关键因素,因而能进行统筹协调,合理地利用资源,提高效率与经济效益。

在日程计划与进度方面,人们常使用甘特图(Gantt Chart)。如一建筑施工企业将施工项目的管理作成甘特图,如表 6.4-3 所示。



甘特图只能给出比较粗略的计划简单的作业指示,由于表现不出作业间的从属关系,因而存在如下缺点:

- (1) 难以给出极详细的计划;
- (2) 在计划阶段不便于反复推敲与思考;
- (3) 进入实施阶段后的情况变化与计划变更难以处理;
- (4) 不能获得有关某项作业迟滞对整个计划影响的正确情报;
- (5)设计规模稍大即难以掌握计划全貌;
- (6) 难以判断进度上的重点。

20世纪50年代后期,美国海军在制订北极星导弹研制计划时,为弥补甘特(Gantt)图的不足,提出了一种新的计划管理方法,称为计划评审法(PERT-Program Evaluation Review Technique),使该导弹研制任务提前两年多完成。1956年,美国的杜邦和兰德公司为了协调公司内部不同业务部门的工作,提出了关键路线法CPM(Critical Path Method),取得显著效果。网络图是这两种方法的结合。

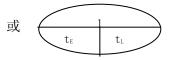
(二)网络图的组成

网络图是一张有向无环图,由节点、作业活动组成,如图 6.4-14 所示。

1. 节点

在网络图中, 节点是表示某一项作业的开始或结束, 在图中用





表示,也叫事件。节点不消耗资源,也不占用时间,只是时间的一个"交接点"。 其中1(或 2, 3, ···)表示节点,tE,tL 分别表示节点最早开工时间和最迟完工时间。

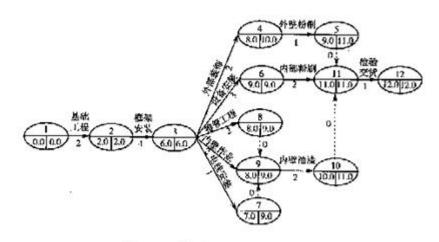


图 6.4-14 根据表 6.4-3 的甘特特同出的简条图

2. 作业

在网络图中,作业活动用箭条—→表示,箭条所指的方向为作业前进的方向,箭条图上方的文字表示作业名称,箭条下方的数字表示作业活动所需的时间。

在网络图中,还有一种虚作业,所谓"虚作业",系指作业时间为零的一种作业,以虚箭 条······→表示,它不占用时间,其作业是把先后的作业连接起来,表明它们之间的先后逻辑关系, 指明作业进行的方向。

- (三)网络图绘制规则
- (1) 网络图中每一项作业都应有自己的节点编号,编号从小到大,不能重复。
- (2) 网络图中不能出现闭环。也就是说,箭条不能从某一节点出发,最后又回到该节点。
- (3)相邻两个节点之间,只能有一项作业,也就是,只能有一个箭条。
- (4) 网络图只能有一个起始节点和一个终点节点。
- (5) 网络图绘制时,不能有缺口。否则就会出现多起点或多终点的现象。
- 以上是画网络图必须遵循的基本规则,违背了这些规则,就不可能应用网络图法正确地解决问题。
 - (四)网络图中时间值的计算
 - 1. 计算的目的
 - (1)确定整个工程的工期。
- (2)确定关键线路,便于控制工程进度。关键线路是由关键工序组成。所谓关键工序,就是在完成该工序的时间上,没有富裕时间,将关键工序连接起来,就是关键路线。

在网络图中,关键路线是所有路径中耗时最长的线路,关键路线上的时间之和是工程所需的时间,称为总工期。由于只有通过压缩关键路线上的活动时间,才能使整个工期缩短,因此关键路线上的活动是影响整个工程的主要因素。

关键路线上的延迟或提前,将直接导致整个项目总工期的拖延或提前完成。关键路线上的作业称为关键作业。关键作业在时间上没有回旋的余地。因此,要缩短总工期,必须抓住关键路线上的薄弱环节,采取措施、挖掘潜力,以压缩工期。关键路线能使管理者对工程心中有数、明确重点。有些特殊情况下,会出现一条以上的关键线路。

- (3) 计算非关键工序的时差。所谓时差,就是完成工序的时间上有富裕,有机动时间。有时差的工序是非关键工序,计算它的时差目的在于合理安排和调度劳动力、机器设备、物料和时间等资源。
 - 2. 节点时间值的计算方法

网络图节点时间值可以根据网络图依次计算各工序最早开工时间、最迟开工时间、最早完工时间、最迟完工时间。现以某工程项目网络图(图 6.4-15)为例,计算各节点最早开工时间和最迟完工时间。

(1) 计算节点最早开工时间值。从第一个节点开始依次往后逐一计算:

节点1从零开始,最早开工时间为零,即 tE(1)=0;

节点 2 的最早开工时间 tE(2)=tE(1)+t(1, 2)=0+3=3;

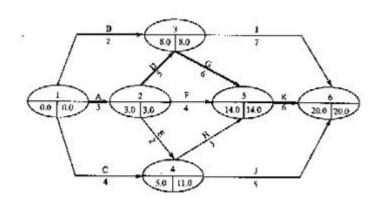


图 6.4-15 节点时间值计算示例

节点3的最早开工时间

$$tE(2) = \max \left\{ \begin{array}{l} tE(2) + t(2, 3) = 3+5 \\ tE(1) + t(1, 3) = 0+2 \end{array} \right\} = 8$$

同理,可计算得到:

tE(4)=5, tE(5)=14, tE(6)=20.

(2) 计算节点最迟完工时间值。从最后一个节点开始依次反向逐一计算:

节点 6 的最迟完工时间 tL(6)=tE(6)=20;

节点 5 的最迟完工时间 tL(5)=tL(6)-t(5,6)=20-6=14;

节点4的最迟完工时间

$$tE(4) = min \begin{cases} tL(5) - t(4, 5) = 10 - 3 \\ tL(6) - t(4, 6) = 20 - 5 \end{cases} = 11$$

同理,可计算得到:

tL(3)=8, tL(2)=3, tL(1)=0.

类似地,也可以计算各节点最迟开工时间和最早完工时间。

3. 作业时间的计算

作业时间的计算如表 6.4-4 所示。为了便于计算时差,在表中引入了"最早完工时间"和"最迟开工时间"术语。

网络图的时间计算比较麻烦,通常用专用软件进行运算比较方便。尤其对大而复杂的项目工程,专用软件更显示出其优越性。

	表 6.4-	-4	网络图	引时间计算表			
工序 代号 ①	节点号 ②	作业时间	最早开工时 间 ④=tE	最早完工时间 ⑤=④+③	最迟开工时间 ⑥=⑦-③	最迟完工时 间 ⑦	总时差 ⑧=⑥-④
A	(1, 2)	3	0	3	0	3	0
В	(1, 3)	2	0	2	6	8	6
С	(1, 4)	4	0	4	7	11	7
D	(2, 3)	5	3	8	3	8	0
Е	(2, 4)	2	3	5	9	11	6
F	(2, 5)	4	3	7	10	14	7
G	(3, 5)	6	8	14	8	14	0
Н	(4, 5)	3	5	8	11	14	6
Ι	(3, 6)	7	8	15	13	20	5
J	(4, 6)	5	5	10	15	20	10
K	(5, 6)	6	14	20	14	20	0

4. 关键线路的确定

总时差为零的工序是关键工序。从上表可以看出关键工序为 A、D、G、K, 因此,关键线路为 ①→②→③→⑤→⑥。关键线路在网络图中常用粗箭线表示,如图 6.4-15。

(五)网络计划的优化

所谓网络计划的优化,就是利用时差,不断改进网络计划的方法,达到工期最短,资源利用最有效和费用最少的一种方法。

从网络图上可以看出各工序的时差,时差越大,就表明机动时间就越多,优化的潜力就越大。 计算和利用时差,为计划进度的安排提供了可供选择的可能性,利用时差,可以进一步挖掘潜力, 求得计划安排和资源分配的合理方案。

(六)网络图的作用

总的来看,网络图具有以下作用:

- (1)制订详细的计划:
- (2) 可以在计划阶段对方案进行仔细推敲,从而保证计划的严密性:
- (3)进入计划实施阶段后,对于情况的变化和计划的变更都可以做出适当的调整;
- (4)能够具体而迅速地了解某项工作工期延误对总体工作的影响,从而及早采取措施,计划规模越大,越能反映出该工具的作用。

八、矩阵图

(一)矩阵图的概念

所谓矩阵图是一种利用多维思考去逐步明确问题的方法。其工具是矩阵图。就是从问题的各种关系中找出成对要素 L1, L2, ···, Li, ···, Ln 和 R1, R2, ···, Rj, ···, Rn, 用数学上矩阵的形式排成行和列, 在其交点上标示出 L 和 R 各因素之间的相互关系, 从中确定关键点的方法。

在分析质量问题的原因、整理顾客需求、分解质量目标时,将问题、顾客需求、质量目标(设为 L)放在矩阵图的左边,将问题的原因、顾客需求转化来的质量目标或针对质量目标提出的质量措施(设为 R)列在矩阵图的上方,用不同的符号表示它们之间关系的强弱,通常用◎表示关系密切,○表示有关系,△表示可能有关系,如图 6.4-16 所示。通过在交点处给出行与列对应要素的关系及关系程度,可以从二元关系中探讨问题所在和问题的形态,并得到解决问题的设想。

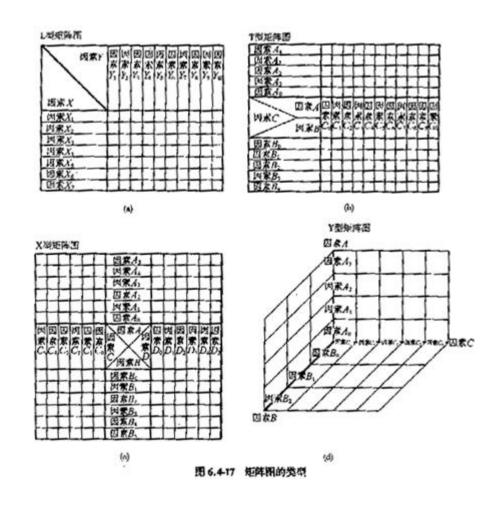
在寻求问题的解决手段时,若目的(或结果)能够展开为一元性手段(或原因),则可用树图法。 然而,若有两种以上的目的(或结果),则其展开用矩阵图法较为合适。

				I	?		
		R1	R2	•••	Rj	•••	Rn
	L1						0
	L2	0	0				0
Ţ	•••						
L	Li				0		Δ
	•••					- 着眼点	
	Lm	\triangle			0	有眼思	0

图 6.4-16 矩阵图的概念图

(二)矩阵图的种类

在矩阵图法中,按矩阵图的型式可将矩阵图分为 L 型、T 型、X 型和 Y 型四种。如图 6. 4–17 所示。



- (1) L 型矩阵图是一种最基本的矩阵图,如图 6. 4–17 (a) 所示,它是由 A 类因素和 B 类因素二元配置组成的矩阵图。这种矩阵图适用于把若干个目的和为了实现这些目的的手段,或若干个结果及其原因之间的关联。
- (2) T 型矩阵图是由 C 类因素和 B 类因素组成的 L 型矩阵图和由 C 类因素和 A 类因素组成的 L 型矩阵图组合在一起的矩阵图,如图 6.4-17(b) 所示。即表示 C 类因素分别与 B 类因素和 A 类因素相对应的矩阵图。

- (3) Y 型矩阵图是由 A 类因素和 B 类因素、B 类因素和 C 类因素、C 类因素和 A 类因素组成三个 L 型矩阵图,如图 6.4-17(d)所示,即表示 A 和 B、B 和 C、C 和 A 三因素分别对应的矩阵图。
- (4) X 型矩阵图是由 A 类因素和 C 类因素、C 类因素和 B 类因素、B 类因素和 D 类因素、D 类因素和 A 类因素的 L 型矩阵图组合在一起的矩阵图。即表示 A 和 C、D, C 和 A、B, B 和 C、D, D 和 A、B 四对因素分别对应的矩阵图,如图 6.4-17(c) 所示。

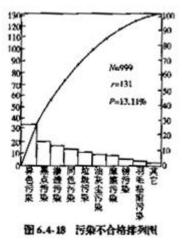
除以上介绍的四种矩阵图外,还有一种三维立体的 C 型矩阵图,但实际使用过程中,通常将其分解成几张平面矩阵图联合分析。

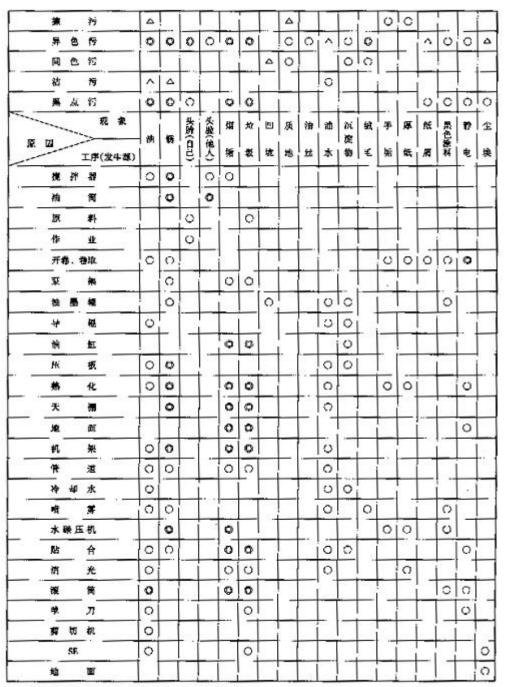
- (三)矩阵图的主要用途
- (1)确定系统产品开发、改进的着眼点:
- (2)产品的质量展开以及其他展开,被广泛应用于质量机能展开(QFD)之中;
- (3)系统核实产品的质量与各项操作乃至管理活动的关系,便于全面地对工作质量进行管理:
- (4) 发现制造过程不良品的原因;
- (5)了解市场与产品的关联性分析,制订市场产品发展战略:
- (6) 明确一系列项目与相关技术之间的关系;
- (7) 探讨现有材料、元器件、技术的应用新领域。
- (四)矩阵图应用实例

〔例 6. 4-3]调查不合格品原因日本某公司印刷封面,因经常脏污报废太多而大伤脑筋。尤其是由于淡色品种的产品增多,脏污现象更加严重,最终不合格品率竟超过了 10%。于是,决定进行脏污不合格品的研究。首先,按照脏污的不同种类,把检验数据分类,制成了排列图。如图 6. 4-18 所示。

在排列图的脏污不合格品中,应注意将脏污的现象(例如异色点、黑点污等)和脏污原因(例如油、锈、垃圾等)区别开来,然后,用矩阵图表示它们的相互关系,制成了如图 6.4-19 所示的脏污现象——原因——工序的 T 型矩阵图,以该矩阵图为中心,进行反复讨论,考虑对策,制成了如表 6.4-5 所示的"印刷封面脏污不合格对策一览表"。该表中的第一次对策,就是立即可以实施的对策;第二次对策,就是需要费点时间进行研究或者要花费相当费用才能实现的对策;第三次对策,就是需要进行长期研究或还没有具体对策而只有着眼点的对策。根据对策一览表,逐一把对策付诸实施,结果脏污不良品率很快降到 5%以下,随后还将继续下降。

在分析上述的不合格现象与产生原因之间的关系时,如果能得到数据,当然可以用数理统计方法进行定量分析。但是,至少需要收集 1~2 个月的数据,得耗费相当时间和精力。在矩阵图法中,用◎、○或△等符号来表示不良现象及其原因等造成对因素的关联程度时,由于容易掺入评价者的主观见解,所以,要完全反映真实情况是比较困难的。但是,如果能够得到多数有经验者的一致意见,可以在短时间内得到由长期经验所证明的满意结果。





注: Q表示关系密切; Q表示有关系; △表示可能有关系。

图 6.4-19 追查封面印刷驻污原因矩阵图

表 6.4-5

防止印刷脏污的对策一览表

CZ	极限	原因	第一次对策	黄任人	第二次对策	世任人	第三次对策	责任人
		袖	清理金属叶片					
	搅拌器	锈	定期更終進布(每 月內次)。清判(特別 馬叶片)		全部用不锈钢做成滚筒			
曲		煩垢						1
14		头脸(他人)	滑州 (特別是叶片)					
K .		t#	侧底清理凹部					T
~	液制	头脸(他人)	一定要加益					
		美粒(自己)		3			1 17-11/05 Tr	
1	原料	灰尘		-			Dates of the Control	
	作业	头脸(自己)	10.00K-10.	200 mg s				- CSC
		th.	液色时不要加油		使微子的位置升 高			
Ì		梯			Nov.			13.55
		手垢			100000	17.00		
	#卷、	浮紙	切去边缘后再用					1
	登 収	紙闸						
-	Ī	展色涂料			- NC15.00			
का		静电	衛伸时數设布					
几度	t	钠	3 5 5 5 5 6					
	聚架	烟垢			100			
		族华			2)			١.
85 U	油墨罐	抽			台棚干燥器角铁 的生锈脱落使导程		1.75T) 05	8
1		週境			直科变大			
		裁水	使原始略为强衡		将台粮跳跃器内 的金属改为轴承		考虑快速 返回装置的 方案	

		u						8	表
ĽZ	×	網	原門	第一次对策	世任人	第二次对货	奇任人	第二次对策	責任人
		T 40	沉淀物	ī — — —			1		
	780	野親	黑色涂料	用數水療胶媒			1		1
			袖	供包时不要加油			1-		-
	导	梅	機水				1 1		1
		_[液摩						
印刷,机械	樹		如红	定期中气吹屏蔽 (每3个月-次)				修正接头 的凹部	1
被		MZ	发生	T			-		
. !		_ [查律	物院始紅		改良排水管			
1			油	ī		防止向发热器飞			_
i	B	板上	15	1 清洗量子		教	1		
İ	-		直律 —	-	1	在线夹上涂上架 四氟C.烯			<u> </u>

九、亲和图

(一)亲和图的概念

所谓亲和图又称 KJ 法或 A 型图解法,是由日本学者川喜田二郎 (Kawakita Jiro)于 1970年前后研究开发并加以推广的方法。这种方法是针对某一问题,充分收集各种经验知识、想法和意见等语言、文字资料,通过亲和图进行汇总,并按其相互亲和性归纳整理这些资料,使问题明确起来,求得统一认识和协调工作,以利于问题解决的一种方法。

亲和图适合解决那些需要时间、慢慢解决、不容易解决而非解决不可的问题,不适用于简单的、需要迅速解决的问题。如图 6.4-20 所示。

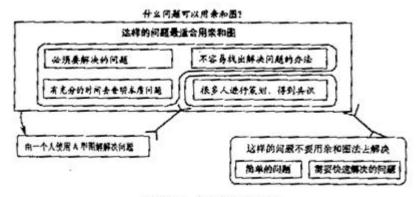


图 6.4-20 茶和图的应用场合

(二) 亲和图的绘制步骤

- 1. 确定课题
- 具体选择时,应参照图 6.4-20。
- 2. 收集语言资料

在亲和图的使用过程中,资料的收集是重要的一环。应按照客观事实,找出原始资料和思想火花,收集语言资料。

(1)语言文字资料的收集方法随亲和图的用途与目的不同而异,如表 6.4-6 所示。

10. 4	U	四日又丁贝尔	710米月14			
目的	直接观察法	文献调查法	面淡阅读法	头脑风暴法	回忆法	内省法
认识事物	•	0	0	0	0	×
归纳思想	•	0	•	0	0	•
打破常规	•	0	0	•	•	•
贯彻方针	×	×	×	•	0	0
说明: ●常用] ◎ 使用 C)不常使用 >	〈不用			

表 6.4-6 语言文字资料收集方法

- ①直接观察法。直接观察法是指亲自到现场去听、去看、亲手去摸,直接掌握情况,增强感性认识。质量管理是根据事实进行管理,十分重视掌握实际情况。而亲和图更强调掌握事实的重要性,所以用直接观察法收集语言资料是非常重要的。
- ②文献调查法和面谈阅读法。这两种方法包括查阅文献资料、直接征求别人的意见以及启发多数人新构思的集体创造性思考方法。因为,直接到现场去接触实物是有限度的,所以,为了广泛收集情况,这种间接调查方法也是有效的。并且征求别人的意见或新构思也只有用这个方法。
- ③头脑风暴法。是采用会议的方式,引导每个参加会议的人围绕某个中心议题广开言路,激发 灵感,在自己的头脑中掀起思想风暴,毫无顾忌、畅所欲言地发表独立见解的一种集体创造思维的 办法。
- ④回忆法和内省法。这两种方法又称"个人头脑风暴法",是个人对自己过去的经验进行回忆探索自己内心的状态的方法。采用这种方法时,要边思考、边把想到的东西记在笔记本上,然后,再反复阅读所记的笔记,以它作为扩展思路的触媒。
 - (2)可根据亲和图的不同用途和目的,采取不同的语言资料,如表 6.4-7 所示。

表 6.4-6

语言资料选择

目的	事实资料	意见资料	设想资料
认识事物	•	×	×
归纳思想	0	•	•
打破常规	•	0	•
贯彻方针	0	•	0
说明: ●常用 ◎使	月 〇不常使用	×不用	

3. 将语言资料制成卡片

将收集的语言资料,按内容进行逐个分类,并分别用独立的、简洁的语言写在一张张卡片上。 注意不要用抽象化的语言表述,而应尽量采用形象生动的、让大家都能理解的语言来表示。否则, 这些卡片在下一阶段就会失去应有的作用。

4. 整理综合卡片

卡片汇在一起以后,将卡片逐张展开,用一定的时间反复阅读几遍。在阅读卡片的过程中,要将那些内容相似或比较接近的卡片汇总在一起,编成一组,并命名。

整理卡片时,对无法归入任何一组的卡片,可以独立地编为一组。

5. 制图

卡片编组整理后,将它们的总体结构用容易理解的亲和图来表示。

6. 应用

绘制出亲和图后,可以反复观看,也可以采用小组的形式,组内轮流讲解,还可以就亲和图写一些报告,在这些活动过程中,就逐步达到了使用亲和图的目的。

(三) 亲和图的主要用途

(1)认识事物。对未知的事物或领域,认真收集实际资料,并从杂乱无章的资料中整理出事物的相互关系和脉络,就某件事情达成一致。

- (2)打破现状,提出新的方针。由于根据以往的经验,形成了一种固有的观念,阻碍了事物的发展,而有时往往经验是不可靠的。因此,就要打破旧框框,创造新思想。固有的观念体系一经破坏、崩溃,思想观念又处于混沌状态,这时,用亲和图法,重新确立自己的思想,提出新的方针。
- (3)促进协调、统一思想。不同观点的人们集中在一起,很难统一意见。最好能由相互理解的人员组成计划小组,为着共同的目标,小组成员提出自己的经验、意见和想法,然后将这些资料编成卡片并利用亲和图解法进行整理。
- (4) 贯彻方针。向下级贯彻管理人员的想法,靠强迫命令不会取得好结果。亲和图可以帮助人 们举行讲座,充分讨论,集思广益,从而将方针自然地贯彻下去。

(四)亲和图法实例

〔例 6.4-4]我国某企业在整理醪液浓度和蒸汽用量的关系时使用的亲和图如下,通过该图可以整理思路,把握现状,寻求突破。



图 6.4-21 京和图实例

十、流程图

(一)流程图的概念

流程图就是将一个过程(如工艺过程、检验过程、质量改进过程等)的步骤用图的形式表示出来的一种图示技术。通过一个过程中各步骤之间的关系的研究,能发现故障存在的潜在原因,知道哪些环节需要进行质量改进。流程图可以用于从材料直至产品销售和售后服务全过程的所有方面。流程图可以用来描述现有的过程,亦可用来设计一个新的过程。流程图法在质量改进活动中有着广泛的用途。流程图是由一系列容易识别的标志构成,一般使用的标志如图 6.4-22 所示。

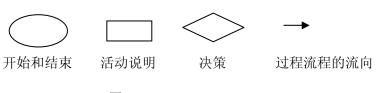
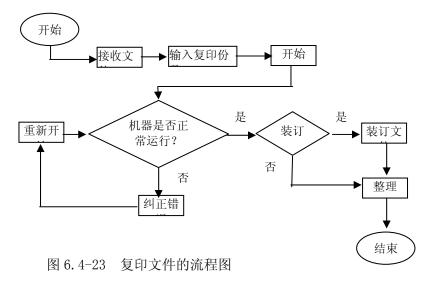


图 6.4-22

- (二)流程图应用程序
- (1) 判别过程的开始和结束。
- (2) 设想、观察或判断从开始到结束的整个过程。
- (3)规定在该过程中的步骤(输入、活动、判断、决定、输出)。
- (4) 画出表示该过程的一张流程图的草图。
- (5)与该过程的有关人员共同评审该草图。
- (6)根据评审结果,改进流程图草图。
- (7)与实际过程比较,验证改进后的流程图。
- (8)注明正式流程图的形成日期,以备将来使用和参考(可用作过程实际运作的记录,亦可用来判别质量改进的程度、机会)。
 - (三)流程图应用实例

图 6.4-23 为复印一份文件的流程图。



十一、水平对比法

(一)水平对比法的概念

水平对比法(Benchmarking)就是组织将自己的产品和服务的过程或性能与公认的领先对手进行比较,以识别质量改进的机会的方法。是组织为了进行改进,而针对一些认定为最佳作业典范的组织,以持续的、系统化的过程,评估其产品、服务和工作流程。根据水平对比法使用的频率不同,可以将其分为三类:单独的、定期的和连续的。

(二)水平对比法的用途

使用水平对比法,可有助于认清目标和确定计划编制的优先顺序,以使自己在市场竞争中处于 有利地位的方法。

(三)水平对比法的应用步骤

水平对比法通常可按以下步骤进行:

1. 选择用来进行水平比较的项目

要明确自己的产品或服务的过程或性能在哪些方面与领先对手相比,在满足顾客需求方面存在着差距,将其作为进行水平比较的项目。

选择项目时应注意,用来进行水平比较的项目应是影响产品或服务的关键特性。

要注意比较的项目不能过于庞大,不然会导致最后无法实施。

2. 确定对比的对象

比较的项目或课题确定后,要选择"领先"对手,领先对手可能是竞争对手,也可能不是竞争对手,但在对比项目上是公认的领先者。

3. 收集数据

可通过直接接触、考察、访问、人员调查或公开刊物等途径获取有关过程性能数据和顾客需求的数据。需要时,可以组成小组开展活动,要让小组成员都清楚自己的任务。数据的收集方法参见表 6.4-8。

表 6.4-8

数据的收集方法

**	2544444 D621674 IN				
	数据收集				
	直接法	间接法			
内部水平比较	1、对过程直接观察 2、内部材料研究	对内部水平比较间接法通常不用			
外部水平比较	1、现场调查 2、问卷调查	1、市场分析 2、文化研究 3、会议 4、咨询 5、经验交流			

4. 归纳对比分析数据

将获得的数据进行分析对比,以明确与领先者的差距,针对有关项目制定最佳的实践目标。

5. 实施改进

根据顾客的需求和领先者的绩效确定质量改进的机会,并制定实施追赶计划并予以实施。

第五节质量管理小组活动

- 一、质量管理与 QC 小组活动
- (一)QC 小组的概念和特点
- 1. QC 小组的概念
- QC 小组是指在生产或工作岗位上从事各种劳动的职工,围绕企业的经营战略、方针目标和现场存在的问题,以改进质量、降低消耗、提高人的素质和经济效益为目的组织起来,运用质量管理的理论和方法开展活动的小组。
- QC 小组是企业中群众性质量管理活动的一种有效的组织形式,是职工参加企业民主管理的经验同现代科学管理方法相结合的产物。QC 小组同企业中的行政班组、传统的技术革新小组有所不同。
 - QC 小组与行政班组的主要不同点在于:
- (1)组织的原则不同。行政班组一般是企业根据专业分工与协作的要求,按照效率原则,自上而下地建立的,是基层的行政组织;QC 小组通常是根据活动课题涉及的范围,按照兴趣感情的原则,自下而上或上下结合组建的群众性组织,带有非正式组织的特性。
- (2)活动的目的不同。行政班组活动的目的是组织职工完成上级下达的各项生产经营任务与技术经济指标;而 QC 小组则是以提高人的素质,改进质量,降低消耗和提高经济效益为目的而组织起来开展活动的小组。
- (3)活动的方式不同。行政班组的日常活动,通常是在本班组内进行的;而 QC 小组可以在行政班组内组织,也可以是跨班组、甚至跨部门、跨车间组织起来的多种组织形式,以便于开展活动。

QC 小组与传统的技术革新小组也有所不同。虽然有的 QC 小组也是一种"三结合"的搞技术革新的组织,但传统的技术革新小组侧重于用专业技术进行攻关;而 QC 小组不仅活动的选题要比技术革新小组广泛得多,而且在活动中强调运用全面质量管理的理论和方法,强调活动程序的科学化。

2. QC 小组的特点

- QC 小组有以下几个特点:
- (1) 明显的自主性。QC 小组以职工自愿参加为基础,实行自主管理,自我教育,互相启发,共同提高。
- (2)广泛的群众性。参加 QC 小组的成员不仅包括领导人员、管理人员、技术人员,而且要注重吸引生产、服务工作第一线的员工参加。广大员工在 QC 小组活动中群策群力分析问题,解决问题。
- (3)高度的民主性。QC 小组长可以是民主推选的,可以由QC 小组成员轮流担任课题组长;在QC 小组内部讨论问题、解决问题时,小组成员是平等的,不分职务与技术等级高低,高度发扬民主,各抒己见,互相启发,集思广益。
- (4)严密的科学性。QC 小组在活动中遵循科学的工作程序,步步深入地分析问题,解决问题; 在活动中坚持用数据说明事实,用科学方法分析与解决问题。
 - (二)QC 小组在实施全面质量管理中的作用
- QC 小组充分体现了全面质量管理的全员参与和持续改进的特点,遵循 PDCA 循环的科学程序,运用统计方法和其他科学方法分析问题、解决问题。因此,QC 小组活动是实施全面质量管理的有效手段,是全面质量管理的群众基础和活力源泉。实施全面质量管理,可以通过 QC 小组的形式,把广大职工群众发动和组织起来,不断发现问题、分析问题和解决问题,以不断夯实质量管理的基础工作,促进质量管理水平的不断提高。
 - 二、QC小组活动的启动
 - (一)组建 QC 小组的原则

组建 QC 小组是启动 QC 小组活动的第一步。组建 QC 小组的工作做得如何,将直接影响 QC 小组活动的效果。为了做好组建 QC 小组工作,一般应遵循"自愿参加,上下结合"与"实事求是,灵活多样"的原则。

1. 自愿参加,上下结合

"自愿参加",是指在组建 QC 小组时,小组成员对 QC 小组活动的宗旨有了比较深刻的理解和共识,并产生了自觉参与质量管理,自愿结合在一起,自主地开展活动的要求。这样组建起来的 QC 小组在开展活动中能充分发挥员工的积极性、主动性和创造性。小组成员在小组活动中,进行自我学习,相互启发,共同研究,解决共同关心的问题,实现自我控制、自我提高的目标。

强调自愿参加,并不意味着 QC 小组只能自发地产生,更不是说企业的管理者就可以放弃指导与领导的职责。这里讲的"上下结合",就是要把来自上面的管理者的组织、引导与启发职工群众的自觉自愿相结合,组建本企业的 QC 小组。没有广大职工群众自觉自愿参加 QC 小组活动,QC 小组活动就会停滞不前,QC 小组就没有生命力。

2. 实事求是, 灵活多样

由于各个企业的情况不同,在组建 QC 小组时要从企业实际出发,以解决企业实际问题为出发点,实事求是地筹划 QC 小组的组建工作。当广大职工对 QC 小组活动的认识还不清楚,积极性还不高的时候,不要急于追求"普及率",一哄而起地组建 QC 小组,而是先启发少数人的自觉自愿,组建少量的 QC 小组,指导他们卓有成效地开展活动,并取得成果。这就可以为广大职工群众参加 QC 小组活动起到典型引路的示范作用,让广大职工从身边的实例中增加对 QC 小组活动宗旨的感性认识,加深理解,逐步诱发其参与 QC 小组活动的愿望,使企业 QC 小组像滚雪球一样地扩展开来。

由于各个企业的特点不同,一个企业内部各个部门的特点也不同,在组建 QC 小组时,形式可以灵活多样。从解决实际问题的需要出发,组成适宜类型的 QC 小组,以方便活动,易出成果。不要搞一个模式、一刀切。比如一些工业企业、建筑施工企业组织的三结合技术攻关型的 QC 小组;商业、服务业广泛组织的服务型的 QC 小组,企、事业单位中组织的管理型 QC 小组,以及在我国一

些企业中出现的"三合一"QC小组, "四结合"QC小组, "自主管理小组"等,形式多种多样,不拘一格。

(二)组建 QC 小组的程序

为了激发起员工自主参与的积极性,组建的程序显得很重要。一般不外乎以下几个步骤。

- (1)了解其他 QC 小组的活动情况。可以向企业内其他小组学习,也可以组织到其他开展得比较好的企业去参观,或者参加一些培训班或成果发表会、经验交流会。
- (2) 阅读有关 QC 小组的出版物。购买有关 QC 小组活动的书籍或订阅有关杂志(例如:《现场管理》月刊),了解 QC 小组如何开展活动,对 QC 小组活动有一个总体的印象和感性认识。
- (3)与有关领导交谈、沟通。有关领导和管理者要主动的与希望成立 QC 小组的员工进行交谈,向他们就有关规定和制度进行解释,调动大家参与小组活动的积极性。
- (4) QC 小组组长可由小组成员自己选举,也可以轮流担当,除了攻关型的小组,一般不要由上级指定。
- (5) 小组成员一般要控制在 10 名以内,人数太多了可以分成几个小组,彼此分工协作或选择不同的题目。
- (6)给小组命名。命名时,不必拘泥于形式,可以用班组名称命名,例如:滚子终磨小组;也可以活跃一些,例如:燕山群侠、21世纪战士。

这里再举一些企业QC小组的名称。

"节奏"小组、"来梦来人"小组、"Z"小组、"睦"小组、"梦"小组、"达摩"小组、 "飞翔"小组、"1.5"小组、"瓢虫"小组、"TRY-1"小组等等。

然后就可以到企业 QC 小组的主管部门去注册登记了。

(三)QC 小组的注册登记

为了便于管理,组建QC小组应认真做好注册登记工作。注册登记表由企业QC小组活动主管部门负责发放、登记编号和统一保管。QC小组的注册登记不是一劳永逸的,而是每年要进行一次重新登记,以便确认该QC小组是否还存在,或有什么变动。

这里要注意,QC 小组的注册登记每年进行一次;而QC 小组活动课题的注册登记,则应是每选定一个活动课题,在开展活动之前都要进行一次课题的注册登记。两者不可混淆。在QC 小组注册登记时,如果上一年度的活动课题没有结束,还不能注册登记新课题时,应向主管部门书面说明情况。

- 三、QC 小组活动的推进
- (一)QC 小组组长的职责及对其要求
- QC 小组组长是 QC 小组活动的最基层的推进者,是 QC 小组的核心人物,一个 QC 小组能否有效 地开展活动,组长起着重要的作用。QC 小组长可以是自荐并经小组成员认可的,也可以是由小组成员共同推举的。
- QC 小组组长的基本职责,就是组织领导 QC 小组有效地开展活动。其具体职责可概括为以下三个方面:
- (1) 抓好 QC 小组的质量教育。开展 QC 小组活动,应自始至终抓好教育不放松。通过教育,增强全体组员的质量意识、问题意识、改进意识、参与意识,加深对 QC 小组活动宗旨的理解。通过教育,使组员对开展 QC 小组活动的科学程序和有效方法能正确理解,并会结合活动实际灵活运用。教育要通过多种形式——包括听课、成果交流、活动实践中学习等,不间断地进行,以使教育成果不断巩固,教育内容不断深化,从而不断提高小组活动的水平和小组活动的有效性。
- (2)制定小组活动计划,按计划组织好小组活动。QC 小组长还应在活动中注意检查活动计划的实施情况,发现偏差,及时与组员一起研究补充纠正措施,以保证预定目标的实现,或必要时修订原计划,报主管部门批准后实施。在制定 QC 小组活动计划时,组长要注意使活动内容与形式多样化,既有共同的学习研讨活动,又有分头的改进、改善活动,还可以把一些文体娱乐与交往活动穿插其间,为组员创造一个宽松愉快的工作环境。
- (3)做好 QC 小组的日常管理工作。QC 小组组长要按照企业制定的 QC 小组活动管理制度,经常组织全体组员开展 QC 小组活动,做好活动记录、出勤考核,组织好整理与发表活动成果报告,并注意组织活动总结,以不断改进小组活动方式,提高活动的有效性。

- QC 小组组长在 QC 小组中的地位与职责,决定了要做好一个 QC 小组组长所应该具备的一些条件,也就是对他的一些要求:
 - (1)是推行全面质量管理的热心人。
- (2)业务知识较丰富。在 QC 小组活动中, QC 小组长不仅是组织者,还能当"小先生",带动组员不断提高技术业务素质。
- (3) 具有一定的组织能力。QC 小组长要能够调动组员的积极性和创造性,善于集思广益,团结全体组员一道有效地开展 QC 小组活动。
 - (二)推进 QC 小组活动应作好的工作

企业管理者要有效地推进本企业 QC 小组活动深入持久开展,主要应抓好以下五个方面的工作:

- (1) 自始至终抓好质量教育。质量教育应结合实际反复强调并详细说明 QC 小组活动的目的、理念,以及开展 QC 小组活动的科学思路和方法;应从正反两个方面讲明活动中(包括方法运用中)应注意的一些问题。教育的方式可以灵活多样,教育内容一定要有较强的针对性,时间不长,要有实效。
- (2)制定企业年度的 QC 小组活动推进方针与计划。以明确本年度 QC 小组活动推进的力度、重点,QC 小组数量的发展,QC 小组成员的质量教育,企业内 QC 小组成果发表与经验交流,以及外出参加学习、交流等计划安排,循序渐进地推进企业 QC 小组活动的发展。
- (3)提供开展活动的环境条件。根据每个QC小组活动计划的安排,为他们提供开展活动必要的时间、场所及所用的工具,不要使QC小组正常活动因此受到影响。
- (4)对 QC 小组活动给予具体指导。首先,应对各个小组的选题给予关注,看看课题是否符合 QC 小组的实际情况,是不是小组力所能及,必要时可提出调整课题或成员的建议。其次,在小组 开展活动时,当好参谋。如果改善活动出现问题或遇到困难,应帮助他们分析原因,进行必要的协调,使活动能继续进行下去。最后,在 QC 小组活动取得成果时,应及时听取其成果报告,并给予 具体的评价和鼓励。必要时,可对其整理的成果报告给予一定的指导。
- (5)建立健全企业 QC 小组活动管理办法。企业应根据自己的实际情况,制定并逐步完善企业 QC 小组活动管理办法。"办法"应按照小组和课题注册登记、活动记录、成果报告与发表、成果评价与奖励,以及小组活动的基本程序等各个管理环节提出明确要求,制定具体可行的做法,以推动企业 QC 小组活动逐步做到规范化、科学化、经常化。
- 总之,企业领导与管理者对 QC 小组活动要多宣传,多关心,多指导,多鼓励,而不要求全责备,要千方百计保护群众开展活动的积极性,激发群众的创造性和主动性。至于活动中的问题与不足,只要实事求是地认真对待,给予及时的分析、指导,是可以逐步解决的。

四、QC小组活动在全企业的推广

组织好 QC 小组活动成果的发表交流,是在全企业推广 QC 小组活动的有效方法。参与发表交流活动的不仅是 QC 小组成员,而且应该作到企业领导者、管理部门和全体员工都参加。

- (一)QC 小组活动成果发表的作用
- (1)交流经验,相互启发,共同提高。在成果发表会上,许多小组发表成果,谈经验体会,就是为每个QC小组学习别人的经验、寻找自己的差距提供了条件。通过成果发表会的提问答辩,可以起到相互交流,相互启发,共同探讨,取长补短,集思广益,共同提高的作用。
- (2) 鼓舞士气,满足小组成员自我实现的需要。QC 小组成员在大庭广众下发表自己活动所取得的成果,并取得领导、专家和广大职工的承认,给小组成员以自我实现的机会,尤其对许多在生产、服务现场工作的职工是很难得的。这必然会增强 QC 小组的荣誉感和自信心,进一步鼓舞士气,给今后的活动增强动力。
- (3) 现身说法,吸引更多职工参加 QC 小组活动。通过 QC 小组成员讲述自己活动的过程与取得的成果,可以拉近 QC 小组与广大职工之间的距离,有说服力地解除人们对 QC 小组活动的种种疑虑,从而吸引更多的职工参加到 QC 小组活动中来。
- (4) 使评选优秀 QC 小组和优秀成果具有广泛的群众基础。通过成果发表会,QC 小组成果得以公诸于众,让专家和听众一起来评价。这样就可以增大评选优秀小组和优秀成果的透明度,使评选的优秀小组和优秀成果具有较广泛的群众基础。

- (5)提高 QC 小组成员科学总结成果的能力。QC 小组为了更好地在成果发表会上向大家介绍自己活动的成果,全体成员就要认真地回顾活动的整个过程,总结经验教训,整理好成果报告。这对于小组成员来说,也是一次在实践中再学习和培养能力的过程,可使 QC 小组成员不断提高科学总结成果的能力。
 - (二)组织好成果发表的注意事项
- (1)发表形式服从于发表目的。为了更好地发挥成果发表的作用,提倡不同特点的成果运用不同的形式发表,不搞一个模式。比如在中小企业的厂级或大企业的分厂、车间级的成果发表会上,可以运用一张纸、实物对比、突出小组特色和活动的重点内容介绍、以及小组成员集体上台一人发表段或一人介绍、多人模拟表演等灵活多样的形式,以求实效。而对大企业或行业、地区的成果发表会、可提出一些统一要求,如要上报成果报告材料,要带投影胶片或幻灯片,发表时间一般为15分钟,并有5~10分钟的提问答辩时间等,但具体发表形式也可以根据小组的实际、灵活多样。
- (2)发表会的主持人要积极启发倡导听众对发表的成果提出问题,由发表人进行答辩。这样可以活跃会场气氛,起到相互交流、共同探讨,互相学习,共同提高的作用。
- (3)每个成果发表答辩后,应由担任评委的专家给予客观的讲评。讲评中肯定小组成果的优点、好的经验和做法,又实事求是地指出成果中的不足和问题,并指出应如何改进。这样可以使每次成果发表会都成为一次结合实际的教育机会,使与会者得到一次学习和提高的机会
- (4)组织者要尽可能请与成果发表会同一层次的最高主管领导参加会议,听取成果发表后即席讲话,为发表成果的QC小组鼓劲,并号召大家向他们学习,更加广泛地开展QC小组活动。如有可能,请领导人为获奖的优秀QC小组颁奖,并与发表成果的小组合影留念等。
 - (三)对 QC 小组的激励

采用恰当的方式对通过活动取得成果的 QC 小组进行激励,不仅可以鼓舞其继续活动的热情,而且可以吸引更多的职工参加 QC 小组活动。

激励的的手段是多种多样的,应根据职工的实际需要与企业的实际情况选择恰当的手段,以收到实效。

- (1)物质激励。这是最基本的激励手段,包括奖金、加薪和各种福利
- (2)精神激励:
- ①荣誉激励。这是满足人们尊重需要的激励手段,包括授予荣誉称号,发给荣誉证书等。
- ②培训激励。这是满足职工特别是青年职工求知的需要的激励手段,包括系统的知识培训,出外参加较高层次的发表交流活动等。
- ③组织激励。这是指运用组织责任和权利对职工进行激励,包括得到提拔和调到更重要的岗位 工作等。
- ④关怀与支持激励。这是指企业领导亲自关心和支持职工的 QC 小组活动,包括参加 QC 小组活动成果发表会,为优秀 QC 小组颁奖,与优秀 QC 小组合影留念等。

五、QC 小组活动成果的评审

QC 小组活动取得成果之后,为了肯定取得的成绩,总结成功的经验,指出不足,以不断提高 QC 小组活动水平,同时为表彰先进、落实奖励,使 QC 小组活动扎扎实实地开展下去,就需要对 QC 小组活动成果进行客观的评价与审核。

1997年中国质量管理协会组织制订并颁布了QC小组活动成果的评审标准(试行),经过三年的试行,于2000年初进行了修订。

评审标准由现场评审和发表评审两个部分组成。

(一)QC 小组活动成果的现场评审

QC 小组活动开展得如何,最真实的体现是活动现场。因此,对现场的评审是 QC 小组活动成果评审的重要方面。评审的参考项目及内容见表 6.5-1。

表 6.5-1

QC小组活动成果现场评审表

小组名称:

课题名称:

序号	评审项目	评审内容	配分		得分
1	QC 小组的组织	1、 要按有关规定进行小组登记和课题登记; 2、 小组活动时,小组成员的出勤情况; 3、 小组成员参与分担组内工作的情况。	7~15分		
2	活动情况与活动记录	1、活动过程需按 QC 小组活动程序进行; 2、取得数据的各项原始记录要妥善保存; 3、活动记录要完整、真实,并能反映活动的全过程; 4、每一阶段的活动能否按计划完成; 5、活动记录的内容与发表资料的一致性。	20~40 3		
3	1、对成果内容进行核实和确认,并已经达到所制定的目标; 活动成果及成果的维持、巩固 2、取得的经济效益已得到财务部门的认可; 3、改进的有效措施已纳入有关标准; 4、现场已按新的标准作业,并把成果巩固在较好的水准上。		15~30 5		
4	QC 小组教育 1、 QC 小组成员对 QC 小组活动程序的了解情况; 2、 QC 小组成员对方法、工具的了解情况。		7~15 分	-	
总体评分				总得分	

评委:

现场评审是企业对 QC 小组活动成果进行评审的重要方面。QC 小组取得成果,向企业主管部门申报后,企业要组织有关人员组成评审组,深入 QC 小组活动现场,面向 QC 小组全体成员,了解他们活动过程的详细情况,以及他们做出的努力,克服的困难,取得的成绩。这直接体现了企业领导对 QC 小组活动的关心和支持。

现场评审的时间一般安排在小组取得成果后两个月左右为宜。相隔时间太短,不能很好地看出效果的维持和巩固情况。相隔时间太长,则不利于更好地调动小组成员的积极性。

现场评审时,企业主管部门应组织熟悉 QC 小组活动的有关人员组成评审组,参照表 6.5-1 "QC 小组活动成果现场评审表"的内容进行评审。评审组成员最好不少于五人。

(二)发表评审

在 QC 小组活动成果发表时,为了互相启发,学习交流,肯定成绩,指出不足,以及评选优秀 QC 小组,还要对成果进行发表评审。发表评审的项目及内容见表 6.5-2。

发表评审可在企业举办的 QC 小组成果发表会上进行。也要由企业主管部门聘请熟悉 QC 小组活动的有关人员组成评审组,一般不少于五人,可以参照表 6.5-2 "QC 小组活动成果发表评审表"的内容进行评审计分。在企业开展 QC 小组活动的不同阶段,每个项目的分值可以做适当调整,以突出不同阶段的重点。

把现场评审和发表评审两项综合起来,就是对该 QC 小组活动成果评审的总成绩。企业评审的 重心应放在审核成果的真实性及有效性上,因此现场评审的成绩占总成绩的 60%为宜。 表 6.5-2 小组名称:

QC 小组活动成果发表评审表

课题名称:

1 选题	題	评审内容 1、 所选课题应与上级方针目标相结合,或是本小组现场 急需解决的问题; 2、 课题名称要简洁明确地直接针对所存在的问题; 3、 现状已清楚掌握,数据充分,并通过分析已明确问题 的症结所在; 4、 现状已为制定目标提供了依据; 5、 目标设定不要过多,并有量化的目标值和有一客的依据。 1、 应针对问题的症结来分析原因,因果关系要明确、清 楚; 2、 原因要分析透彻,一直分析到可直接采取对策的程度; 3、 主原因要从未羰因素中选取;	配分 8~15 分	得分
	題	急需解决的问题; 2、课题名称要简洁明确地直接针对所存在的问题; 3、现状已清楚掌握,数据充分,并通过分析已明确问题的症结所在; 4、现状已为制定目标提供了依据; 5、目标设定不要过多,并有量化的目标值和有一客的依据。 1、应针对问题的症结来分析原因,因果关系要明确、清楚; 2、原因要分析透彻,一直分析到可直接采取对策的程度;	8~15 分	
2 原因	因分析	楚; 2、原因要分析透彻,一直分析到可直接采取对策的程 度;		
		4、 应对所有末端因素都进行了要因确认,并且是用数据、事实客观地证明确是主要原因; 5、 工具运用正确、适宜。	13~20分	
3 对策	策与实施	 应针对所确定的主要原因,逐条制定对策; 对策应按 5W1H 的原则制定,每条对策在实施后都能检验是否已完成(达到目标)及有无效果; 要按对策表逐条实施,且实施后的结果都有所交待; 大部分 对策是由本组成员来实施的,遇到困难能努力克服; 工具运用正确、适宜。 	13~20分	
4 效果	果	 6、取得效果后与原状比较,确认其改进的有效性,与所制定的目标比较,看其是否已达到; 7、取得经济效益的计算实事求是、无夸大; 8、已注意了对无形效果的评价; 9、改进后的有效方法和措施已纳入有关标准,并按新标准实施; 1、改进后的效果能维持、巩固在良好的水准,并用图表表示出巩固期的数据。 	13~20 分	
5 发表		 发表资料要系统分明,前后连贯逻辑性好; 发表资料应以图、表、数据为主,避免通篇文字、照本宣科; 发表资料要通俗易懂,不用专业性特强的词句和内容,在不可避免时作了深入浅出的解释; 发表时要从容大方,不做作,口齿清楚而有礼貌地讲成果。 回答提问时诚恳、简要、不强辨。 	13~20分	
6 特点	点	1、 课题具体务实; 2、 活动过程(包括发表)生动活泼有新意,具有启发性	0~5分	
总 体 评 分			总 得 分	

评委:

第六节 六西格玛管理

六西格玛管理是 20 世纪 80 年代中期由美国摩托罗拉 (Motorola) 公司创立的一种质量改进方法,在通用电气(GE)、联合信号(Allied Signal)、摩托罗拉 (Motorola) 等世界级企业中得到了成

功的应用,取得了令人瞩目的成就。原通用电气的首席执行官杰克·韦尔奇(Jack Welch)曾指出: 六西格玛"是 GE 从来没有经历过的最重要的发展战略"。六西格玛管理受到了人们的广泛关注, 越来越多的组织开始了六西格玛管理的实践。

六西格玛被广泛运用于改善产品的质量,尤其是生产制造业,以降低缺陷和减少不合格为核心。现在,六西格玛也大量应用于服务业。

据美国《质量文摘》2003年发表调查文章的数据表明,目前六西格玛管理的实践领域制造业占49.3%,服务业占38.2%,其他产业占12.5%,显示了六西格玛管理广泛的应用前景。

一、六西格玛管理的含义

六西格玛管理是通过过程的持续改进、追求卓越质量,提高顾客满意度,降低成本的一种质量 改进方法。是根据组织赶超同业领先目标,针对重点管理项目自上而下进行的管理变革和改进活 动。

1、六西格玛质量的理解

六西格玛质量的理解有两方面的含义:

首先,质量特性必须满足顾客的要求;

其次,质量特性形成过程或结果避免缺陷(本节的缺陷是工程用语,指未满足预期的或规定的要求。不是指与产品责任有关的法律用语),达到六西格玛水平。

质量特性满足顾客的要求,必须正确定义质量,用量化的语言来描述产品(硬件、软件、流程性材料和服务)质量特性(包括固有特性和赋予特性),充分考虑利益和成本两个方面。

在正确定义顾客满意和忠诚的质量的基础上,形成质量特性的过程和结果要避免缺陷和风险,使其差错只有百万分之三点四(DPMO=3.4或ppm3.4)。



图 6.6-1 六西格玛质量示意图

2、六西格玛质量的意义

表 6.6-1 给出的是对四西格玛水平与六西格玛水平的对比,可以看出从四西格玛质量提高到 六西格玛质量的意义。

四西	格玛水平(6210ppm)	六西格玛水平(304ppm)			
每小时	2万件邮件送借	每小时	有7件邮件送借		
每天	15 分钟供水不安全	每7个月	有1供水不安全		
每周	5000 个不正确的手术	每周	1.7 个不正确的手术		
每月	7 小时停电	每 34 年	1 小时停电		
每年	20 万次错误处方	每年	68 次错误处方		

3、六两格玛的核心特征

六西格玛管理能使用企业的质量活动同时为顾客、员工、所有者和整个公司创造价值和经济 利益,它注重质量的经济性。六西格玛管理的核心特征是:最高顾客满意度和最低资源成本。

实施六西格玛管理,顾客和企业可以同时获得满意。对顾客而言,是以最可接受的价格及时获得满意的产品;对企业而言,则是以尽可能小的成本和尽可能短的周期实现尽可能大的利润。只有当这些全部实现时,"质量"这一词汇才对企业真正有了意义。

4、六西格玛统计含义

六西格玛管理强调对组织的过程满足顾客要求能力进行量化度量,并在此基础上确定改进目标和寻找改进机会。这里,西格玛水平(通常川英文字母 Z 表示)是过程满足顾客要求能力的一种度

量。西格玛水平越高,过程满足顾客要求的能力就越强,过程出现缺陷的可能性就越小;反之,西格玛水平越低,过程满足顾客要求的能力就越低,过程出现缺陷的可能性就越大。

"西格玛"一词源于统计学中标准差σ的概念。标准差σ表示数据相对于平均值的分散程度。 "西格玛水平"(σ水平)则将过程输出的平均值、标准差与顾客要求的目标值、规范限联系起来 并进行比较。这里,目标值是指顾客要求的理想值;规范限是指顾客允许的质量特性的波动范围。 假定过程输出质量特性服从正态分布,并且过程输出质量特性的分布中心与目标值重合(如图 6.6-2 所示,即无偏移情况),那么σ越小,过程输出质量特性的分布就越靠近于目标值,同时该特性 落到规范限外的概率就越小,出现缺陷的可能性就越小。

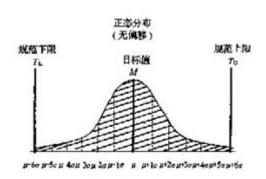


图 6.6-2 过程无偏移时过程输出的分布

理论上的 6 ° 质量水平是指,正态分布从-6 ° 到+6 ° 均在规范下限到规范上限范围内。过程输出的绝大多数都集中在顾客要求的目标值附近。此时,过程满足顾客要求的能力很高。

显然,过程输出分布越集中,则输出落在规范下限和规范上限外的概率就越小,过程输出出现缺陷的可能性就越小。以下是无偏移情况下,各西格玛水平 Z0 (通常无偏情况下的西格玛水平)对应的过程出现缺陷的概率:

西格玛水平 Z0	特性落在规范限内的百分比%	ppm 缺陷率
1	68. 27	317300
2	95. 45	45500
3	99. 73	2700
4	99. 9937	63
5	99. 999943	0. 57
6	99. 99999983	0.0018

实际上,过程输出质量特性的分布中心与目标值完全重合的可能性是很小的,而且由于过程在长期运行中总会受到来自人、机、料、法、环、测(即 5M1E)方面的影响,使过程输出的分布中心偏离目标值。因此,在计算过程长期运行中出现缺陷的比率时,一般将上述正态分布的中心向左或向右移动 $1.5\,\sigma$ (如图 6.6–3 所示)。在有偏移的情况下,西格玛水平记为 Z。

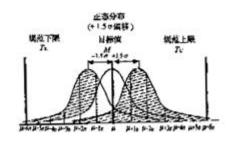


图 6.6-3 过程有±1.5g 偏移时过程输出的分布

此时,对应各个西格玛水平 Z,过程出现缺陷的概率为:

西格玛水平 Z0	特性落在规范限内的百分比%	ppm 缺陷率
1	30. 23	697700
2	69. 14	308700
3	93. 32	66810
4	99. 3790	6210
5	99. 97670	233
6	99. 999660	3. 4

因此,通常所说的六西格玛质量水平对应于 3.4PPm 缺陷率,是考虑了过程输出质量特性的分布中心相对目标值有 $\pm 1.5\sigma$ 偏移的情况,是过程在长期运行中出现缺陷的概率。为了避免引起混淆、常用六西格玛(或 6SIGMA, $six\ sigma$)来区分统计意义上的 6σ 。

二、六西格玛管理的组织

六西格玛项目通常是通过团队合作完成的。六西格玛组织(0FSS)是推进六西格玛管理的基础,六西格玛管理的全面推行要求整个企业从上至下使用同样的六西格玛语言和采用同样的六西格玛工具。因此,要建立一支符合项目开展要求的六西格玛专业队伍。

1、六西格玛团队的关键角色与职能

由以下成员组成的"黑带团队"是六西格玛成功的前提,图 6.6-4 为六西格玛组织结构示意图。

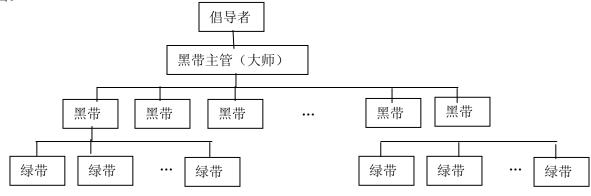


图 6.6-4 六西格玛组织结构

通常,组织的六西格玛管理是由执行领导、倡导者、大黑带(也称主黑带或黑带大师)、黑带、绿带和项目团队传递并实施的。其中的关键角色与职责有:

(1)执行领导(Executives):

六西格玛管理是由组织最高管理者推动的。其在六西格玛管理中负有以下职责:

- ①建立组织的六西格玛管理愿景:
- ②确定组织的战略目标和组织业绩的度量系统;
- ③组织确定六西格玛项目的重点:
- ④在组织中建立促进应用六西格玛管理方法与工具的环境。
- (2) 倡导者(Champion):

六西格玛管理倡导者是实施六西格玛的组织中的关键角色,他们负有以下职责:

- ①负责六西格玛管理在组织中的部署;
- ②构建六西格玛管理基础,例如:部署人员培训、制定六西格玛项目选择标准并批准项目、建立报告系统、提供实施资源等;
 - ③向执行领导报告六西格玛管理的进展;

- ④负责六西格玛管理实施中的沟通与协调。
- (3) 黑带主管(又称黑带大师)(MBB-Master BlackBelt):
- 一般来说,他们是六西格玛管理的专家。他们为倡导者提供六西格玛管理咨询,为黑带提供项目指导与技术支持。他们负有以下职责:
 - ①对六西格玛管理理念和技术方法具有较深的了解与体验,并将他们传递到组织中来;
 - ②培训黑带和绿带,确保他们掌握了适用的工具和方法;
 - ③为黑带和绿带的六西格玛项目提供指导;
 - ④协调和指导跨职能的六西格玛项目:
 - ⑤协助倡导者和管理层选择和管理六西格玛项目。
 - (4)黑带(BB-BlackBelt):

六西格玛黑带是六西格玛管理中的关键角色。在一些组织中,他们是专职的并具有一定的专门 技术与管理工作背景。在任职期间需完成一定数量的六西格玛项目并为组织带来相应经济效益。他 们负有以下职责:

- ①领导六西格玛项目团队,实施并完成六西格玛项目;
- ②向团队成员提供适用的工具与方法的培训;
- ③识别过程改进机会并选择最有效的工具和技术实现改进;
- ④向团队传达六西格玛管理理念,建立对六西格玛管理的共识:
- ⑤向倡导者和管理层报告六西格玛项目的进展;
- ⑥将通过项目实施获得的知识传递给组织和其他黑带;
- ⑦为绿带提供项目指导。

在我国的质量专业技术人员职业资格考试中,取得中级质量专业资格证书的人员已基本掌握黑带所需要的工具和知识,如果已完成几个有效的六西格玛管理项目,就可以由所在单位授予黑带资格了。质量专业资格的考试内容完全可以作为六西格玛管理的培训内容之一。

(5)绿带(GB-Green Belt)

六西格玛绿带是组织中经过六西格玛管理方法与工具培训的、结合自己的本职工作完成六西格 玛项目的人员。一般,他们是黑带领导的项目团队的成员,或结合自己的工作开展涉及范围较小的 六西格玛项目。

2、六西格玛团队的组织管理

形成六西格玛团队的关键是取得团队的共识和团队领导(黑带)及成员(绿带)的选择。通常团队成员代表过程中不同的工作部门,人数 3~10 人不等。

倡导者、黑带主管与黑带都是六西格玛改进的领导人,应慎选合适的对象。尤其是黑带的挑选,是为团队选择一个带头人。六西格玛黑带应具图示许多资格条件,即必须拥有卓越的领导力及项目管理技巧,更必须知道如何在特定情况下选择最合适的六西格玛工具。

(1) 团队组成要素

拥有高度热忱的团队成员与拥有受过专业训练的领导人同样重要。团队做好准备工作,建立对团队目标的共识,然后决定如何实现这一目标。表 6.6-2 为团队成员必须确定的内容。

/ 门間 3 国际	
要素	要求
使命	团队成立或存在的目的
基础	团队的使命如何与企业质量目标或计划配套
目标	对现状及绩效的挑战
角色	团队成员 (黑带、绿带)
职责	根据项目分配每位成员的职责和任务
主要里程碑	项目活动时间表、项目报告日期

表 6.6-2 六西格玛团队组成要素

(2) 团队激励

面对六西格玛管理的挑战,六西格玛团队必须讲求团队技巧。人们希望努力工作去争取成就, 但个人的成效总是有限,团队的绩效优于个人成效。所以黑带的挑选是一件非常重要的工作,这些 黑带不仅必须具备使用统计方法的能力,同时必须拥有卓越的领导力与亲合力。为了真正的成功, 六西格玛团队队员必须相互依存、相互帮助,并成为项目的共同负责人。

黑带作为团队的负责人,要使其成员都成为项目的共同责任人,激励技巧是十分重要的。

(3) 项目团队活动阶段

团队生命周期的一些主阶段适合于几乎所有的六西格玛项目活动,当然这些阶段会因公司不同而有所变化。主要的项目活动阶段有:

阶段 1: 项目的识别及选择

在本阶段,管理评价一系列潜在的六西格玛项目并挑选出最有希望被团队解决的项目。处理好项目的优先顺序对团队工和是否能有所回报非常重要。

阶段 2: 形成团队

问题的确定和团队领导的选择是同时进行的,这两方面也是相关的。管理层在挑选团队成员时应该挑选那些对问题有足够的知识,但又不是陷得很深的人,否则他们本身可能就是问题的一部分。

阶段 3: 确定特许任务书

特许任务书是一份提供关于项目或问题的书面指面的重要文件,任务书包括开展项目的理由、目标,基本项目计划、范围和一些其他的考虑以及角色和职责的评价。通常,任务书的一些部分由倡导者起草,由团队来补充和完善。事实上,在六西格玛项目进程中,任务书通常会有所改动。

阶段 4: 培训团队

培训的重点是六西格玛改进(DMAIC)过程和工具。典型的培训将持续一至四个星期,但在时间安排上可以延伸。在培训第一个星期之后,团队的领导和/或成员将回来到他们正常的工作中,但要为做项目留出一部分时间;工作二至五个星期后,开始第二部分培训。然后是另一个工作期和另一个培训周。

阶段 5: 开始六西格玛改进 (DMAIC) 并实施解决方案

几乎所有的团队都有责任实施他们自己找到的解决方案,而不仅仅是把解决方案交到另一组人的手中。团队必须为解决方案开发项目计划、培训、指导和程序,他们有责任使解决方案被实施并通过测量和监控结果确保它们的确有效。

阶段 6: 解决方案的交待

最后,团队完成项目后会解散,成员回到他们的正常工作中或转到下一个项目中去。

二、六西格玛管理中常用的度量指标

六西格玛管理中常用的度量指标有:西格玛水平 Z、百万机会缺陷数 DPMO、单位缺陷数 DPU、首次产出率 FTY、流通合格率 RTY 等,它们覆盖了各种连续型和离散型测量数据的情况。这里我们重点介绍西格玛水平 Z 和百万机会缺陷数 DPMO 和流通合格率的统计与计算方法。

1. 西格玛水平 Z

对应于过程输出无偏移的情况, 西格玛水平 Z 是指规范限与 2 σ 的比值, 可由式(6.6-1)求得:

$$Z0 = \frac{T_U - T_L}{2\sigma}$$
 (6. 6-1)

考虑到 1.5 σ 的偏移, 西格玛水平 Z 可由下列公司 (6.6-2) 求得:

$$Z=Z0+1.5$$
 (6.6-2)

〔例 6.6-1]某送餐公司为某学校送午餐,学校希望在中午 12:00 送到,但实际总有误差,因而提出送餐的时间限定在 11:55 分至 12:05 分之间,即:TL 为 11:55 分,TU 为 12:05 分。过去一个星期来,该送餐公司将午餐送达的时间为:11:50,11:55,12:00,12:05,12:10 求该公司准时送餐的西格玛水平。

这里,将送达时间按相对于目标值 12:00 的差值进行变换,记录为-10,-5,0,5,10 则:

x=-10-5-0+5+10=0(即平均送达时间为 12:00)

假设本例的送餐时间服从正态分布,则有:

$$S = \sqrt{\frac{(-10)^2 + (-5)^2 + 0 + 5^2 + 10^2}{5 - 1}} = 7.91$$

用样本标准差 s 估计总体标准差 σ , 得到 $\hat{\sigma}$ =s=7.91, 将上述参数代人式 6.6-1 得:

$$Z0 = \frac{T_U - T_L}{2\sigma} = 10/(2 \times 7091) = 0.63$$

Z=Z0+1.5 = 2.13

即该公司准时送餐的西格玛水平为 2.13

2. 百万机会缺陷数 DPMO(Defects Per Million Opportunity)

在统计和计算 DPMO 时,我们先要明确下述概念:

- (1)缺陷,是指产品、服务、或过程的输出没有达到顾客要求或超出规范规定。
- (2) 缺陷机会数,是指产品、服务、或过程的输出可能出现缺陷之处的数量。如:一块线路板有 200 个焊点就有 200 个出现焊接缺陷机会;一张申请表有 15 个栏目就有 15 个出现填表缺陷的机 会。

如果我们统计了过程输出的缺陷数和缺陷机会数,我们就可以计算:

机会缺陷率 DPO(Defects Per Opportunity),即每次机会中出现缺陷的比率表示了每个样本量中缺陷数占全部机会数的比例。由下式计算:

[例 6.6-3]假定在 100 块电路板中,每一个电路板都含有 1000 个缺陷机会,若在制造这 100 个电路板时共发现 21 个缺陷。则,

$$DP0 = \frac{21}{100 \times 1000} = 0.00021$$

当DPO以百万机会的缺陷数表示时称为DPMO,即DPMO=DPO×106,它由下式计算:

「例 6.6-3]上例中, DPO 为 0.00021, DPMO 为 210。

DPMO 值可以用来综合度量过程的质量。例如,某印刷电路板的制造工厂在同一条生产线上可能生产不同规格的印刷电路板。每一种产品都有不同的设计,因此,在生产过程中,缺陷机会也不同。但是,不管生产何种规格的产品,都可以统计出现缺陷的数量和缺陷机会的数量,然后用总的缺陷的数量除以总机会数得到 DPMO,即使每天的产品种类不同,我们都可以做同样的统计。

在六西格玛管理中常常将 DPMO 折算为西格玛水平 Z。DPMO 对应于过程输出质量特性超出规范限的比率,可以通过对如图 6.6-4 所示的正态分布中规范限外的部分求积分而获得。此时,标准正态分布中的分位数点 Z,就是过程的西格玛水平。六西格玛管理中常用的 Z 换算表如表 6.6-2 所示。

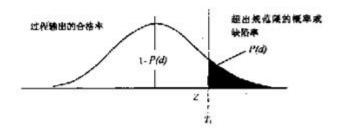


图 6.65 缺陷率与过程输出两格玛水平的对应关系

Z	DPMO	Z	DPMO	Z	DPMO	Z	DPMO	Z	DPMO
1.5	539828	2.4	184060	3. 3	35930	4.2	3467	5. 2	108
1.6	460172	2.5	158655	3. 4	28717	4.3	2555	5. 3	72
1. 7	420740	2.6	135666	3. 5	22750	4.4	1866	5. 4	48
1.8	382088	2.7	115070	3.6	17865	4.5	1350	5. 5	32
1. 9	344578	2.8	96800	3. 7	13904	4.6	968	5.6	21
2.0	308537	2.9	80757	3.8	10700	4. 7	687	5. 7	13
2. 1	274253	3.0	66807	3. 9	8198	4.8	483	5.8	8.6
2. 2	241964	3. 1	54799	4.0	6210	5. 0	233	5. 9	5. 5
2. 3	211856	3. 2	44565	4. 1	4661	5. 1	159	6	3. 4

表 6.6-3 西格玛水平与 DPMO 对应表 (考虑 $\pm 1.5 \sigma$ 偏移时)

〔例 6. 6-4]某物料清单上有 4 个需要填表之处,均可能会发生填写错误,即该物料清单有 4 个缺陷机会:

假如在1 376 张物料清单上发现41 个缺陷,则其

$$DPMO = \frac{41 \times 10^6}{1376 \times 4} = 7449$$

即每百万个机会中有 7449 个缺陷。查表可得该填写物料清单过程的西格玛水平约为 3.95 西格 玛(考虑 $\pm 1.5 \sigma$ 偏移)。

3、流通合格率

根据过程结果可以计算不合格品数或西格玛水平,如果项目团队的主要目标是改时过程在满足顾客需求方面的效率,通常用合格率和流通合格率(RTY)来反映。

过程的最终合格率(Final yield)通常是指通过检验的最终合格单位数占过程全部生产单位数的比率。但是,此种方法不能计算该过程的输出在通过最终检验前发生的返工、返修或报废的损失。这里我们把返工等叫做"隐蔽工厂"(Hidden factory)。隐蔽工厂不仅出现在制造过程,同时也再现在服务过程。流通合格率(RTY,Rolled throughout yield)就是一种能够找出隐蔽工厂的"地点和数量"的度量方法。

过程最终合格率与流通合格率(RTY)的区别是,RTY 充分考虑了过程中子过程的存在,即隐蔽工厂的因素。若过程有n个子过程,而子过程的合格率分别为Y1, Y2, …, Yn (i=1, 2…n),则

$$RTY=Y1\times Y2\times \cdots \times Yn=\prod_{i=1}^{n} Yi$$
 (i=1,2···n) 这样,就充分考虑了过程中各子过程的因素,比较

客观反映过程运作的实际情况。

[例 6.6-5]流通合格率(RTY)的计算实例。

某生产过程, 计划目标为 1000 单元, 过程包含五个子过程步骤, 列中 RTY 也可以这样计算: RTY=Y1. Y2. Y3. Y4. Y5=0. 92×0. 82×0. 84×0. 82×0. 95=49. 3%

在图中左边,我们发现通过每一个过程的单元数自 1000 逐渐递减至 920,754,633,519,直至 493 单元。这是因为我们把每个子过程的合格率直接应用到进入每一过程工作的单元数,由此得到结果。当 1000 单元投入子过程 Y1 时,只有 920 单位不需要任何形式的返工或再处理。在图的右边,我们可以看到,这 80 单元的去向: 40 单元成为废品,40 单元需要返工,因此重新回到生产循环。为简化起见,我们假定所有返工的产品都能通过检验,进入下一阶段。在第一个过程 Y1 中,

共 920 单元免于返工及报废,进入第二子过程 Y2(其合格率 52%),得到 754 个合格的在制产品……如此继续运作,直到完成所有五个子过程步骤,得到 493 个合格品,其流通合格率(RTY)为 49.3%。

图 6.6-6 的右边则说明如何计算 PFY,在第一个子过程中,原 1000 个投入单元减少为 960,因为其中 40 单元成为废品无法返工,重新加工后的返工单元(4%,即 40 单元)最终回到库存,并计入合格品。唯一减少的部分为废品(40 单元),所以,经过返工后,第一个过程的合格率为 96%,或 960 单元,类推至第五个子过程,过程的合格率降为 70.9%。

本例中,两种方法计算的合格率分别为 70.9%与 49.3%,企业的会计制度通常未能计入返工部分的损失,以致实际估算的价值偏高。在我们的演算过程中,返工部分往往被一般企业所忽略,因此称为"隐蔽工厂"。

总之,流通合格率 RTY 旨在提高企业的"过程质量"能力,过程合格率是衡量企业的"制造能力"。在一个多重步骤的过程中,每一过程的合格率可能都很高(例如都在 90%以上),但流通合格率却只有 50%或更低,表示每两个投处单位只有一个单元在整个过程中一次做对,无须返工或变成废品,对于过程绩效的诠释更具洞察力。

四、六西格玛管理方法模式

作为一种管理哲学,六西格玛管理旨在让组织建立这样一种文化,即:"零缺陷"是可能的,这里"零缺陷"不仅仅与制造过程相联系,而且与服务过程乃至组织内部所有过程相联系。六西格玛管理理念源于戴明、朱兰、费根堡姆、克劳斯比等质量管理大师的理论以及几十年来全面质量管理的实践经验。它强调以顾客为关注焦点,并将持续改进与顾客满意以及企业经营目标紧密地联系起来;它强调依据数据进行管理,并充分运用定量分析和统计思想;它强调面向过程,并通过减少过程的变异或缺陷实现降低成本与缩短周期;它强调变革组织文化以适应持续改进的需要等等。

作为一种管理方法,六西格玛管理包括"六西格玛设计"(一般由 DFSS 表示,是 Design for Six Sigma 的缩写)和"六西格玛改进"(一般指 DMAIC 过程改进流程——即定义 Define、测量 Measure、分析 Analyze、改进 Improve、控制 Control)两个重要方面。六西格玛管理是通过一系列六西格玛设计或六西格玛改进项目实现的。

1、六西格玛策划

实施六西格玛策划,可以确保六西格玛项目顺利进行。

(1) 项目选择原则

在策划六西格玛项目时,选择的原则十分重要。此时,评价一系列潜在六西格玛项目并从中挑 选出最有希望被团队解决的项目是非常重要的。

挑选项目要基于两个"M":

Maningful——有意义的,项目要真正有利于顾客和经营,项目才是有意义的。

Manageable——可管理的,项目的规模应该能使团队有能力完成,便于管理。换句话说,团队以后五个活动步骤 DMAIC(界定、测量、分析、改进和控制)都能够在这个范围内得以实施。

(2) 衡量六西格玛项目的标准

基于这样的考虑,衡量六西格玛项目的标准就可以运用平衡记分卡策略,即充分关注顾客满意和企业经营两个方面,从顾客、财务、企业内部过程和学习与增长四个层面来综合考虑问题。

顾客——为了让顾客满意,对顾客应如何表现?关注顾客是六西格玛管理的主题之一。六西格玛质量的定义是有两个基本点,一是产品特性让顾客满意,二是在此前提下避免缺陷(差错)。因此,过去企业许多常用的评价事项,如劳动工时、成本和销售额等都与顾客真正所关心的无关。让顾客满意,其基础要掌握什么是顾客的期望和需求。用六西格玛语言来阐述,顾客的需求和期望称为关键质量特性(CTQ, Critical to Quality),我们可以用西格玛水平的测量方法来检查在满足顾客需求方面的业绩。

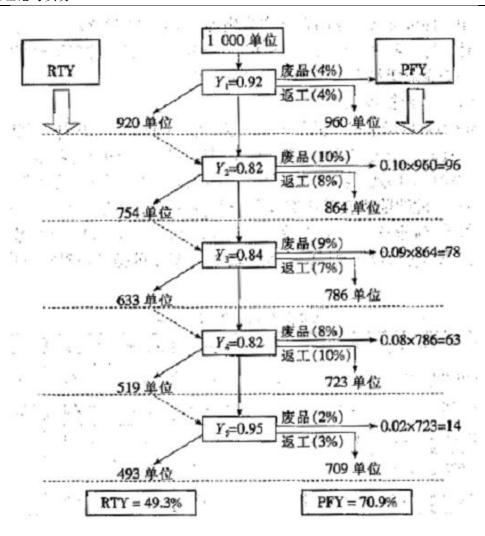


图 6.6-6 流通合格率 (RTY) 计算实例

财务——为了财务成功,对股东应如何表现?六西格玛管理的一大特点就是用财务的语言来阐述现状水平和改进的绩效,用财务指标,将业绩转换成财务效益,劣质成本分析是一个十分有效的方法。劣质成本(COPQ,Cost of Poor Quality)是六西格玛管理重要切入点,COPQ的观念是帮助选择六西格玛改进项目。因上理想的改进项目必须是:在成本节省方面具有很大的潜力;涉及关键过程输出变量的有关问题;顾客和经营者都比较关心的问题。同样根据劣质成本与销售的比例,我们也可以推算其质量水平处于什么西格玛水平。

企业内部过程——为了满足顾客和股东,哪些过程必须优化?六西格玛管理的另处一个主题之一是采取的措施应针对过程,通过对过程分析,可以确定过程能力和过程的关键输入或输出变量,以及过程详细 SIPOC(供方、输入、过程、输出和顾客)分析。由于产品,服务各异,过程相京戏不同,用西格玛水平度量,可以提供一致的方法来测量和比较不同的过程,从而实现过程优化。

学习与增长——为了达到愿景,如何提高改进和变革的能力?无论是制造业,还是服务业, 其生产和服务过程经常出现一个"隐蔽工厂"。过程的最终合格率(提通过检验的最终合格品数占 过程全部生产单位的比例)的计算方法不能反映出该过程在通过最终检验之前所发生的返工等情 况,流通合格率是一种能够找出"隐蔽工厂"地点和数量的有效方法,为过程是否增值做出判断。增值和减少值,到消灭"隐蔽工厂"是六西格玛管理的一项重要指标。经过核算,知道流通合格率也就知道西格玛水平。这是提高改进和变革能力的重要途径。

(3) 项目特许任务书

项目特定的标志是一份项目特许任务书。在六西格玛管理中,特许任务书是提供提供项目或问题书面指南的重要文件。任务书包括进行项目的理由、目标、基本项目计划,范围和其他的考虑,以及角色职责的评价。一般特许任务书的内容由倡导者和团队在界定(Define)阶段将更加精确的确定。但事实上,特许任务书通常随着 DMAIC 项目的进展而不断完善。

2、六西格玛改进

六西格玛项目选定之后,团队全体成员要通力合格,共同完成他们所做的工作。用六西格玛语言来描述就是 DMAIC 过程。

依据这个过程的五个步骤,可以有效地实现六西格玛突破性改进。团队的工作从一个问题的陈述到执行解决方案,这中间包括许多活动,通过 DMAIC 过程的活动方式,团队成员可发挥最有效的作用,完成项目使命。

这里,着重介绍 DMAIC 流程。

- (1) 定义阶段 D: 确定顾客的关键需求并识别需要改进的产品或过程,将改进项目界定在合理的范围内:
- (2)测量阶段 M:通过对现有过程的测量,确定过程的基线以及期望达到的目标,识别影响过程输出 Y 的输入 Xs,并对测量系统的有效性做出评价;
 - (3)分析阶段 A:通过数据分析确定影响输出 Y 的关键 Xs,即确定过程的关键影响因素;
- (4) 改进阶段 I: 寻找优化过程输出 Y 并且消除或减小关键 Xs 影响的方案, 使过程的缺陷或变异降低;
 - (5) 控制阶段 C: 使改进后的过程程序化并通过有效的监测方法保持过程改进的成果。 各阶段使用的工具,可以参见表 6. 6-4。

表 6.6-4 DMAIC 过程活动重点及其工具

10.0 4	DMITE 过程相约至点及	<u> </u>	
阶段	活动要点	岸	9用工具和技术
D 定义阶段	项目启动 寻找 Y=f (x)	• 亲和图 • 树图 •	顾客之声 因果图 劣质成本分析 项目管理
M 测量阶段	确定基准 测量 Y=f (x) 或 Xs	・ 因果图・ 散布图・ 过程流程图・ 测量系统分析	过程能力指数 抽样计划 水平对比法 直方图 趋势图 调查表
A 分析阶段	确定要因 确定 Y=f (x)	・因果图・箱线图・多变量图	抽样计划 假设检验 回归分析 方差分析 试验设计
I改进阶段	消除要因 优化 Y=f (x)		测量系统分析 过程改进
C 控制阶段	控制原因 更新 Y=f (x)		防差错方法 标准操作程序(SOP)

3、六西格玛设计

通常, 六西格玛改进 DMAIC 是对现有流程的改进, 即针对产品/流程的缺陷产生的原因采取纠正措施, 进行改进, 使之不断完善。但是这些性项目并不能满足企业变革的所有要求。有些过程就

像老破车一样: 你能把这个或那个恼人的问题修好,让它重新上路,但是可能由此花费更多的费用。最后才会意识到,最好还是换辆新车,既好用又合理。对于企业进行改进来说,并不是换辆新车,而是建立或"设计"一个新的过程。

六西格玛设计就是按照合格的流程、运用科学的方法准确理解和把握顾客需求,对产品/流程进行稳健设计,使产品/流程在低成本上实现六西格玛质量水平。同时使产品/流程本身具有抵抗各种干扰的能力,即使环境恶劣或操作不当,产品仍能满足顾客的需求。

六西格玛改进的 DMAIC 流程已经成为许多企业开展六西格玛管理企业的标准流程。与 DMAIC 相似,六西格玛设计也有自己的流程,但目前还没有统一的模式。

六西格玛设计的功能是强化企业的新产品开发和服务开发的过程。实际上,新产品和服务的成功开发提供了提高顾客满意度的途径,而六西格玛设计则提供了能迅速、准确到达目的的方法论和程序、工具以及团队合作精神。六西格玛设计的过程能将产品与过程设计过程中的方法、工具和程序进行系统化的整合,用来设计或重新设计产品与服务,以满足顾客的需求和期望。

从六西格玛改进(IFSS Improement of six)到六西格玛设计(DEFF Design of six sigma),六西格玛管理过程正在趋于完善,六西格玛管理从六西格玛改进向六西格玛设计演变,从改进质量、降低产品和过程差错,到设计质量、避免产品和过程问题,六西格玛设计更加体现质量的经济性。

习题与答案

- 一、单项选择题
- 1. 质量改进旨在消除()问题
- A. 偶然性 B. 系统性 C. 多发性 D. 常规性
- 2. PDCA 循环也可称作
- A. 朱兰环 B. 戴明环 C. 石川环 D. 甘特环
- 3. 质量改进的步骤之一的"掌握现状"就是
- A. 掌握问题的现状 B. 掌握影响原因的现状
- C. 掌握实施效果的现状 D. 掌握实际采取对策的现状
- 4. 在产品设计阶段,为了防止可能出现的误用(错误使用),提前考虑在产品设计中如何防 范,可以使用()
 - A. 因果图 B. 排列图 C. 网络图 D. PDPC图
 - 5. 网络图中的关键线路是()
 - A. 耗时最长的线路 B. 对质量影响最大的线路
 - C. 所需费用最高的线路 D. 作业种类最多的线路
 - 6. 质量委员会通常由()组成。
 - A. 企业董事长和部分董事
 - B. 企业高级管理层的部分成员、中层领导与工人三结合的形式

- C. 企业高级管理层的部分成员
- D. 企业基层员工参加的,加上部分管理人员
- 7. 质量改进三部曲是质量管理专家()提出的。
- A. 费根堡姆 B. 朱兰 C. 戴明 D. 石川馨
- 8. 质量改进的过程中, "明确问题"阶段用的统计工具有()。
- A. 因果图 B. 直方图 C. PDPC 法 D. 树图
- 9. 亲和图法可用于()。
- A. 提出新的观念和方针 B. 寻求项目实施的关键路线
- C. 寻找产生不良品的原因 D. 制订市场产品发展战略
- 10. 矩阵图可与()结合一起使用。
- A. 树图 B. 直方图 C. 控制图 D. 排列图
- 11. 矩阵图可用于()。
- A. 制订质量改进活动的先后程序 B. 确定系统产品开发、改进的着眼点
- C. 拟订质量改进计划 D. 确定项目实施的关键工序
- 12. 常用的矩阵图种类有()。
- A. A 型 B. S 型 C. H 型 D. X 型
- 13. 制订项目实施计划可采用()。
- A. PDPC 法 B. 直方图 C. 排列图 D. 亲和图
- 14. 网络图中的虚线箭头代表()。
- A. 该项作业人力资源充分,不怎么花费时间
- B. 该项作业不需要太多的资金
- C. 该项作业不需要时间
- D. 该项作业很容易完成, 几乎不需要时间
- 15. ()的情况下,可用 PDPC 法。
- A. 选择适宜的作业路径 B. 确定具体的质量改进目标
- C. 对可能出现的问题提前做好准备 D. 找出解决问题的主要途径
- 16. 树图可用于()。
- A. 提出详细的质量改进计划
- B. 明确管理职能
- C. 在质量改进活动实施过程中, 随时对实施方案进行调整
- D. 认识新事物
- 17. 可与树图联合使用的工具有()。
- A. PDPC 法 B. 控制图 C. 头脑风暴法 D. 因果图
- 18. 质量改进过程中, "确认效果"时将效果换算成金额的好处在于()。
- A. 活动效果可比 B. 说明该课题的重要度
- C. 引起企业领导的重视 D. 让大家重视经济效益
- 19. 网络图中的节点中,标出的两个时间是()。
- A. 最早完工时间和最晚完工时间 B. 最早开工时间和最晚完工时间
- C. 最早开工时间和最晚开工时间 D. 最晚开工时间和最晚完工时间
- 20. 某六西格玛团队, 界定某项目过程的输出时, 明确某产品可能出现的缺陷有甲、乙、丙三种。经过调查统计 2 个月的数据, 结果是在抽样的 200 个产品中, 发现甲种的缺陷个数为 2, 乙种的个数为 3, 两种的个数为 1, 则 DPMO 为()
 - A. 60000 B. 30000 C. 10000 D. 600
 - 二、多项选择题
 - 21. 在六西格玛策划时,衡量六西格玛项目的标准有()等
 - A. 财务 B. 内部过程 C. 学习与增长 D. 技术水平
 - 22. 以下职责中,属于黑带职责的是()
 - A. 协调和指导跨职能的六西格玛

- B. 领导六西格玛项目团队,实施并完成六西格玛
- C. 识别过程改进机会
- D. 选择最有效的工具和技术
- 23. 头脑风暴法是()提出的
- A. 于1941年 B. 由美国人发明的 C. 由朱兰博士 D. 根据亲和图的原理
- E. 在台风季节
- 24. 当我们制定对策时,对于有些看似离奇的想法,一旦付诸实践后,却取得意外的效果,这往住是因为()
 - A. 离奇的想法就意味着效果神奇
- B. 突然了陈旧的思维定势
- C. 为使用头脑风暴法做准备
- D. 过去的经验不适用于此时的现实
- 25. 亲和图的主要用途有()
- A. 认识事物 B. 促进协调,归纳思想 C. 为使用头脑风暴法做准备 D. 打破常规,开展创新 26. 对质量水平的错误认识是质量改进的主要障碍,我们可得用(),发现差距,识别质量改进的机会
 - A. 因果图 B. 头脑风暴法 C. 亲和图 D. 水平对比法 E. 假设检验
- 27. 绘制控制图时,如果连续多点连续均匀上升而报警,将这些构成异常的数据给成直方图,可能出现的类型有()
 - A. 正常型 B. 平顶型 C. 双峰型 D. 标准型
 - 28. PDPC 是()。
 - A. 计划、实施、检查、处理的不断循环 B. 找出关键路径的一种方法
 - C. 计划决策程序图 D. 一种运筹学方法
 - E. 计划、实施、计划、检查等活动的英语单词的缩写
 - 29. 亲和图法可用于()。
 - A. 认识未知事物 B. 制定项目实施计划 C. 促进协调,统一思想
 - D. 贯彻方针 E. 制订市场产品发展战略
 - 30. 质量改进的组织有不同的层次,具体可分为()。
 - A. 质量委员会 B. 质量改进团队 C. 质量管理部门
 - D. 质量检验部门 E. 生产车间
 - 31. 在确定影响产品质量原因时,常用的统计工具为()。
 - A. 因果图 B. 排列图 C. 回归分析
 - D. 方差分析 E. PDPC 法
- 32. 应用因果图的过程中,经常用来整理问题可能存在的影响原因,应用时应该注意的事项包括()。
 - A. 图中各影响因素要写得具体 B. 应在图上注明哪个是主要原因
 - C. 要到现场查找原因成立的证据 D. 因果图最终画得越小,往往越有效
 - E. 要经过试验证实因果关系是否存在
 - 33. 亲和图可以解决()的问题。
 - A. 必须要解决而又一时解决不了的 B. 需要快速解决的
 - C. 难以找出解决办法的 D. 有充分的时间去慢慢调查分析的
 - E. 比较复杂的
 - 34. 矩阵图主要用于()。
 - A. 确定质量改进的着眼点 B. 制订质量改进方案
 - C. 发现制造过程不良品的原因 D. 产品质量展开
 - E. 拟订质量改进计划
 - 35. 网络图的作用包括()。
 - A. 拟订详细计划 B. 保证计划的严密性
 - C. 易于掌握不同计划以及后果的全貌 D. 计划实施后,根据情况可适时做出调整
 - E. 有助于工程项目能按期完工

- 36. 关键路线的意义是指()。
- A. 整个工期最短的线路
- B. 整个工期最长的线路
- C. 对关键路线上的作业,完成时间上有富裕,有机动时间
- D. 对关键路线上的作业,完成时间上无富裕,无机动时间
- E. 有时差的节点连结成的线路
- 37. 网络图的绘制规则包括()。
- A. 节点的编号不能重复 B. 图中只能存在少量的环
- C. 两个结点之间只能有一条线路 D. 不能有缺口 E. 只能有一个起点和终点
- 38. PDPC 法的特征有()。
- A. 注重全局
- B. 注重全局, 兼顾局部
- C. 按时间顺序掌握系统的进展情况
- D. 每循环一次, 都要经历计划、实施、计划、检查四个阶段
- E. 能够找出"非理想状态"
- 39. 头脑风暴法的用途包括:()。
- A. 识别存在的质量问题 B. 锻炼大家的思维方式
- C. 识别潜在的质量改进机会 D. 与其他方法联合使用
- E. 引导大家进行创造性思考
- 40. 头脑风暴法又叫()。
- A. 畅谈法 B. 风暴法 C. 旋风思维法
- D. 集思法 E. K.J 法
- 41. 解决质量问题时,制订对策并取得成效后,为了防止质量问题再发生,必须做到()。
- A. 再次确认 5W1H 的内容, 并将其标准化 B. 进行标准的准备与传达
- C. 找出遗留问题。D. 实施教育培训
- E. 建立保证严格遵守标准的质量责任制
- 三、综合分析题
- 29. 对某工序进行分析,收集该产品一个月内的数据,测定某重要质量特性绘制的直方图如下: (1)这种直方图属于()。
- A. 平顶型 B. 孤岛型 C. 双峰型 D. 偏峰型
- (2)可能存在的原因是()。
- A. 产品经过了挑选 B. 产品中混进了其他型号的产品
- C. 加工过程中存在主观倾向 D. 数据分层不当
- (3) 可以考虑的对策有()。
- A. 提高计量检测的精度
- B. 修理空调,减少白班与夜班的温差
- C. 减少不同供应商的材料之间的质量差异
- D. 校准计量检测仪器
- E. 对新工人进行培训,缩小与老工人之间的差别

四、答案

- 1. B 2. B 3. A 4. D 5. A 6. C 7. B 8. B 9. A 10. A11. B 12. D 13. A 14. C15. C, D 16. B 17. C 18. C 19. B20. C
- 21. ABC 22. BCD 23. AB 24. BCD25. ABD 26. DE 27. BC 28. CD29. ACD30. AB31. ABCD32. AD33. ACDE34. ACDE 35. ABDE36. BD37. ADE38. ACE39. ACDE40. AD41. ABDE
 - 29. (1) C(2) B, D(3) B, C, D, E

